

УДК 535.33:621.374.825

## ДИНАМИКА ИЗЛУЧЕНИЯ В КВАНТОВОРАЗМЕРНЫХ СТРУКТУРАХ ПРИ УЧЕТЕ ДИПОЛЬ-ДИПОЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

В.А. Юревич<sup>1</sup>, Е.В. Тимошенко<sup>2</sup>, Ю.В. Юревич<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Могилёвский государственный университет продовольствия, Могилёв  
<sup>2</sup>Могилёвский государственный университет им. А.А. Кулешова, Могилёв

## RADIATION DYNAMICS ON QUANTUM-WELL STRUCTURES UNDER THE CONDITION OF DIPOLE-DIPOLE INTERACTIONS

V.A. Yurevich<sup>1</sup>, E.V. Timoschenko<sup>2</sup>, Yu.V. Yurevich<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Mogilev State University of Food Technologies, Mogilev  
<sup>2</sup>Mogilev State A. Kuleshov University, Mogilev

В рамках кинетической модели взаимодействия когерентного излучения с плотной резонансной средой проведено моделирование процессов излучения в полупроводниковых квантоворазмерных структурах в условиях неоднородного уширения линий межзонного поглощения. В результате линейного анализа устойчивости равновесных состояний модели определены условия существования автоколебательного режима излучения.

**Ключевые слова:** резонансное взаимодействие, автомодуляционное спектральное уширение поля излучения, автоколебания интенсивности.

Within the frames of the nonlinear resonant model the analysis of radiation processes stability in semiconductor laser quantum-well structures has been conducted. At the account of light field spectrum linewidth broadening and near dipole interaction factor in condition of unhomogenous broadening of gain resonance the possibility of the arising of output self-oscillatory mode is theoretically predicted.

**Keywords:** resonance interaction, light field spectrum linewidth broadening, self-sustained pulses of light intensity.

### Введение

Полупроводниковым системам, которые используются в лазерной оптике в качестве объектов, генерирующих когерентное излучение, свойственно наличие экситонных энергетических зон. Структурные элементы этих систем характеризуются относительно большими значениями дипольных моментов, определяющих вероятность экситонных переходов [1]. Поэтому полупроводниковые квантоворазмерные структуры можно рассматривать как тонкие слои плотных резонансных сред [2] (сред с сильно выраженной нелинейной реакцией на поле распространяющегося в них резонансного излучения). Для слоёв на основе таких сред даже субмикронной и нанометровой толщины характерна резонансная нелинейность. При этом предсказывается возможность наблюдения оптических эффектов, в которых значима когерентность светового поля и поляризационного отклика среды (кооперативных эффектов) [1], [3]. Корреляция атомных диполей устанавливается за счёт переизлучаемого ими поля. В этом процессе, как предполагается в [4], ближние (локальные) поля диполей оказывают существенное влияние на поляризуемость активных частиц и на динамику излучения в квантоворазмерной структуре.

Различие поляризуемостей активных частиц в основном и возбуждённом состояниях при условии относительно больших по величине дипольных моментов может иметь существенное значение. Эффект нелинейного смещения фазы действующего на активные частицы светового поля, обусловленного резонансной составляющей локального поля, при этом усиливается. Поэтому анализ влияния локального атомного поля на устойчивость энергообмена в ходе генерации излучения внутри полупроводниковых структур в условиях различия поляризуемостей частиц в основном и возбуждённом состояниях и связанной с этим нелинейности рефракции являлся одной из задач представленного ниже исследования. Учёт неоднородного уширения оптического перехода, которое характерно для генерирующих полупроводниковых структур на основе квантовых точек [5], представляет другой аспект оригинальности подхода, использованного ниже при изучении динамики резонансного излучения.

### 1 Основные уравнения

Динамическая модель полупроводникового лазера, в рамках которой изучался энергообмен между излучаемым световым полем  $E(t)$  несущей частоты  $\omega$  и средой, построена нами на основе традиционно используемой так называемой сосредоточенной балансной схемы. Среда при этом

представляет структуру из нескольких страт, образованных квантовыми точками. В этой модели в амплитуду плосковолнового поля  $E'(t)$ , действующего на активные центры и определяющего нелинейный отклик, включается характерная при учёте влияния диполь-дипольного взаимодействия локальная поправка:

$$E'(t) = E(t) + \frac{i}{3\varepsilon_0} P(t). \quad (1.1)$$

Амплитуды полей и величина резонансной поверхностной поляризованности  $P(t)$  усреднены по длине усиливающего элемента и квазистационарны (за время, сравнимое с периодом светового колебания, изменения амплитуд поля и поляризованности относительно малы). В выражении для резонансной поляризованности (1.1), кроме прямой резонансной составляющей, содержится также квазирезонансная:

$$P(t) = |\mu_{12}| N \langle \rho(t, \omega) \rangle + i 2\pi\varepsilon_0 \Delta \alpha N (\langle n(t, \omega) \rangle - n_0) E'(t). \quad (1.2)$$

В ней учтено характеризующее величиной  $\Delta\alpha$  различие поляризуемости в состояниях атома, соответствующих основному и возбуждённому уровням перехода, в связи с чем возможно рассмотрение следствий резонансной нелинейной рефракции. В выражении (1.2) содержатся: модуль матричного элемента дипольного момента  $|\mu_{12}|$ , объёмная плотность резонансных частиц  $N$ , вероятностная переменная  $\rho(t, \omega)$  спектральной составляющей поляризованности и разность инверсии заселённости уровней резонансного перехода  $n(t, \omega)$  – в момент времени  $t$  и  $n_0$  – в начальный момент времени. Динамика величин  $\rho(t, \omega)$  и  $(n(t, \omega) - n_0)$  определяется на основе квантовомеханических уравнений матрицы плотности. Угловые скобки в обозначении материальных переменных означают усреднение по диапазону частот, соответствующему области неоднородного уширения. В результате адиабатического исключения частотных компонент поляризованности  $\rho$  скоростные уравнения формулируются для переменных нормированной комплексной амплитуды действующего поля  $A(\tau)$  и спектральных компонент инверсной заселённости  $n(\tau, \delta)$ , которая в поставленной нами задаче рассматривается как концентрация экситонов:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{d\tau} &= \frac{1}{\tau_\phi} \left\{ \langle n \rangle + \frac{R}{3\sigma} \langle \delta n \rangle - 1 + \right. \\ &+ i \left[ \langle \delta n \rangle + \beta (\langle n \rangle - n_0) \right] \left. \right\} A - \frac{\beta R}{3\sigma} \frac{d\langle n \rangle}{d\tau} A, \\ \frac{dn}{d\tau} &= \alpha - n - \frac{n |A|^2}{1 + (\delta + \Delta)^2}, \\ \langle n \rangle &= \int \frac{g(\Delta) n}{1 + (\delta + \Delta)^2} d\Delta, \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\langle \delta n \rangle = \int \frac{(\delta + \Delta) g(\Delta) n}{1 + (\delta + \Delta)^2} d\Delta,$$

$$\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma}, \quad \Delta = \frac{\omega_0 - \omega_{12}}{\gamma}.$$

В системе (1.3) амплитуда  $A(\tau)$  нормирована по амплитуде действующего поля, соответствующей насыщению:

$$A = |\mu_{12}| E' \sqrt{\tau_s / \gamma} / \hbar,$$

время  $\tau$  – по времени жизни экситонов:  $\tau = t / \tau_s$ ; аналогично нормированы остальные временные параметры. Величина одного из таких основных параметров  $\tau_\phi$  – времени жизни фотона в резонаторе, содержащем генерирующую структуру – кроме потерь на излучение и поглощение, зависит от значений коэффициента заполнения резонатора и параметра оптического ограничения  $\sigma$ . В системе (1.3) содержатся также:  $g(\Delta)$  – функция гауссова распределения по частоте  $\omega_{12}$  с дисперсией  $1/\tau'$ , характеризующей неоднородное уширение вблизи центральной частоты резонанса  $\omega_0$ ;  $\gamma$  – однородная ширина резонансной линии

поглощения;  $\beta = \frac{2\pi\Delta\alpha\hbar\gamma\varepsilon_0}{|\mu_{12}|^2}$  – параметр амплитудно-фазовой связи;  $R = \lambda/2\pi l$  – нормирующий коэффициент ( $l$  – длина усиливающего элемента,  $\lambda$  – длина волны излучения), определяемый

током накачки;  $\alpha$  – скоростной параметр, его величина характеризует превышение током накачки порогового уровня; пороговый уровень усиления определяется в предположении о равенстве показателя усиления в центре линии

$\kappa = \frac{|\mu_{12}|^2 \omega_0 N l}{\gamma \hbar \varepsilon_0 c}$  суммарным потерям излучения в лазерном устройстве.

Мнимая часть уравнения для амплитуды

содержит две составляющие, также описывающие нелинейные фазовые эффекты:

– дисперсионная компонента, пропорциональная  $\langle \delta n \rangle$ , обуславливает возможность смещения частоты генерации к центру линии по мере увеличения интенсивности;

– нелинейно-рефрактивная компонента, пропорциональная резонансной вариации инверсии; в ней, в сущности, учтено известное явление уширения спектральной линии, значимость которого для систем квантовых точек оценена, например, в [6].

Параметр амплитудно-фазовой связи  $\beta$  пропорционален известному фактору Хенри [7]. В условиях значимости спектрального уширения линии усилению в квантоворазмерной структуре свойственна динамическая модуляционная составляющая, которая линейно – с коэффициентом, пропорциональным параметру  $\beta$  – зависит от скорости изменения концентрации экситонов.

## 2 Результаты численного моделирования

Анализ процессов излучения выполнен посредством численного интегрирования кинетической системы (1.3) методом Рунге-Кутты, в результате которого были определены зависимости интенсивности действующего поля  $S = |A(\tau)|^2$ , то есть величины, релаксационная динамика которой отчётливо проявляется в реальных экспериментах. Начальные условия соответствовали выполнению амплитудного условия генерации – принято, что  $\langle n(\tau=0) \rangle = 1$  и начальное значение величины  $A(\tau=0)$  на несколько порядков меньше равновесного значения. Таким образом, на начальном этапе, в сущности, решалась задача усиления слабого сигнала. Непосредственно рассчитывалась величина интенсивности излучаемого поля

$$S_0(\tau) = S[(1 - \kappa R \langle \delta n \rangle)^2 + (\kappa R \langle n \rangle)^2].$$

Выявлено, что ход кривых, иллюстрирующих решения системы (1.3) для интенсивности в соответствующем этим условиям диапазоне начальных значений  $S$ , не зависел от выбора начальных значений  $A$ . На рисунке 2.1 проиллюстрированы два основных варианта возможных решений нелинейной системы (1.3): соответствующий режиму, переходному к установившемуся режиму с непрерывной генерацией (фрагмент *a* на рисунке 2.1), и автоколебательному режиму с генерацией регулярной периодической последовательности незатухающих импульсов (фрагменты *б* и *в* на рисунке 2.1).

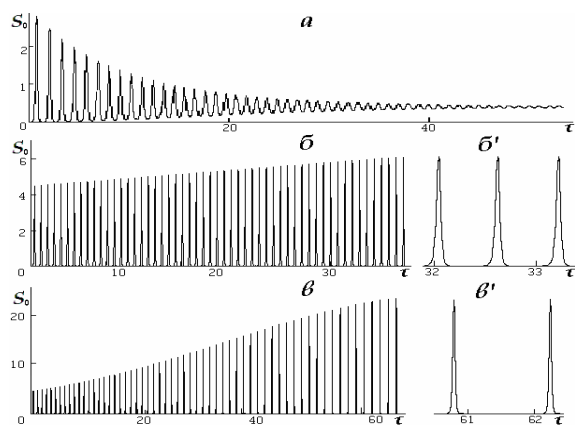


Рисунок 2.1 – Временная развёртка интенсивности излучаемого поля

( $a - \alpha = 1,6; \delta = 0,5; б - \alpha = 1,72; \delta = 0,4;$   
 $в - \alpha = 1,7; \delta = 0,33; \beta = 2, \tau_\Phi = 5 \text{ пс}, \tau_s = 1 \text{ нс},$   
 $\gamma = 1 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}; \kappa = 0,13, \sigma = 0,04; \gamma\tau' = 0,3;$   
 $\lambda = 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ м}).$

На фрагментах *б'* и *в'* приведены зависимости, полученные с большим разрешением; единица измерения по временной шкале – наносекунда

При численном моделировании временной динамики на основе уравнений (1.3) выбор

параметров проводился с учетом заимствованных в работах [1], [5], [6] данных о структурных характеристиках квантовых точек в системах *InAs/(Al)GaAs* и *InAs/InGaAs*, расположенных на подложках из *GaAs*, и излучающих в диапазоне длин волн 1,25–1,29 мкм.

Основным фактором, определяющим развитие автоколебательного режима в условиях влияния дополнительных нелинейных эффектов, характерных для резонансного взаимодействия и изменяющих условия устойчивого энергообмена в лазерных системах, следует считать различие времён релаксации в каналах накачки и генерации. Частота следования, длительность и скважность импульсов в сериях релаксационных автоколебаний в проведенных модельных расчётах зависела от соотношения параметров, определяющих коэффициенты в уравнениях (1.3). Отметим, что длительность серии импульсов может достигать долей пикосекунды; период следования импульсов соответствует субнаносекундному диапазону.

## 3 Устойчивость решений и режим автоколебаний

Таким образом, посредством скоростных уравнений (1.3) описывается ряд нелинейных эффектов, которые могут проявиться при изучении динамики генерации в структурах из квантовых точек и, так или иначе, связаны с вкладом локальных атомных полей в действующее поле. Охарактеризуем далее некоторые из основных динамических закономерностей исследуемой модели на основе элементарного анализа решений системы (1.3) для интенсивности. Для этого в системе (1.3) удобно перейти к соответствующей нормированной переменной  $S = |A(\tau)|^2$ . В целях упрощения анализа пренебрежём также влиянием неоднородного уширения и запишем систему уравнений для переменных  $S(\tau)$  и  $n(\tau)$  в виде:

$$\frac{dS}{d\tau} = \left[ \frac{1}{\tau_\Phi} \left( \frac{1 + R\Delta/3}{1 + \Delta^2} n - 1 \right) - \frac{\beta R}{3\sigma} \frac{dn}{d\tau} \right] S, \quad (3.1)$$

$$\frac{dn}{d\tau} = \alpha - n \left( 1 + \frac{S}{1 + \Delta^2} \right), \quad \Delta = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma}.$$

В получаемых результатах численного интегрирования системы (3.1) в целом воспроизводятся основные закономерности динамики. В частности, предсказанная в [8] возможность перехода от установившегося режима к режиму автоколебаний при изменении уровня тока накачки обнаруживается в вариациях численных решений более точной системы (1.3) для нарастающих значений параметра скорости накачки  $\alpha$ . Неоднородное уширение рабочего перехода в среде обуславливает существенное увеличение скважности и уменьшение длительности импульсов по сравнению с генерацией в условиях однородного уширения.

Качественно анализируя поведение функций  $S(\tau)$  вблизи равновесного состояния с ненулевой интенсивностью  $S_s$ , прежде всего можно оценить диапазон параметров системы (3.1), в котором это состояние устойчиво [9] – с течением времени функции, которые описывают динамику обеих переменных, после ряда осцилляций затухают, приближаясь к равновесным значениям. Выражения для вычисления равновесных значений  $S_s$  и  $n_s$  получаем при определении сингулярных пределов системы (3.1):

$$S_s = \alpha(1 + R\Delta/3) - 1 - \Delta^2, \quad n_s = \frac{1 + \Delta^2}{1 + R\Delta/3}. \quad (3.2)$$

Проводя линеаризацию системы (3.1) в окрестности точек равновесия (3.2), можно получить характеристический полином относительно  $\theta$  – комплексного коэффициента затухания, содержащегося в показателе экспоненциальной функции  $\exp(\theta\tau)$  в решении линеаризованного аналога системы (3.1). Если осцилляции определенно релаксирующие (то есть затухают с приближением к равновесным значениям интенсивности), то решения системы (3.1) соответствуют переходу лазера к стационарному режиму генерации. В этих условиях точка равновесия с координатами  $(S_s, n_s)$  на фазовой плоскости системы (3.1) – устойчивый фокус и является аттрактором фазовых кривых. При этом характеристический полином, выраженный квадратным уравнением, должен иметь комплексно-сопряженные корни

$$\theta_{1,2} = \chi/2 \pm i\sqrt{-D}.$$

Выражения для вещественной части корней и дискриминанта характеристического уравнения имеют вид:

$$\chi = -\left(\frac{\alpha}{n_s} - \frac{1}{\sigma} \frac{\beta R S_s}{3 + R\Delta}\right), \quad (3.3)$$

$$D = \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha}{n_s} - \frac{1}{\sigma} \frac{\beta R S_s}{3 + R\Delta}\right)^2 - \left(\frac{1}{\tau_\phi} + \frac{\alpha\beta R}{3\sigma}\right) \left(\frac{\alpha}{n_s} - 1\right),$$

и совместно с соотношениями (3.2) могут быть положены в основу критерия для оценки поведения фазовых траекторий на плоскости  $(S, n)$  в окрестности равновесного состояния  $(S_s, n_s)$ .

Устойчивость фокуса  $(S_s, n_s)$  может быть реализована при условии  $\chi < 0$ .

При определении условия существования автоколебаний следует выделить зоны параметров, в которых точка равновесия  $(S_s, n_s)$  неустойчива и соответствует неустойчивому фокусу. При смещении траекторий, соответствующих осцилляторным решениям (3.1), из окрестности точки равновесия их аттрактором окажется предельный цикл. Это обусловлено неизбежным насыщением роста  $n(\tau)$  при увеличении  $S(\tau)$  и последующим снижением (сбросом) инверсии, происходящими периодически. Точка равновесия оказывается неустойчивым фокусом, если  $\chi > 0$ . Такого рода неустойчивость соответствует существованию периодического решения линеаризованных уравнений в виде волн с «разгорающейся» амплитудой и частотой  $\Omega = \sqrt{-D}$ . Исходной же нелинейной системе (3.1) соответствуют осцилляторные решения для интенсивности  $S(\tau)$  и инверсии  $n(\tau)$ , амплитуда и контраст которых с выходом на предельный цикл стабилизируются. Таким образом, на основе использованной здесь модели описывается процесс регулярных незатухающих пульсаций. Такой режим излучения, реализуемый при постоянном уровне накачки, интересен в практическом отношении, поэтому, учитывая условие неустойчивости фокуса, сформулируем основное условие его реализации:

$$\alpha > \frac{\beta R}{\sigma} \frac{1 + \Delta^2}{3 + R\Delta} \left(\frac{\beta R}{3\sigma} - \frac{1 + R\Delta/3}{1 + \Delta^2}\right)^{-1}. \quad (3.4)$$

При графической иллюстрации зависимости  $\chi(\alpha)$  положением точек пересечения кривых  $\chi(\alpha)$  со шкалой параметра тока накачки при разных значениях отстройки частоты (рисунок 3.1) определяется так называемый второй порог генерации – уровень накачки  $\alpha$ , начиная с которого возможна самопроизвольная неустойчивость выходного излучения. Отметим, что величина этого порогового значения увеличивается при увеличении отстройки  $\Delta$ , тогда переход в режим автоколебаний для излучения с частотой, близкой к резонансной, достигим при меньшем уровне накачки.

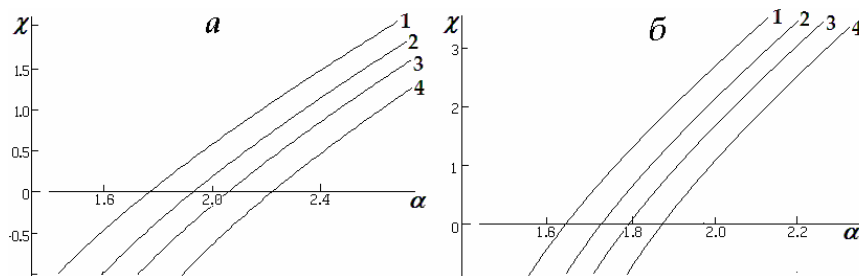


Рисунок 3.1 – Зависимость действительной части корня характеристического уравнения от тока накачки при разных значениях частотной отстройки и параметра амплитудно-фазовой связи ( $\beta = 1,0$  (а);  $1,6$  (б);  $\Delta = 0$  (кривая 1);  $0,4$  (2);  $0,5$  (3);  $0,6$  (4);  $\kappa = 1,3$ ;  $R = 0,05$ ;  $\sigma = 0,04$ )

При расчёте пороговых характеристик по соотношениям (3.2) и (3.4) использованы те же числовые значения параметров систем, что и при численном моделировании временной динамики на основе уравнений (1.3).

#### Заключение

Результаты исследования могут быть полезны при разработке компактных лазерных устройств, генерирующих серии коротких контрастных импульсов. Представляется важным, что в определённых условиях при постоянном токе накачки можно реализовать режим излучения, который обычно достигается с использованием модулирующих устройств, синхронизированных с системой накачки, которые усложняют схему прибора.

Работа проведена в рамках выполнения задания *Фотоника 2.2.08* в русле ГПНИ «Электроника и фотоника».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots* / P. Borri [et al.] // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 66, № 8. – P. 081306-1–081306-4.
2. *Каплан, А.Е.* Поведение локальных полей в нанорешётках из сильно взаимодействующих атомов: наностраты, гигантские резонансы, «магические» числа и оптическая бистабильность / А.Е. Каплан, С.Н. Волков // УФН. – 2009. – Т. 179, № 5. – С. 539–547.
3. *Optical Stark effect in a quantum dot: Ultrafast control of single exciton polarizations* / T. Unold [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 92, № 15. – P. 157401–(1–4)
4. *Local-field effects in a dense ensemble of resonant atoms: Model of a generalized two-level system* / А.А. Афанас'ев [et al.] // Phys. Rev. A. – 1999. – Vol. 60, № 2. – P. 1523–1529.
5. *Жуков, А.Е.* Полупроводниковые лазеры на основе квантовых точек для систем оптической связи / А.Е. Жуков, А.Р. Ковш // Квантовая электроника. – 2008. – Т. 38, № 5. – С. 409–422.
6. *Гетероструктуры с квантовыми точками: получение, свойства, лазеры* / Ж.И. Алфёров [и др.] // ФТП. – 1998. – Т. 32, № 4. – С. 385–410.
7. *Henry, С.Н.* Theory of the linewidth of semiconductor lasers / С.Н. Henry // IEEE J. Quant. Electron. – 1982. – Vol. 18, № 2. – P. 259–264.
8. *Тимощенко, Е.В.* Динамика излучения в структурах из квантовых точек при учете ближних дипольных взаимодействий / Е.В. Тимощенко, В.А. Юревич, Ю.В. Юревич // Полупроводниковые лазеры и системы на их основе : Сборник статей 8-го Белорусско-Российского семинара, Минск, 17 – 20 мая 2011 г. / Институт физики НАН Беларуси. Минск, 2011. – С. 81–82.
9. *Самсон, А.М.* Автоколебания в лазерах / А.М. Самсон, Л.А. Котомцева, Н.А. Лойко. – Мн. : Навука і тэхніка, 1990. – 216 с.

Поступила в редакцию 12.12.11.