

УДК 539.12

ПРАВИЛО СУММ ГРОССА–ЛЛЕВЕЛЛИНА СМИТА: ВКЛАДЫ ВЫСШИХ ТВИСТОВ

В.Л. Хандрамай, О.П. Соловцова, В.Г. Тепляков

*Международный центр перспективных исследований,
Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель*

GROSS–LLEVELLYN SMITH SUM RULE: HIGHER TWIST TERMS CONTRIBUTION

V.L. Khandramai, O.P. Solovtsova, V.G. Teplyakov

*International Center for Advanced Studies,
P.O. Sukhoi Gomel State Technical University, Gomel*

Выполнен четырёхпетлевой КХД анализ правила сумм Гросса–Ллевеллина Смита. Проведено выделение твиста-4 из экспериментальных данных и проведено сравнение с соответствующими результатами, полученными из анализа правила сумм Бьёркена. Показано, что в пределах погрешности значение коэффициента, соответствующего твисту-4 в правиле сумм Гросса–Ллевеллина Смита отличается от его значения, определяемого на основе правила сумм Бьёркена.

Ключевые слова: *глубоконеупругое лептон-адронное рассеяние, правило сумм Гросса–Ллевеллина Смита, теория возмущений, высшие твисты, квантовая хромодинамика (КХД).*

Four-loop QCD analysis of the Gross–Llewellyn Smith sum rule was performed. The extraction of the twist-4 term from the experimental data and comparison with the corresponding results obtained from the Bjorken sum rules was made. It is shown that within the error the value of the twist-4 term in the Gross–Llewellyn Smith sum rule differs from the corresponding value extracted from the Bjorken sum rule.

Keywords: *deep-inelastic lepton-hadron scattering, Gross–Llewellyn Smith sum rule, perturbative theory, higher twists, quantum chromodynamics (QCD).*

Введение

В пертурбативных разложениях для физических величин в квантовой хромодинамике (КХД) важно знать, по крайней мере, несколько членов ряда, чтобы понять его свойства и оценить теоретическую неопределенность вычисленной величины. Как известно [1], знание лидирующего порядка (LO) и следующего за лидирующим порядком (NLO) ряда теории возмущений (ТВ) недостаточно, так как только на трехпетлевом уровне (N^2LO) фиксируется значение масштабного параметра КХД Λ для данной схемы перенормировки. Кроме того, пертурбативные ряды в КХД являются асимптотическими, поэтому ошибка определяется первым отброшенным (или последним удержанным) членом ряда. Таким образом, знание последующих членов ТВ разложений является важным, поскольку позволяет сделать оценку теоретической неопределенности в выбранной схеме перенормировки.

После недавнего опубликования работы [2], в которой представлены результаты многопетлевых вычислений в КХД, открылась возможность для четырехпетлевого (N^3LO) анализа правил сумм глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния. Такой анализ впервые был

выполнен в работе [3] для поляризованного правила сумм Бьёркена (Bj) [4], [5], т. е. $\Gamma_1^{p,n}$, которое определяется разностью первых моментов спин-зависимых структурных функций протона и нейтрона $g_1^{p,n}$. Располагая экспериментальными данными о $\Gamma_1^{p,n}$, полученными с хорошей точностью в лаборатории им. Т. Джефферсона (JLab), можно исследовать Bj -правило сумм при малых квадратах переданного импульса ($0,05 < Q^2 < 3,0 \text{ ГэВ}^2$) [6]–[12]. При больших значениях Q^2 теоретическое описание хорошо удаётся при использовании рядов ТВ. При малых значениях Q^2 возникают проблемы, обусловленные тем, что при уменьшении Q^2 значение инвариантного заряда α_s возрастает (например, $\alpha_s(Q^2 = 1 \text{ ГэВ}^2) \approx 1/2$), и становится заметным влияние эффектов, связанных с непертурбативной составляющей – вкладом высших твистов (НТ). Кроме того, пертурбативная и непертурбативная компоненты оказываются тесно связаны друг с другом; при этом информация, получаемая о НТ (например, о ведущей непертурбативной $1/Q^2$ -поправке (твист-4)), зависит от используемого порядка в разложении по α_s .

Цель данной работы – выполнить четырёхпетлевой анализ правила сумм Гросса–Ллевеллина Смита (GLS) глубоконеупругого рассеяния нейтрино на нуклоне [13]. Анализ этого правила сумм на трёхпетлевом уровне можно найти, например, в работах [14], [15]. В настоящей работе проведем систематическое исследование непертурбативной поправки $1/Q^2$, извлекаемой из экспериментальных данных для GLS-правила сумм, и выполним сравнение результатов с теми, которые получены при расчетах для Vj-правила сумм. Отметим, что для GLS-правила сумм возможность высокоточного анализа отсутствует из-за недостаточной точности экспериментальных данных и их малочисленности. Поэтому оправдано использование результатов для Vj-правила сумм для предсказаний о Q^2 -эволюции GLS-правила сумм в непертурбативной области (в настоящее время такая информация отсутствует).

1 Правило сумм Гросса–Ллевеллина Смита

Правило сумм Гросса–Ллевеллина Смита определяется интегралом от структурной функции F_3 рассеяния нейтрино/антинейтрино на протоне:

$$I_{\text{GLS}}(Q^2) = \frac{1}{2} \int_0^1 [F_3^{\nu p}(x, Q^2) + F_3^{\bar{\nu} p}(x, Q^2)] dx. \quad (1.1)$$

Так как на партонном уровне значение функции $I_{\text{GLS}}(Q^2)$ равно трём, то выражение для интеграла в правой части выражения (1.1) обычно представляют в виде

$$I_{\text{GLS}}(Q^2) = 3 \left[C_{\text{GLS}}(\alpha_s) - \frac{A}{Q^2} \right], \quad (1.2)$$

где коэффициентная функция $C_{\text{GLS}}(\alpha_s)$ определяет пертурбативную составляющую правила сумм, а величина A – это коэффициент НТ, соответствующий непертурбативной части.

На достигнутом к настоящему времени четырёхпетлевым уровнем ТВ-описания разложение для коэффициентной функции имеет вид суммы несинглетной (NS) и синглетной (SI) составляющей [2]:

$$C_{\text{GLS}} = C_{\text{NS}} + C_{\text{SI}}, \quad (1.3)$$

$$C_{\text{NS}} = 1 - \alpha_s + (-0,464 + 0,034 n_f) \alpha_s^2 + (-1,337 + 0,245 n_f - 0,0057 n_f^2) \alpha_s^3 +$$

$$+ (-4,922 + 1,267 n_f - 0,079 n_f^2 + 0,0011 n_f^3) \alpha_s^4, \\ C_{\text{SI}} = 0,013 n_f \alpha_s^3 + \alpha_s^4 n_f (0,0596 - 0,0024 n_f). \quad (1.5)$$

Инвариантный заряд α_s определяется в результате решения уравнения ренормализационной группы:

$$\frac{d\alpha_s(Q^2)}{dL} = \beta(\alpha_s); \quad \beta(\alpha_s) = \sum_{0 \leq k \leq 3} \beta_k \alpha_s^{k+2}, \quad (1.6)$$

где $L = \ln(Q^2/\Lambda^2)$ и β_k – известные коэффициенты β -функции [16].

Как отмечено выше, надежная теоретически полученная информация о НТ, содержащихся в правиле сумм GLS, сегодня отсутствует. В то же время для Vj-правила сумм, которое определяется как интеграл от разности поляризованных структурных функций нуклона g_1^p и g_1^n и имеет вид

$$\Gamma_1^{p-n}(Q^2) \equiv \int_0^1 [g_1^p(x, Q^2) - g_1^n(x, Q^2)] dx \equiv \frac{g_A}{6} \left[C_{\text{NS}}(\alpha_s) - \frac{B}{Q^2} \right], \quad (1.7)$$

надежные оценочные значения коэффициентов высших твистов получены в работе [3] с использованием высокоточных экспериментальных данных JLab [6]–[12]. Проводя сравнительный анализ этих двух правил сумм, можно установить соотношение между коэффициентами высших твистов A и B . Зная их, в свою очередь, можно предсказать характер Q^2 -зависимости функции I_{GLS} в области $Q^2 < 1 \text{ ГэВ}^2$.

2 Анализ вкладов высших твистов

На рисунках 2.1 и 2.2 современные экспериментальные данные о GLS- и Vj-правилах сумм представлены совместно с пертурбативными составляющими выражений (1.2) и (1.7), рассчитанными в различных порядках ТВ соответственно. На рисунке 2.1 экспериментальные точки, обозначенные кружками, соответствуют данным из Серпухова [17], направленными вниз треугольниками – данным коллаборации CHARM [18], направленными вверх треугольниками – данным из CCFR [19], а квадраты – CCFR/NuTeV [20]. Изображенные на рисунке 2.2 экспериментальные точки соответствуют данным, взятым из работ [6]–[12], [21], [22].

При построении теоретических кривых мы воспользовались универсальностью масштабного параметра Λ , состоящей в том, что значение Λ , определяемое из информации о различных физических процессах, должно быть одним и тем же. Проводя анализ с учётом универсальности Λ , мы выполняем нормировку по экспериментальному значению $R(M_Z^2) = 1,03904 \pm 0,00087$, (см., например, [16]), которое соответствует значению инвариантного заряда $\alpha_s = 0,1190 \pm 0,0026$ на масштабе M_Z . Соответствующее значение Λ для трёх активных кварков равно $\Lambda = (336 \pm 10) \text{ МэВ}$.

Далее, используя выражение (1.2) и экспериментальные данные из работ [17]–[20], находим значение коэффициента A для твиста-4. При этом низкоэнергетическая граница анализа равна $Q^2 = 1,23 \text{ ГэВ}^2$ и соответствует охвату всех экспериментальных точек и соблюдению критерия

$\chi_{d.f.}^2 < 1$. Аналогичное рассмотрение мы провели и для правила сумм Bj и извлекли значение коэффициента B.

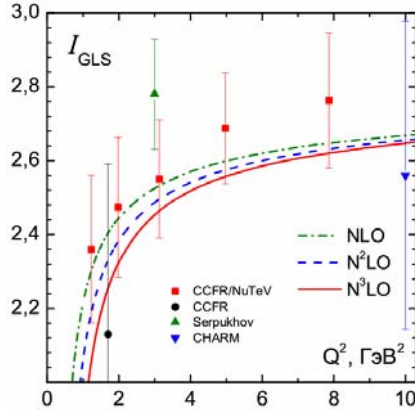


Рисунок 2.1 – Экспериментальные данные по I_{GLS} совместно с кривыми, соответствующими пертурбативной части правила сумм GLS в различных порядках ТВ

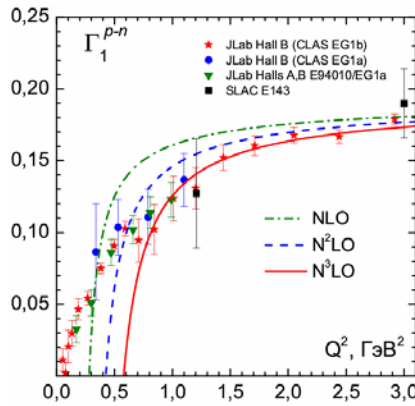


Рисунок 2.2 – Экспериментальные данные по Γ_1^{p-n} совместно с кривыми, соответствующими пертурбативной части правила сумм Bj в различных порядках ТВ

В таблице 2.1 численные значения коэффициента высшего твиста-4 в правилах сумм GLS и Bj приведены совместно со значениями из других работ. Из этой таблицы видно, что полученные нами коэффициенты твиста-4, как и в работе [3] для Bj, с ростом порядка ТВ убывают. При этом невозможно уверенно заключить, что коэффициенты A и B совпадают в пределах их

неопределенности, связанной с фитированием, и погрешностями экспериментального определения. В частности, коэффициент A отрицателен, в двухпетлевом приближении близок к нулю, и продолжает убывать с ростом порядка ТВ; коэффициент B положителен, убывает с ростом порядка исходных пертурбативных разложений, и близок к нулю в четырехпетлевом приближении.

Как это видно в таблице 2.1, полученные нами значения высшего твиста A отличаются знаком от соответствующих значений, содержащихся в других работах. Это связано с выбором нормировки параметра Lambda: нормировка проводилась по значению $\alpha_s(M_Z^2) = 0,1190 \pm 0,0026$. Как показано в работе [3] для Bj, значения высших твистов, полученные в рамках ТВ, очень чувствительны к масштабному параметру Lambda. При непосредственном определении Lambda на основе информации о глубоконеупругом рассеянии этот параметр, как правило, имеет меньшее значение [15], [29]. Например, найденное в [29] значение Lambda соответствует $\alpha_s(M_Z^2) = 0,1132 \pm 0,009$. Наши кривые для I_{GLS} проходят ниже экспериментальных точек, что обусловлено большим значением Lambda (рисунок 2.1). Поэтому при фитировании коэффициент высшего твиста оказывается отрицательным, вследствие чего кривые смещаются вверх.

На рисунках 2.3 и 2.4 представлено данное изменение Q^2 -эволюции правил сумм GLS и Bj, I_{GLS} и Γ_1^{p-n} , рассчитанное с учётом твиста-4 в различных порядках ТВ. Сравнивая зависимости, представленные на рисунке 2.1 (вклад твиста-4 отсутствует) и рисунке 2.3, заметим, что с учётом твиста-4 в правиле сумм GLS кривые фитирования в области $Q^2 \geq 1$ ГэВ² практически совпадают. Таким образом, при использовании NLO, N²LO и N³LO аппроксимаций получается одинаковое описание данных. Из этого следует, в частности, что при использовании четырёхпетлевой коэффициентной функции (1.3) описание экспериментальных данных не улучшается – для анализа достаточно двухпетлевого приближения.

Таблица 2.1 – Коэффициенты твиста-4 в правиле сумм Гросса–Ллевеллина Смита и Бьёркена

Модель и источник информации		Коэффициенты твиста-4 в правиле сумм	
		GLS (A, ГэВ ²)	Bj (B, ГэВ ²)
Правила сумм КХД [23]		0,098 ± 0,049	
Правила сумм КХД [24], [25]			0,063 ± 0,031
Правила сумм КХД [26]		0,158 ± 0,078	0,223 ± 0,118
Правила сумм КХД [27]			0,025 ± 0,012
Инстантонная модель [28]		0,078 ± 0,039	0,087 ± 0,043
Настоящая работа	NLO -порядок ТВ	-0,065 ± 0,044	0,115 ± 0,025
	N ² LO -порядок ТВ	-0,114 ± 0,044	0,050 ± 0,026
	N ³ LO -порядок ТВ	-0,164 ± 0,045	-0,017 ± 0,029

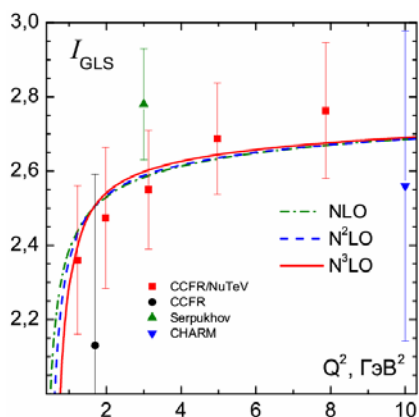


Рисунок 2.3 – Кривые однопараметрического фитирования данных по I_{GLS} в различных (NLO , N^2LO , N^3LO) порядках ТВ. Кривые фитирования практически совпадают во всех порядках

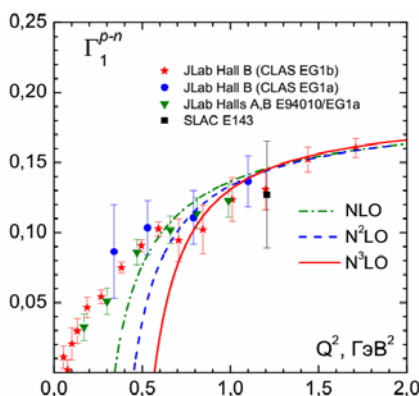


Рисунок 2.4 – Кривые однопараметрического фитирования данных по Γ_1^{p-n} в различных (NLO , N^2LO , N^3LO) порядках ТВ. С ростом числа петель в выражении (1.5) кривые фитирования «синхронно» смещаются в область более низких Q^2 по сравнению с кривыми на рисунке 2.2

Сравнивая кривые, представленные на рисунках 2.2 и 2.4, видим, что, добавляя твист-4, удаётся продвинуться в низкоэнергетической области до $Q^2 \sim 0,5 \div 0,7 \text{ ГэВ}^2$.

Однако и с применением этого правила сумм с учётом вклада от четвёртой петли в выражении (1.5) не удаётся улучшить описание экспериментальных данных по сравнению с описанием в двухпетлевом приближении. Аналогичный вывод ранее был сделан в работе [3], в которой можно найти подробное исследование этого вопроса.

Таким образом, анализируя в четырёхпетлевом приближении правила сумм Гросса–Ллевеллина Смита и Бьёркена вследствие проявления асимптотической структуры ТВ ряда и нефизических сингулярностей пертурбативного инвариантного заряда в низкоэнергетической

области КХД, не удаётся исследовать эти правила сумм в непertурбативной области при $Q^2 < 0,5 \div 0,7 \text{ ГэВ}^2$. Как показано в работе [3], применяя вместо стандартной ТВ аналитическую теорию возмущений, свободную от нефизических сингулярностей, можно описывать экспериментальные JLab-данные вплоть до значений $Q \sim \Lambda$.

Заключение

В КХД для того, чтобы понять поведение рядов и оценить надежность извлечённой информации при сравнении с экспериментальными данными в пертурбативных разложениях физических величин, важно знать, по крайней мере, несколько членов ряда.

В данной работе ТВ-анализ для правила сумм Гросса–Ллевеллина Смита выполнен в четырёхпетлевом приближении, возможность которого появилась с выходом работы [2]. Показано, что в исследуемой области КХД для ТВ ряда вкладами высших порядков (более второго) можно пренебречь (ряд асимптотический), так как при их учёте точность описания экспериментальных данных не увеличивается. Выявлено, что при учёте высших порядков в правиле сумм GLS практически не изменяется Q^2 -зависимость величины I_{GLS} , что обусловлено соответствующим изменением коэффициента твиста-4 (коэффициент отрицателен и растёт по модулю с ростом порядка ТВ).

В результате сравнительного анализа правил сумм GLS и Bj показано, что при описании величины Γ_1^{p-n} с учётом твиста-4 удаётся глубже продвинуться в низкоэнергетическую область, чего не наблюдается при описании правила сумм GLS. Коэффициенты высшего твиста-4 в обоих правилах сумм убывают с ростом порядка ТВ. Значение коэффициента HT в правиле сумм GLS становится отрицательным уже в двухпетлевом приближении; в правиле сумм Bj коэффициент твиста-4 близок к нулю только в четырёхпетлевом приближении. Таким образом, нет оснований заключить, что коэффициенты A и B для сравниваемых правил сумм совпадают.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боголюбов, Н.Н. Квантованные поля / Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. – 3-е изд., доп. – М.: Физматлит, 2005. – 384 с.
2. Baikov, P.A. Adler function, DIS sum rules and Crewther relations / P.A. Baikov, K.G. Chetyrkin, J.H. Kühn // Nucl. Phys. Proc. Suppl. – 2010. – Vol. 205–206. – P. 237–241.
3. Four-loop QCD analysis of the Bjorken sum rule vs data / V.L. Khandramai [et al.] // Phys. Lett. B. – 2012. – Vol. 706. – P. 340–344.

4. *Bjorken, J.D.* Applications of the chiral $U(6) \times (6)$ algebra of current densities / J.D. Bjorken // *Phys. Rev.* – 1966. – Vol. 148 – P. 1467–1478.
5. *Bjorken, J.D.* Inelastic Scattering of Polarized Leptons from Polarized Nucleons / J.D. Bjorken // *Phys. Rev. D.* – 1970. – Vol. 1. – P. 1376–1379.
6. *The Q^2 evolution of the generalized Gerasimov-Drell-Hearn integral for the neutron using a He^3 target* / M. Amarian [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2002. – Vol. 89. – P. 242301.
7. *Measurement of the proton spin structure function $g_1(x, Q^2)$ for Q^2 from 0.15 GeV² to 1.6 GeV² with CLAS* / R. Fatemi [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2003. – Vol. 91. – P. 222002.
8. *Q^2 evolution of the neutron spin structure moments using a He^3 target* / M. Amarian [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 92. – P. 022301.
9. *Experimental determination of the evolution of the Bjorken integral at low Q^2* / A. Deur [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – Vol. 93. – P. 212001.
10. *Measurement of the x - and Q^2 -dependence of the asymmetry A_1 on the nucleon* / K.V. Dharmawardane [et al.] // *Phys. Lett. B.* – 2006. – Vol. 641. – P. 11–17.
11. *Quark-hadron duality in spin structure functions g_1^p and g_1^n* / P.E. Bosted [et al.] // *Phys. Rev. C.* – 2007. – Vol. 75. – P. 035203.
12. *Moments of the spin structure functions g_1^p and g_1^n for $0.05 < Q^2 < 3.0$ GeV²* / Y. Prok [et al.] // *Phys. Lett. B.* – Vol. 672. – P. 12–16.
13. *Gross, D.J.* High-energy neutrino-nucleon scattering, current algebra and partons / D.J. Gross, C.H. Llewellyn Smith // *Nucl. Phys. B.* – 1969. – Vol. 14. – P. 337–347.
14. *Next to next-to-leading order QCD analysis of the revised CCFR data for xF_3 structure function and the higher twist contributions* / A.L. Kataev [et al.] // *Phys. Lett. B.* – 1998. – Vol. 417. – P. 374–384.
15. *Tokarev, M.V.* NNLO QCD analysis of CCFR data on xF_3 structure function and Gross-Llewellyn Smith sum rule with higher twist and nuclear corrections / M.V. Tokarev, A.V. Sidorov // *Nuovo Cim. A.* – 1997. – Vol. 110. – P. 1401–1409.
16. *Review of particle physics* / K. Nakamura [et al.] [Particle Data Group] // *J. Phys. G* – 2010. – Vol. 37. – P. 075021.
17. *Measurement of xF_3 , F_2 structure functions and Gross-Llewellyn-Smith sum rule with IHEP-JINR neutrino detector* / L.S. Barabash [et al.] [IHEP-JINR Neutrino Detector Collab.] // Preprint JINR, Dubna – 1996. – E2-96-308.
18. *Experimental study of the nucleon structure functions and of the gluon distribution from charged current neutrino and anti-neutrinos interactions* / F. Bergsma [et al.] [CHARM Collab.] // *Phys. Lett. B.* – 1983. – Vol. 123 – P. 269–275.
19. *A measurement of the Gross-Llewellyn-Smith sum rule from the CCFR xF_3 structure function* / W.C. Leung [et al.] [CCFR Collab.] // *Phys. Lett. B.* – 1993. – Vol. 317. – P. 655–659.
20. *A Measurement of $\alpha_s(Q^2)$ from the Gross-Llewellyn Smith sum rule* / J.H. Kim [et al.] [CCFR/NuTeV Collab.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1998. – Vol. 81. – P. 3595–3598.
21. *Precision determination of the neutron spin structure function g_1^n* / K. Abe [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – Vol. 79. – P. 26–30.
22. *Measurements of the Q^2 -dependence of the proton and neutron spin structure functions g_1^p and g_1^n* / P.L. Anthony [et al.] // *Phys. Lett. B.* – 2000. – Vol. 493. – P. 19–28.
23. *Braun, V.M.* Power corrections to Bjorken and Gross-Llewellyn Smith sum rules in QCD / V.M. Braun, A.V. Kolesnichenko // *Nucl. Phys. B.* – 1987. – Vol. 283. – P. 723.
24. *Balitsky, I.I.* Power corrections $1/Q^2$ to parton sum rules for deep inelastic scattering from polarized targets / I.I. Balitsky, V.M. Braun, A.V. Kolesnichenko // *Phys. Lett. B.* – 1990. – Vol. 242. – P. 245–250.
25. *Balitsky, I.I.* Erratum: ERRATUM TO: Power corrections $1/Q^2$ to parton sum rules for deep inelastic scattering from polarized targets / I.I. Balitsky, V.M. Braun, A.V. Kolesnichenko // *Phys. Lett. B.* – 1993. – Vol. 318. – P. 648–650.
26. *Ross, G.G.* Improved QCD sum rule estimates of the higher twist contributions to polarized and unpolarized nucleon structure functions / G.G. Ross, R.G. Roberts // *Phys. Lett. B.* – 1994. – Vol. 322. – P. 425–430.
27. *QCD sum rule calculation of twist - three contributions to polarized nucleon structure functions* / E. Stein [et al.] // *Phys. Lett. B.* – 1995. – Vol. 343. – P. 369–376.
28. *Balla, J.* Nucleon matrix elements of higher twist operators from the instanton vacuum / J. Balla, M.V. Polyakov, C. Weiss // *Nucl. Phys. B.* – 1998. – Vol. 510. – P. 327–364.
29. *Blümlein, J.* QCD Analysis of polarized deep inelastic scattering data / J. Blümlein, H. Böttcher // *Nucl. Phys. B.* – 2010. – Vol. 841. – P. 205–230.

Авторы выражают благодарность академику РАН Д.В. Ширкову за поддержку, интерес к этой работе и ценные замечания. Работа выполнена при частичной финансовой поддержке, оказанной в виде грантов РФФИ №11-01-00182 и БРФФИ №Ф10Д-001.

Поступила в редакцию 20.10.11.