

УДК 530.1;539.12

Лептонные распады мезонов и поведение константы КХД в непертурбативной области

В. В. АНДРЕЕВ, А. А. ЮЧКО

Введение

Исследования лептонных распадов адронов всегда были источником информации о электрослабом взаимодействии кварков. Исследования электрослабых распадов адронов дают возможность измерять параметры Стандартной Модели (СМ), а также служат для поисков эффектов новой физики, т.е. физики вне СМ. В частности, при исследованиях адронных распадов определяются элементы матрицы Кабиббо-Кобаяши-Маскава и углы смешивания. Следует отметить, что лептонные распады псевдоскалярных мезонов в моделях с двумя заряженными хиггсовскими бозонами становятся чувствительными к массам этих бозонов.

При исследованиях такого рода требуется учет структуры адронов. Вычисления лептонных констант мезонов с учетом их кварковой структуры проделаны в различных подходах. Результаты таких вычислений значительно отличаются друг от друга и теоретические неопределенности расчетов достаточно велики. Хотя КХД - мотивированному потенциалу, предложенному для описания кваркониев с тяжелыми кварками [1] уже больше 30 лет, тем не менее, задача нахождения межкваркового потенциала до конца не решена. Одним из интересных моментов является поведение бегущей константы сильного взаимодействия $\alpha_s(Q^2)$ в непертурбативной области ($Q < 1$ ГэВ).

В стандартной КХД поведение α_s , рассчитанное вплоть до трехпетлевых поправок в рамках \overline{MS} -схемы, описывается соотношением:

$$\alpha_{\text{QCD}}^{(3)}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln z_Q} \left[1 - \frac{2\beta_1 \ln[\ln z_Q]}{\beta_0^2 \ln z_Q} + \frac{4\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^2 z_Q} \left((\ln[\ln z_Q] - 1/2)^2 + \frac{\beta_2 \beta_0}{\beta_1^2} - \frac{5}{4} \right) \right], \quad (z_Q = \frac{Q^2}{\Lambda^2}). \quad (1)$$

Здесь β -функции определяются уравнениями

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f, \beta_1 = 51 - \frac{19}{3}n_f, \beta_2 = 2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2, \quad (2)$$

а n_f - число кварков с массами меньшими, чем значение параметра Q .

Существуют многочисленные подходы [2-6] (и множество других), в которых поведение константы взаимодействия существенно отличается от общепринятого поведения (1). В рамках струнной модели (см. [7]) сделан вывод, что наиболее предпочтительным поведением является "заморозка" константы α_s , приводящая к $\alpha_{\text{crit.}} = \alpha_s(Q^2 = 0) \leq 0.53 \div 0.60$ [5].

Выводы о поведении α_s , полученные в [5], находятся в противоречии с аналитической теорией возмущений [6, 8], где вместо константы (1), взятой в однопетлевом приближении, предложено использовать выражение

$$\alpha_{\text{an}}^{(1)}(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta_0} \left(\frac{1}{\ln z_Q} + \frac{1}{1 - z_Q} \right), \quad (3)$$

называемое аналитической константой Ширкова - Соловцова.

Аналитическая пертурбативная теория позволяет восстановить свойство аналитичности (и др. свойства) КХД, которое отсутствует в стандартном подходе. Важной особенностью константы (3) является то, что при $Q^2 \rightarrow 0$ константа принимает конечное значение ($\alpha_{\text{crit.}} = \alpha_s(0) = 4\pi/\beta_0 \approx 1.4 \div 1.5$) и не зависит от схем перенормировок в отличие от (1).

Целью данной работы является вычисление лептонных констант псевдоскалярных и векторных мезонов в пуанкаре-ковариантной кварковой модели [9], основанной на точечной форме релятивистской гамильтоновой динамики (РГД). Также исследуется поведение $\alpha_s(Q^2)$ в непертурбативной области, которое является **возможным при условии согласования теоретических вычислений в пуанкаре-ковариантной кварковой модели с современными экспериментальными данными.**

1. Пуанкаре-ковариантная кварковая модель мезонов

В пуанкаре-ковариантной кварковой модели мезон представляется как связанная система двух спинорных частиц: кварка q и антикварка \bar{Q} с массами m_q и m_Q соответственно. Релятивистская гамильтонова динамика отличается от обычной нерелятивистской квантовой механики тем, что генераторы преобразований, из которых строятся операторы наблюдаемых полного коммутирующего набора, должны подчиняться алгебре группы Пуанкаре.

Построение релятивистской квантовомеханической модели связанной системы в РГД начинают с построения модели для системы невзаимодействующих частиц, а затем вводят взаимодействие \hat{V} таким образом, чтобы выполнялось требование пуанкаре-инвариантности, реализуемое в виде алгебры Пуанкаре на множестве динамических наблюдаемых системы.

Задача на собственные значения для оператора массы связанного состояния Ψ с полным импульсом \mathbf{Q} , массой M_Ψ , спином J и проекцией спина μ может быть записана в виде:

$$M |\Psi_{\mathbf{Q}, J, \mu}\rangle = (M_0 + \hat{V}) |\Psi_{\mathbf{Q}, J, \mu}\rangle = M_\Psi |\Psi_{\mathbf{Q}, J, \mu}\rangle. \quad (4)$$

Волновая функция (ВФ) связанной системы в РГД удовлетворяет в общем случае уравнению [10]:

$$\sum_{\ell', s'} \int_0^\infty V_{\ell, s; \ell', s'}^J(k, k') \Phi_{\ell', s'}^{J\mu}(k') k'^2 dk' = (M - M_0) \Phi_{\ell, s}^{J\mu}(k) \quad (5)$$

с редуцированным матричным элементом:

$$\langle \mathbf{P}, k, \ell, s | \hat{V} | \mathbf{P}', k', \ell', s' \rangle = \delta(\mathbf{P} - \mathbf{P}') V_{\ell, s; \ell', s'}^J(k, k'). \quad (6)$$

Как следует из вышеизложенного, модели для описания релятивистской системы в рамках РГД можно отнести к релятивистским потенциальным моделям. Для описания конкретных связанных релятивистских систем необходимо определить потенциал взаимодействия между частицами. Такой выбор потенциалов определяет различные пуанкаре-ковариантные модели.

В нашей модели используется межкварковый потенциал работы [3], который для псевдоскалярных и векторных мезонов представляет сумму:

$$\begin{aligned}\hat{V}(r) &= \hat{V}_{Coulomb}(r) + \hat{V}_{linear}(r) + \hat{V}_{SS}(r), \\ \hat{V}_{Coulomb}(r) &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(r)}{r} = -\frac{4}{3r} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \operatorname{erf}(\tau_k r), \\ \hat{V}_{linear}(r) &= \sigma r \left[\frac{\exp(-b^2 r^2)}{\sqrt{\pi} b r} + \left(1 + \frac{1}{2 b^2 r^2}\right) \operatorname{erf}(b r) \right] + w_0, \\ \hat{V}_{SS}(r) &= -\frac{32 (S_q S_Q)}{9\sqrt{\pi} m_q m_Q} \sum_{k=1}^7 \alpha_k \tau_k^3 \exp(-\tau_k^2 r^2),\end{aligned}\tag{7}$$

$1/\tau_k^2 = 1/\gamma_k^2 + 1/b^2$, $\operatorname{erf}(x)$ – функция ошибок, $S_{q, Q}$ – операторы спинов кварков. Появление параметра w_0 обусловлено ненулевыми значениями глюонных и кварковых конденсатов.

Для получения потенциала (7) применена процедура "размазки" [3] с параметром b по рецепту

$$\bar{f}(r) = \frac{b^3}{\pi^{3/2}} \int dr' \exp[-b(r-r')^2] f(r').\tag{8}$$

и феноменологическое описание поведения бегущей константы сильного взаимодействия, удобное для аналитических расчетов [3]:

$$\alpha_s(Q^2) = \sum_{k=1}^{n=7} \alpha_k \exp[-Q^2 / (4\gamma_k^2)].\tag{9}$$

В отличие от работы [3], количество слагаемых увеличено до 7 и учтено, что современное "нормированное" значение α_s [11]:

$$\alpha_s(M_Z^2) = 0.1187 \pm 0.002.\tag{10}$$

С помощью процедуры фитирования с весовыми коэффициентами константы (1) и выражением (9), нами получены 14 наборов параметров, имитирующих поведение бегущей константы, отличающихся значением $\alpha_{crit.}$ (см. таблицу 1) и соответственно поведением в непертурбативной области. Основным требованием для этих наборов было требования максимального соответствия константе α_{QCD} (1), начиная с некоторого значения $Q_0 = 0.5 \div 1.0$ ГэВ. В таблице 1 указано критическое значение $\alpha_{crit.}$ и значение χ^2 , полученного в результате фитирования.

Сравнительное поведение констант связи, определяемых уравнениями (1) и различными режимами поведения эффективной константы (9), отображено на Рис. 1, где квадратиками отображены экспериментальные значения бегущей константы связи.

2. Лептонные константы распадов мезонов в пуанкаре-ковариантной модели

В работе [12] с помощью метода базисных спиноров [13] получены интегральные представления для лептонных констант распадов псевдоскалярных и векторных мезонов f_P, f_V в рамках пуанкаре-ковариантной модели, основанной на точечной форме

Таблица 1 — Наборы константы (9) с различными $\alpha_{crit.}$.

№	$\alpha_{crit.}$	χ^2	№	$\alpha_{crit.}$	χ^2
1	0.9742 ± 0.0442	0.0096	8	4.4316 ± 0.5531	0.0186
2	1.0992 ± 0.0287	0.0088	9	5.6977 ± 0.7747	0.0167
3	1.5919 ± 0.0753	0.0112	10	8.8306 ± 0.9491	0.0109
4	1.8665 ± 0.0649	0.0119	11	12.0291 ± 1.0031	0.0105
5	2.3835 ± 0.1199	0.0117	12	16.2291 ± 1.1375	0.0106
6	2.7831 ± 0.1859	0.0120	13	20.4911 ± 1.3388	0.0110
7	3.5708 ± 0.3611	0.0170	14	21.8785 ± 1.4148	0.0112

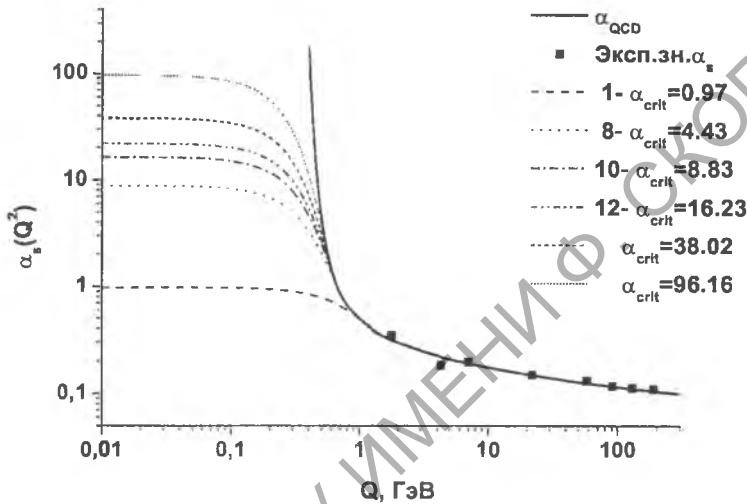


Рисунок 1 — Зависимость бегущей константы сильного взаимодействия для (1) и (9).

РГД:

$$f_P(m_q, m_Q) = \frac{N_c}{\pi\sqrt{2}} \int_0^\infty dk k^2 \psi^P(k) \sqrt{\frac{M_0^2 - (m_q - m_Q)^2}{\omega_{m_q}(k)\omega_{m_Q}(k)} \frac{(m_q + m_Q)}{M_0^{3/2}}}, \quad (11)$$

$$f_V(m_q, m_Q) = \frac{N_c}{\sqrt{2}\pi} \int_0^\infty \psi^V(k) k^2 \frac{\sqrt{(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)}}{\sqrt{\omega_{m_q}(k) + \omega_{m_Q}(k)} \omega_{m_q}(k) \omega_{m_Q}(k)} \times \left(1 + \frac{k^2}{3(\omega_{m_q}(k) + m_q)(\omega_{m_Q}(k) + m_Q)} \right), \quad (12)$$

где N_c -число цветов кварков. Совпадающее с (11) выражение получено в [14] в мгновенной форме РГД. Оба интегральных представления (11) и (12) в нерелятивистском случае переходят в классические выражения, в которых константы прямо пропорциональны волновой функции мезона в координатном пространстве в точке $r = 0$.

3. Выбор параметров модели

Для численных расчетов различных характеристик псевдоскалярных и векторных мезонов необходимы волновые функции $\psi^{P,V}(k)$. Потенциал пуанкаре-

ковариантной модели (7) имеет следующие свободные параметры: параметр натяжения глюонной струны σ , параметр размазки b и параметр, связанный с кварковыми и глюонными конденсатами w_0 . Также параметрами являются массы кварков и константа $\alpha_{\text{crit.}}$, характеризующая поведение эффективной константы КХД и которая связана с различными наборами α_k, γ_k . Расчет волновых функций произведется путем решения приближенного решения уравнения (5) с потенциалом (7) вариационным методом, используя волновые функции осцилляторного и кулоновского (для B -мезонов) типов.

Параметр линейной части потенциала в большом количестве моделей лежит в пределах $\sigma = 0.18 \div 0.20 \text{ ГэВ}^2$ (см. [3, 15]). В наших расчетах полагаем, что

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = 0.19 \pm 0.01 \text{ ГэВ}^2. \quad (13)$$

Используя экспериментальные данные для π^\pm, ρ^\pm и π^0, ρ^0 -мезонов [11]

$$\begin{aligned} M_{\pi^+} &= 139.56995 \pm 0.00035 \text{ МэВ}, \quad M_{\pi^0} = 134.9766 \pm 0.0006 \text{ МэВ}, \\ M_{\rho^+} &\approx M_{\rho^0} = 775.5 \pm 0.4 \text{ МэВ}, \\ f_{\pi^\pm}^P &= 130.7 \pm 0.1 \pm 0.36 \text{ МэВ}, \quad f_{\rho^0}^V = 156.2 \pm 1.2 \text{ МэВ}, \end{aligned} \quad (14)$$

где последнее соотношение получено из экспериментального значения ширины $\Gamma_{\rho^0} = 7.02 \pm 0.11 \text{ КэВ}$ для распада $\rho^0 \rightarrow e^+e^-$ [11], строим две системы уравнений:

$$\begin{cases} \partial M_P(\beta, \dots) / \partial \beta = 0, \quad M_{\pi^0}(\beta, \dots) = M_{\pi^0} \pm \Delta M_{\pi^0}, \\ M_V^{S=1}(\beta, \dots) - M_P^{S=0}(\beta, \dots) = M_{\rho^0} - M_{\pi^0} \pm \delta M_{\rho^0-\pi^0}, \\ f_V(m_u, m_d, \beta) = f_{\text{exp}}^{\rho^0} \pm \Delta f_{\text{exp}}^{\rho^0}, \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \partial M_P(\beta, \dots) / \partial \beta = 0, \quad M_{\pi^\pm}(\beta, \dots) = M_{\pi^\pm} \pm \Delta M_{\pi^\pm}, \\ M_V^{S=1}(\beta, \dots) - M_P^{S=0}(\beta, \dots) = M_{\rho^\pm} - M_{\pi^\pm} \pm \delta M_{\rho^\pm-\pi^\pm}, \\ f_P(m_u, m_d, \beta) = f_{\text{exp}}^{\pi^\pm} \pm \Delta f_{\text{exp}}^{\pi^\pm}. \end{cases} \quad (16)$$

В зависимости от поведения бегущей константы сильного взаимодействия $\alpha_s(Q^2)$, решение систем уравнений (15) и (16) приводит к ограничениям для масс u, d -кварков с учетом экспериментальных и теоретических погрешностей. Аналогичная процедура для $K^+(u\bar{s})$ и $K^*(\bar{u}s)$ -мезонов, с учетом экспериментальных данных [11]:

$$\begin{aligned} M_{K^+} &= 493.677 \pm 0.016 \text{ МэВ}, \quad f_{\text{exp}}^{K^\pm} = 159.8 \pm 1.4 \pm 0.44 \text{ МэВ}, \\ M_V^{S=1} - M_P^{S=0} &= M_{K^*} - M_{K^\pm} = 397.983 \pm 0.2605 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (17)$$

и значений массы u -кварка приводят к результатам, представленным в Таблице 2.

Следует отметить, что при $\alpha_{\text{crit.}} > 21.8785$ система уравнений не имеет решений, удовлетворяющих существующим экспериментальным значениям (14). Таким образом, в пуанкаре-ковариантной модели существует ограничение на рост бегущей константы сильного взаимодействия.

Для ограничения масс тяжелых c, b -кварков, используем данные для $c\bar{c}$ (η_c и J/ψ -мезоны) и $b\bar{b}$ (η_b и $\gamma(1S)$ мезоны) систем:

$$\begin{aligned} M_\eta &= 2980.4 \pm 1.2 \text{ МэВ}, \quad M_{J/\psi} = 3096.916 \pm 0.011 \text{ МэВ}, \\ M_{\gamma(1S)} &= 9460.30 \pm 0.26 \text{ МэВ}, \quad M_V^2 - M_P^2 = 566.45 \pm 20.85 \text{ МэВ}. \end{aligned} \quad (18)$$

В этом случае, поскольку эти системы состоят из частиц одинаковой массы, для фиксации масс кварков достаточно использовать экспериментальные данные для лептонных распадов векторных состояний

$$f_{\gamma(1S)}^V = 238.4 \pm 1.6 \text{ МэВ}, \quad f_{J/\psi}^V = 277.6 \pm 4 \text{ МэВ}. \quad (19)$$

Таблица 2 — Разрешенные значения масс u, d, s -кварков для режимов поведения α_s .

№	$\alpha_{\text{crit.}}$	m_u , МэВ	m_d МэВ	m_s МэВ
1	0.9742 ± 0.0442	77.1 ± 1.0	406.7 ± 5.3	841.8 ± 65.3
2	1.0992 ± 0.0287	80.7 ± 0.9	403.3 ± 4.4	838.8 ± 58.0
3	1.5919 ± 0.0753	92.1 ± 1.2	391.9 ± 5.3	822.7 ± 68.4
4	1.8665 ± 0.0649	97.3 ± 1.2	386.6 ± 4.7	815.1 ± 62.5
5	2.3835 ± 0.1199	105.5 ± 1.5	378.1 ± 5.3	800.4 ± 69.2
6	2.7831 ± 0.1859	111.0 ± 1.7	372.5 ± 5.9	790.4 ± 75.4
7	3.5708 ± 0.3611	120.0 ± 2.3	363.3 ± 7.0	773.4 ± 86.9
8	4.4316 ± 0.5531	128.4 ± 2.8	354.9 ± 7.6	758.0 ± 92.9
9	5.6977 ± 0.7747	139.0 ± 3.1	344.6 ± 7.6	739.0 ± 92.3
10	8.8306 ± 0.9491	159.8 ± 2.9	324.7 ± 5.9	700.6 ± 73.0
11	12.0291 ± 1.0031	177.2 ± 2.7	308.2 ± 4.6	666.1 ± 59.1
12	16.2291 ± 1.1375	198.3 ± 2.6	288.1 ± 3.8	621.1 ± 48.5
13	20.4911 ± 1.3388	224.8 ± 2.8	262.3 ± 3.3	561.0 ± 39.8
14	21.8785 ± 1.4148	243.8 ± 3.0	243.9 ± 3.0	517.6 ± 35.0

Решение систем уравнений, аналогичных уравнениям (16), приводит к ограничениям масс c, b -кварков, представленных в Таблице 3.

4. Определение оптимального $\alpha_{\text{crit.}}$

Для окончательной фиксации масс кварков необходимо выбрать значение $\alpha_{\text{crit.}}$. В качестве основного критерия выбора используем критерий χ^2 . Используя экспериментальные значения

$$f_{B^+}^P = 176_{-23}^{+28+20} \text{ МэВ}, f_D^P = 222.6 \pm 16_{-3.4}^{+2.8} \text{ МэВ}, f_{D_s}^P = 294 \pm 27 \text{ МэВ} \quad (20)$$

и вычисления лептонных констант псевдоскалярных мезонов в рамках пуанкаре - ковариантной модели, находим зависимость $\chi^2(\alpha_{\text{crit.}})$ от режимов поведения α_s , которая представлена в таблице 4 вместе с вероятностями принятия модели P в %.

Анализ данных Таблицы 4 показывает, что минимальное значение χ^2 и, соответственно, максимальную вероятность принятия P имеет режим с $\alpha_{\text{crit.}} = 3.5708 \pm 0.3611$ (№ = 7). Однако необходимо отметить, что модели № = 3 – 6, 8 – 9 имеют также достаточно большие вероятности и не могут однозначно отброшены, так как их $\chi^2 \leq 1$.

Таким образом, с учетом вышеизложенной процедуры имеем следующие параметры пуанкаре-ковариантной модели для описания свойств псевдоскалярных и векторных мезонов:

$$\begin{aligned} \sigma &= \bar{\sigma} \pm \Delta\sigma = 0.19 \pm 0.01 \text{ ГэВ}^2, \quad \alpha_{\text{crit.}} = 3.5708 \pm 0.3611 \\ m_u &= 120.0 \pm 2.3 \text{ МэВ}, \quad m_d = 363.3 \pm 7.0 \text{ МэВ}, \quad m_s = 773.4 \pm 86.9 \text{ МэВ}, \\ m_c &= 1.485 \pm 0.095 \text{ ГэВ}, \quad m_b = 4.710 \pm 0.202 \text{ ГэВ}. \end{aligned} \quad (21)$$

Остальные параметры потенциала определяются из требования соответствия экспериментальным данным. Поскольку в качестве исходных данных выбора параметров были использованы экспериментальные значения для масс псевдоскалярных $\pi^{\pm,0}, K^{\pm}, B^{\pm}, D, D_s, \eta_c$ - мезонов и векторных $\rho^{\pm,0}, K^*, D^{*\pm}, D_{s1}, J/\psi, \gamma(1S)$ - мезонов, а также

Таблица 3 — Разрешенные значения масс c , b -кварков для режимов поведения α_s .

№	$\alpha_{\text{crit.}}$	m_c , ГэВ	m_b , ГэВ
1	0.9742 ± 0.0442	1.396 ± 0.083	4.851 ± 0.237
2	1.0992 ± 0.0287	1.407 ± 0.078	4.833 ± 0.245
3	1.5919 ± 0.0753	1.432 ± 0.087	4.794 ± 0.221
4	1.8665 ± 0.0649	1.443 ± 0.083	4.775 ± 0.229
5	2.3835 ± 0.1199	1.459 ± 0.087	4.751 ± 0.219
6	2.7831 ± 0.1859	1.469 ± 0.090	4.735 ± 0.212
7	3.5708 ± 0.3611	1.485 ± 0.095	4.710 ± 0.202
8	4.4316 ± 0.5531	1.500 ± 0.098	4.687 ± 0.196
9	5.6977 ± 0.7747	1.519 ± 0.099	4.657 ± 0.192
10	8.8306 ± 0.9491	1.558 ± 0.093	4.596 ± 0.199
11	12.0291 ± 1.0031	1.591 ± 0.087	4.548 ± 0.203
12	16.2291 ± 1.1375	1.626 ± 0.084	4.497 ± 0.203
13	20.4911 ± 1.3388	1.657 ± 0.083	4.457 ± 0.201
14	21.8785 ± 1.4148	1.666 ± 0.083	4.445 ± 0.201

Таблица 4 — значения $\chi^2(\alpha_{\text{crit.}})$ и вероятности принятия модели для режимов поведения

α_s	№	$\alpha_{\text{crit.}}$	$\chi^2(\alpha_{\text{crit.}})$	P , %	№	$\alpha_{\text{crit.}}$	$\chi^2(\alpha_{\text{crit.}})$	P , %
	1	0.9742 ± 0.0442	1.770	62.1	8	4.4316 ± 0.5531	0.176	98.1
	2	1.0992 ± 0.0287	1.559	66.9	9	5.6977 ± 0.7747	0.422	93.6
	3	1.5919 ± 0.0753	0.802	84.9	10	8.8306 ± 0.9491	1.582	66.4
	4	1.8665 ± 0.0649	0.588	90.0	11	12.0291 ± 1.0031	3.286	35.0
	5	2.3835 ± 0.1199	0.296	96.1	12	16.2291 ± 1.1375	6.077	10.8
	6	2.7831 ± 0.1859	0.179	98.1	13	20.4911 ± 1.3388	10.399	1.5
	7	3.5708 ± 0.3611	0.110	99.0	14	21.8785 ± 1.4148	13.882	0.3

лептонные константы $f_{\pi^\pm}^P, f_{K^\pm}^P, f_{\rho^0}^V, f_{J/\psi}^V, f_{\gamma(1S)}^V$, то естественно, что модельные и экспериментальные значения совпадают в пределах экспериментальных ошибок.

5. Константы лептонных распадов псевдоскалярных тяжелых мезонов и векторных ω и ϕ -мезонов

Используя выражение (11) и параметры межкваркового потенциала (21), проведем расчеты для тяжелых мезонов с учетом имеющихся теоретических и экспериментальных неопределенностей. Результаты этих вычислений и сравнение их с расчетами в других моделях представлены в Таблицах 5 и 6.

Таблица 5 — Лептонные константы B и D -мезонов

Модели	f_{B^+}	f_D	f_{D_s}
В этой работе	168.5 ± 5.7	219.5 ± 9.1	301.1 ± 23.9
Решеточные вычисления	160^{+59}_{-25} [16]	194^{+68}_{-11} [16]	212^{+50}_{-11} [16]
	157^{+69}_{-20} [17]	192^{+42}_{-19} [17]	240^{+30}_{-25} [18]
	179^{+52}_{-27} [19]	211^{+16}_{-26} [19]	231^{+20}_{-13} [19]
Правила сумм	206 ± 20 [20]	195 ± 20 [20]	230 ± 23 [20]
	188 ± 9 [21]	218 ± 31 [21]	251 ± 30 [21]
Другие модели	178 ± 15 [22]	243 ± 25 [22]	266 ± 25 [22]
	184.1 [23]	215.3 [23]	252.8 [23]
	230.5 ± 34.6 [24]	182.4 ± 27.4 [24]	199.4 ± 30.0 [24]
	172 [25]	191 [25]	206 [25]
Эксперимент	176^{+28+20}_{-23-19} [11]	$222.6 \pm 16^{+2.8}_{-3.4}$ [11]	294 ± 27 [11]

Поскольку извлечение констант $f_{B_{c,s}}$ в настоящее время является проблематичным, то соответствие теоретических расчетов и экспериментальных данных, представленных в таблице 5, может служить косвенным тестом правильности лептонных констант B_c и B_s -мезонов.

Таблица 6 — Лептонные константы B_s и B_c -мезонов

Модели	f_{B_s}	f_{B_c}
В этой работе	$340.9^{+26.7}_{-28.8}$	$442.6^{+32}_{-35.4}$
Решеточные вычисления	185^{+46}_{-10} [16]	
	175^{+40}_{-36} [26]	
	171^{+71}_{-21} [17]	
	204^{+52}_{-16} [19]	
Правила сумм	232 ± 25 [27]	
Другие модели	196 ± 20 [22]	
	220.6 [23]	
	244.7 ± 36.7 [24]	432.7 ± 64.9 [24]
	196 [25]	
Эксперимент		

Константы распадов ω и ϕ -мезонов в лептонную пару имеют вид:

$$f_{\phi}^V = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\cos \theta_V - \sqrt{2} \sin \theta_V \right) \left[e_u f^V(m_u, \beta) + e_d f^V(m_d, \beta) \right] - \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sqrt{2} \cos \theta_V + \sin \theta_V \right) e_s f^V(m_s, \beta), \quad (22)$$

$$f_{\omega}^V = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\sqrt{2} \cos \theta_V + \sin \theta_V \right) \left[e_u f^V(m_u, \beta) + e_d f^V(m_d, \beta) \right] + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\cos \theta_V - \sqrt{2} \sin \theta_V \right) e_s f^V(m_s, \beta), \quad (23)$$

где функция $f^V(m, \beta)$ определяется соотношением (12), а $e_{u,d,s}$ - заряды соответствующих кварков.

Поскольку массы кварков в нашей модели зафиксированы, то с помощью экспериментальных данных [11]

$$\begin{aligned} M_{\eta} &= 1294.0 \pm 4.0 \text{ МэВ}, \quad M_{\phi} = 1019.46 \pm 0.019 \text{ МэВ}, \\ M_{\eta'} &= 957.78 \pm 0.14 \text{ МэВ}, \quad M_{\omega} = 782.65 \pm 0.12 \text{ МэВ} \end{aligned} \quad (24)$$

и решения соответствующих систем уравнений найдем остальные параметры модели, включая параметр волновой функции β для соответствующих мезонов.

Используя для численных расчетов углы смешивания, близкие к данным из [28] $\theta_V = 32.74^\circ$, получаем хорошее согласие с экспериментальными данными, а именно:

$$f_{\phi}^V = 71.1 \pm 3.6 \text{ МэВ}, \quad f_{\omega}^V = 46.0 \pm 3.6 \text{ МэВ}. \quad (25)$$

Заключение

В рамках пуанкаре-ковариантной кварковой модели, основанной на точечной форме РГД, рассчитаны лептонные константы псевдоскалярных и векторных мезонов. Заметим, что расчеты проведены с достаточно высокой, по сравнению с другими моделями, точностью. При этом, в отличие от них, где величина параметра σ фиксирована, в наши расчеты включена его неопределенность (13). Существенным отличием данной модели от других является более высокое значение лептонной константы f_{B_s} .

Современные значения лептонных констант и масс указывают на возможное поведение константы α_s с $\alpha_{\text{crit.}} = \alpha_s(Q^2 = 0) \geq 1.5$, а также на существование верхнего предела для $\alpha_{\text{crit.}}$. Такое поведение расходится с поведением бегущей константы, используемой в работах [4, 5], но не противоречит поведению аналитической константы Ширкова-Соловцова(3) [6, 8]. Включение в анализ большего числа характеристик мезонов позволит провести более однозначную оценку поведения бегущей константы сильного взаимодействия.

Abstract. Lepton decay of mesons and the behavior of the KHD constant in non-perturbation areas are considered in the paper. In the framework of Poincaré covariant quark model which is based on RHD the lepton decay constant of pseudo-scalar and vector mesons are calculated. Behavior of running coupling constant $\alpha_s(Q^2)$ on the region with $Q < 1$ GeV is obtained in this model by means of phenomenological parametrization. Possible behaviour of α_s with $\alpha_{\text{crit.}} = \alpha_s(Q^2 = 0) \geq 1.5$ which follows from experimental values of lepton decay constant and masses is also considered.

Литература

1. Spectrum of Charmed Quark-Antiquark Bound States / E. Eichten, T. Kinoshita, K. Gottfried [et al.] // *Phys.Rev.Lett.* — 1975. — V. 34. — P. 369–372.
2. Richardson, J. L. The Heavy quark potential and the Υ , J/Ψ systems / J. L. Richardson // *Physics Letters.* — 1979. — V. 82B, № 2. — P. 272–274.
3. Godfrey, S. Mesons in a relativized quark model with chromodynamics / S. Godfrey, N. Isgur // *Phys. Rev.* — 1985. — V. D32. — P. 189–231.
4. Dokshitzer, Y. L. Specific features of heavy quark production. LPHD approach to heavy particle spectra / Y. L. Dokshitzer, V. A. Khoze, S. I. Troian // *Phys. Rev.* — 1996. — V. D53. — P. 89–119.
5. Badalian, A. M. Freezing of QCD coupling $\alpha(s)$ affects the short distance static potential / A. M. Badalian, D. S. Kuzmenko // *Phys. Rev.* — 2002. — V. D65. — P. 016004.
6. Shirkov, D. V. Analytic model for the QCD running coupling with universal $\alpha(s)\text{-bar}(0)$ value / D. V. Shirkov, I. L. Solovtsov // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — V. 79. — P. 1209–1212.
7. Kalashnikova, Y. S. QCD string in light-light and heavy-light mesons / Y. S. Kalashnikova, A. V. Nefediev, Y. A. Simonov // *Phys. Rev.* — 2001. — V. D64. — P. 014037.
8. Milton, K. A. An analytic method of describing R -related quantities in QCD / K. A. Milton, I. L. Solovtsov, O. P. Solovtsova // *Mod. Phys. Lett.* — 2006. — V. A21. — P. 1355–1368.
9. Андреев, В. В. Электрослабые характеристики адронов в релятивистских кварковых моделях / В. В. Андреев, Н. В. Максименко, О. М. Дерюжкова // *Вестник Фонда Фундаментальных Исследований.* — 1999. — № 3. — С. 14–31.
10. Keister, B. D. Relativistic Hamiltonian dynamics in nuclear and particle physics / B. D. Keister, W. N. Polyzou // *Adv. Nucl. Phys.* — 1991. — V. 20. — P. 225–479.
11. Review of Particle Physics / W.-M. Yao, C. Amsler, D. Asner [et al.] // *Journal of Physics G.* — 2006. — V. 33. — P. 1. <http://pdg.lbl.gov>.
12. Андреев, В. В. Описание лептонных распадов в рамках пуанкаре-ковариантной кварковой модели / В. В. Андреев // *Весті НАН Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук.* — 2000. — № 2. — С. 93–98.
13. Андреев, В. В. Методы вычисления амплитуд в квантовополевых теориях и моделях / В. В. Андреев. — Гомель: УО “Гомельский государственный университет им.Ф. Скорины”, 2004. — 235 с.
14. Крутов, А. Ф. Электрослабые свойства легких мезонов в релятивистской модели составных кварков / А. Ф. Крутов // *ЯФ.* — 1997. — Т. 60, № 8. — С. 1442–1450.
15. Полулептонные распады псевдоскалярных мезонов в мгновенной форме релятивистской гамильтоновой динамики / Е. Баландина, А. Ф. Крутов, В. Е. Троицкий, О. И. Шпро // *ЯФ.* — 2000. — Т. 63, № 2. — С. 301–311.
16. Baxter, R. M. Quenched heavy light decay constants / R. M. Baxter [et al.] // *Phys. Rev.* — 1994. — V. D49. — P. 1594–1605.
17. Bernard, C. W. Lattice determination of heavy-light decay constants / C. W. Bernard [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — V. 81. — P. 4812–4815.
18. Draper, T. Status of heavy quark physics on the lattice / T. Draper // *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* — 1999. — V. 73. — P. 43–57.
19. Becirevic, D. Non-perturbatively improved heavy-light mesons: Masses and decay constants / D. Becirevic [et al.] // *Phys. Rev.* — 1999. — V. D60. — P. 074501.
20. Penin, A. A. Heavy-light meson decay constant from QCD sum rules in three-loop approximation / A. A. Penin, M. Steinhauser // *Phys. Rev.* — 2002. — V. D65. — P. 054006.

21. Narison, S. Extracting $m\text{-}\bar{c}(M(c))$ and $f(D/s, B)$ from the pseudoscalar sum rules / S. Narison // Nucl. Phys. Proc. Suppl. — 1999. — V. 74. — P. 304–308.
22. Ebert, D. Decay constants of heavy-light mesons in the relativistic quark model / D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin // Mod. Phys. Lett. — 2002. — V. A17. — P. 803–808.
23. Cardarelli, F. Hard constituent quarks and electroweak properties of pseudoscalar mesons / F. Cardarelli [et al.] // Phys. Lett. — 1994. — V. B332. — P. 1–7.
24. Colangelo, P. Relativistic bound-state effects in heavy-meson physics / P. Colangelo, G. Narduli, M. Pietroni // Phys. Rev. — 1991. — V. D43, № 9. — P. 3002–3010.
25. Ivanov, M. A. Leptonic and semileptonic decays of pseudoscalar mesons / M. A. Ivanov, P. Santorelli // Phys. Lett. — 1999. — V. B456. — P. 248–255.
26. Ali Khan, A. B meson decay constants from NRQCD / A. Ali Khan [et al.] // Phys. Lett. — 1998. — V. B427. — P. 132–140.
27. Jamin, M. $f(B)$ and $f(B/s)$ from QCD sum rules / M. Jamin, B. O. Lange // Phys. Rev. — 2002. — V. D65. — P. 056005.
28. Jaus, W. Relativistic constituent quark model of electroweak properties of light mesons / W. Jaus // Phys. Rev. — 1991. — V. D44. — P. 2851–2859.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступило 12.05.08

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ