

Моделирование и анализ транспортных сетей с учётом случайных параметров их функционирования

Е. И. СУКАЧ, П. В. ГИРУЦ, Д. В. РАТОБЫЛЬСКАЯ

Введение. Существует ряд задач, решаемых при исследовании транспортных сетей (ТС) и их потоков. Классическими задачами в этой области являются определение кратчайшего (наиболее выгодного) пути в ТС и нахождение максимальной величины потока [1]. Однако решение указанных задач становится возможным при определенных ограничениях ТС и их участков.

В классической постановке задачи определения кратчайшего пути между заданными пунктами ТС предполагается постоянная величина характеристик участков ТС. Если такой характеристикой является длина участков, то алгоритм, основанный на аналитических расчетах [1], позволяет найти кратчайший путь. Однако выбор кратчайшего пути в смысле времени перемещения транспортных средств, стоимости и общей эффективности организации транспортного процесса требует разработки специальных методов, позволяющих учесть случайный характер этих величин.

Применение алгоритма Форда-Фалкерсона [1] при определении максимального потока требует, чтобы пропускные способности участков были постоянными (целыми) величинами. В общем случае, пропускная способность участка ТС зависит от длины этого участка ТС, скорости движения транспортных средств по участку и их количества, которое может поместиться на участке ТС. На практике скорости движения транспортных средств не являются постоянными, также не является постоянным количество транспортных средств, которое может поместиться на участке ТС, в силу различных габаритных размеров транспортных средств, а также в силу вероятностного характера дистанции между транспортными средствами, поэтому и пропускная способность участка ТС имеет случайный характер. Таким образом, предположение о случайном характере величины пропускной способности ветви ТС входит в противоречие с классической постановкой задачи о нахождении максимального потока в ТС.

При решении обеих задач рассматриваются только один пункта начала движения транспортных средств (исток) и только один пункта окончания движения (сток). В реальной ТС крайне редко встречается такая ситуация. Как правило, ТС имеют некоторое множество пунктов начала движения, а также некоторое множество пунктов окончания движения. Поэтому определить кратчайший путь в выбранном направлении и найти интегральный транзитный поток, максимально загружающий ТС, используя известные аналитические алгоритмы, не представляется возможным, так как последние рассматривает случай единственного потока в ТС.

В виду изложенного можно сделать вывод о том, что классические задачи о нахождении максимального потока и наиболее выгодного пути ТС соответствует частным случаям задачи моделирования транспортных потоков исследуемой ТС, а их решения представляют лишь возможные варианты решений, соответствующие некоторым реализациям алгоритмов для случайно заданных параметров.

В статье предлагается единый подход к исследованию ТС, функционирующих в условиях случайных воздействий, основанный на сочетании аналитических алгоритмов решения классических задач с методом статистических испытаний Монте-Карло. Приводится пример определения наиболее эффективного максимального потока ТС города Гомеля с использованием модифицированного алгоритма Форда-Фалкерсона [2].

Методика исследования транспортных сетей с учётом вероятностного характера их функционирования. ТС описывается графом $G(N, U)$, узлами которого $\{N\}$ являются пе-

ресечения дорог, где транспортные средства могут изменить направление. Ребра графа $\{U\}$, представляющие участки дорог, характеризуются пропускной способностью ($C = \|c_{ij}\|$), длиной ($L = \|l_{ij}\|$), стоимостью перемещения транспортных средств ($Q = \|q_{ij}\|$), временем перемещения транспортных средств ($T = \|t_{ij}\|$). Значения матриц пропускной способности и длины являются постоянными величинами. Значения матриц стоимости и времени движения изменяются и задаются соответствующими функциями распределения ($FQ_{ij}(\varphi)$ и $FT_{ij}(\tau)$), полученными путём обработки статистических эмпирических данных. Транспортный поток (ТП) сети имеет свою величину и структуру. Величина ТП определяется количеством транспортных средств, а структура задаётся множеством транзитных потоков, имеющих свои входы $\{Z\}$ и выходы $\{Y\}$. При проведении исследования ТС решаются две задачи: определение кратчайшего пути; нахождение эффективного максимального потока и его распределения.

Первая задача предполагает выбор критерия оценки пути для заданного истока ($z \in Z$) и стока ($y \in Y$). Это может быть минимальное время (T_{zy}), стоимость (Q_{zy}) либо наилучший комплексный показатель эффективности пути (F_{zy}). Не нарушая общности рассуждений, можно рассмотреть метод решения задачи для одного из перечисленных критериев, например, времени. Первым шагом при решении указанной задачи является проведение l -ой реализации имитационного эксперимента (ИЭ), при которой методом Монте-Карло разыгрываются случайные значения времени перемещения из i -ого узла сети в j -ый ($t_{ij} \forall i, j$, где $u_{ij} \in U$). После этого задача выбора наиболее выгодного пути в смысле времени перемещения становится классической, и для её решения используется известный аналитический алгоритм. Полученное решение представляет собой одну из возможных траекторий движения транспортных средств (KP_{zyl}) для выбранных z и y , имеющую минимальное значение времени движения (T_{zyl}). Проведение серии ИЭ для $l = \overline{1, M}$ позволяет сформировать выборки размера M , включающие множество траекторий $\{KP_{zyl}\}$ и времен их реализации $\{T_{zyl}\}$. Среднее значение элементов выборки $\{T_{zyl}\}$ определяет минимальное время перемещения ($\overline{T_{zy}}$), а рассмотрение выборки траекторий движения позволяет сформировать интегральную траекторию движения ($\overline{IKP_{zy}}$) и упорядочить все траектории по вероятности.

Вторая задача решается с учётом внутренних потоков, которые отнимают некоторую часть ресурсов сети, уменьшая величину пропускных способностей участков. Величина внутренних потоков является случайной и задаётся функциями распределения $FV_{ij}(\lambda)$. Для выбранного истока ($z \in Z$) и стока ($y \in Y$) в l -ой реализации ИЭ значения пропускных способностей определяются по формуле $c'_{ij} = c_{ij} - vn_{ij}$, где vn_{ij} – величина внутреннего потока на участке, полученная методом Монте-Карло по соответствующей функции распределения. Далее задача нахождения максимального потока становится детерминированной, и для её решения используется модифицированный алгоритм Форда-Фалкерсона. На каждой итерации этого алгоритма для насыщения из всех возможных путей выбирается путь, обеспечивающий минимальное значение показателя Φ , который определяется по формуле:

$$\Phi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N f_{ij}, \quad f_{ij} = \delta_1 \cdot l_{ij} + \delta_2 \cdot \frac{l_{ij}}{x_{ij}} + \delta_3 \cdot q_{ij} \cdot l_{ij}, \quad \text{где } \delta_i \in [0;1] \quad \text{коэффициенты важности } i\text{-того параметра}$$

в общем интегральном показателе. Результаты расчётов позволяют найти наиболее эффективный максимальный поток φ_{zyl} , оценить его эффективность Φ_{zyl} и указать вариант распределения этого потока по сети $X_{zyl} = \|x_{ijl}\|$, соответствующие случайным параметрам l -ой реализации ИЭ. По результатам серии ИЭ для $l = \overline{1, M}$ формируются выборки, включаю-

щие значения максимального потока $\{\varphi_{zyl}\}$, эффективности потока $\{\Phi_{zyl}\}$ и варианты его распределения в ТС $\{X_{zyl}\}$ для заданного истока и стока. Путем усреднения указанных элементов выборок определяются итоговые значения максимального потока $\overline{\varphi_{zy}}$, его эффективности $\overline{\Phi_{zy}}$ и распределения по ТС $\overline{X_{zy}}$.

В том случае, если при исследовании ТС рассматривается транзитный ТП, имеющий множество пунктов отправления Z и множество пунктов назначения Y , то для выбора вариантов решения указанных задач предлагается использовать специальный алгоритм, основанный на принципе суперпозиции для независимых транспортных потоков в одном и том же графе [3]. При этом для каждого отдельного транзитного ТП используется описанная выше методика решения задач, основанная на сочетании аналитических расчётов и метода Монте-Карло.

Пример исследования характеристик транзитного потока транспортной сети.

Для исследования выбрана ТС автомобильных дорог города Гомеля, географическая схема которой представлена на рисунке 1. Транспортные потоки этой сети образуют транспортные средства, которые совершают движение по сети. В качестве пунктов начала транзитного движения (истоков) исследуемой ТС выступает множество пунктов западной границы города, в качестве пунктов окончания транзитного движения выступает множество пунктов на противоположной (восточной) границе города.



Рисунок 1 – Географическая схема дорог города Гомеля

Граф, соответствующий ТС исследуемого региона (рис.1), имеет структуру, представленную на рисунке 2. Для исследования выбран транзитный ТП, который перемещается слева направо и имеет точку входа и точку выхода, представленные на рисунке 2 флажками. Участки рассматриваемой ТС характеризуются следующими параметрами: пропускной способностью (c_{ij}); скоростью движения транспортных средств (v_{ij}); длиной (l_{ij}).

Пропускная способность участков ТС (c_{ij}) рассчитывается по формуле: $c_{ij} = \frac{\Delta t}{l_{ij} / v_{ij}} \cdot n_{ts}$,

где $n_{ts} = \frac{l_{ij}}{l_{ts}}$ – количество транспортных средств на участке, l_{ts} – длина участка занимаемое транспортным средством, Δt – временной интервал определения пропускной способности. В рассматриваемом примере предполагается, что Δt равно 1 часу, l_{ts} выбирается с учётом расстояния до очередного транспортного средства и принимается равным 10 м, скорость транс-

портных средств согласуется с режимом движения в городе и считается равной 60 км/ч, длины участков определяется в автоматическом режиме с учётом масштаба схемы исследуемой сети.

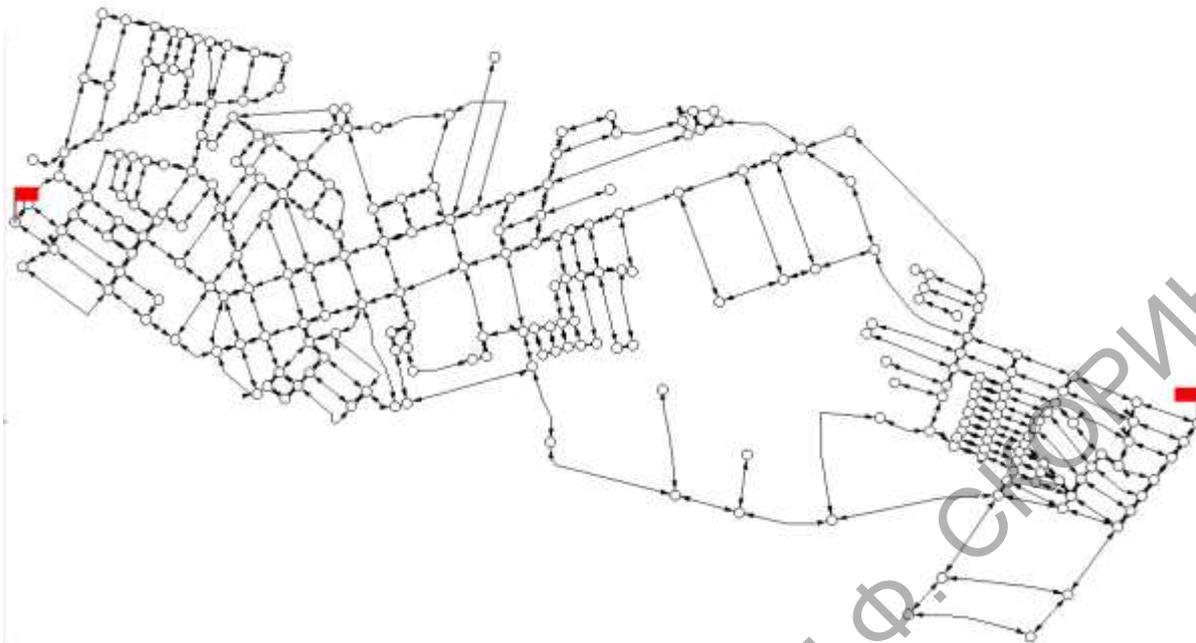


Рисунок 2 – Граф исследуемой транспортной сети

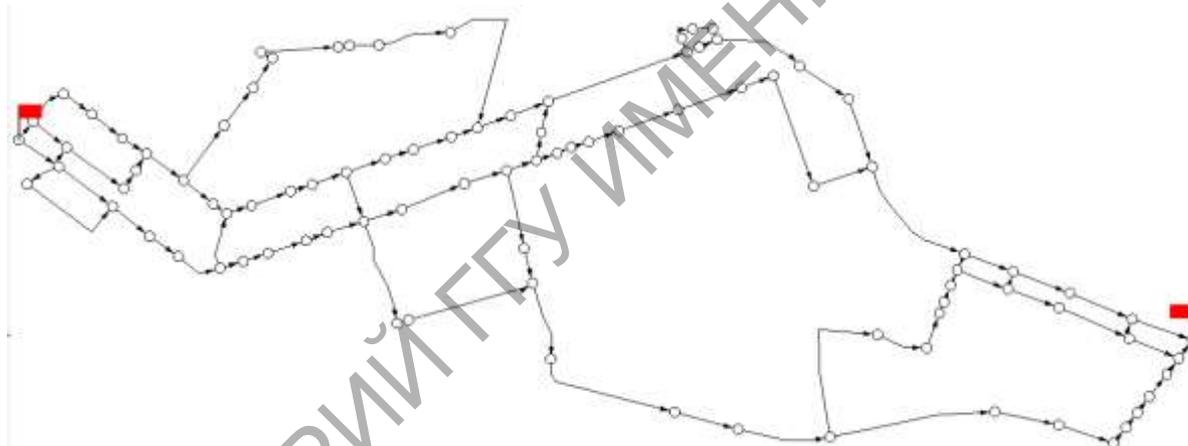


Рисунок 3 – Распределение потока, полученное алгоритмом Форда-Фалкерсона

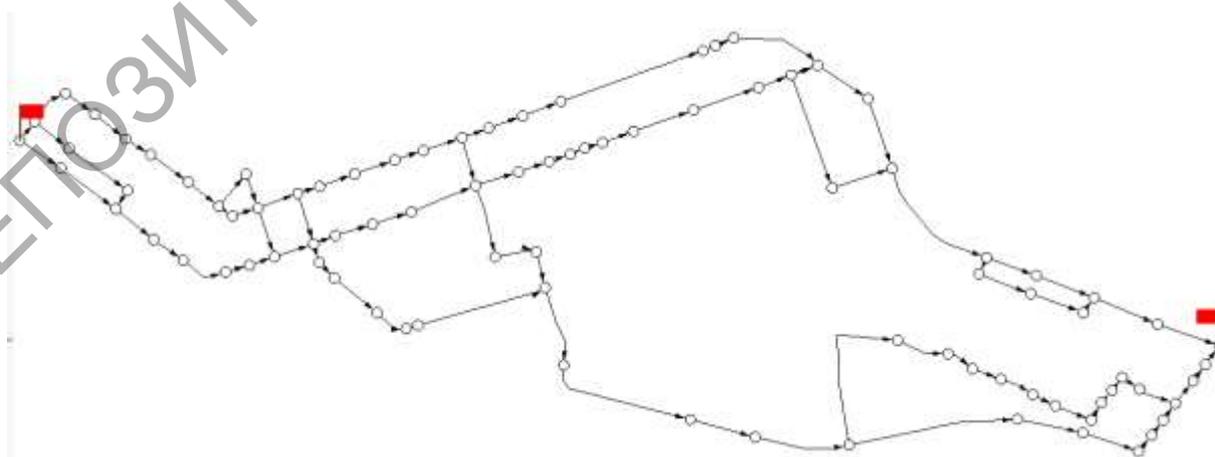


Рисунок 4 – Распределение потока, полученное модифицированным алгоритмом Форда-Фалкерсона

Эффективность потока рассчитывается по формуле $\Phi = \sum_i \sum_j l_{ij} * x_{ij}$, где x_{ij} – количество транспортных средств потока на участке, и отражает суммарное расстояние, которое преодолели все транспортные средства потока за время Δt .

Определение максимального потока, его распределения и эффективности проводится двумя способами: с использованием алгоритма Форда-Фалкерсона [1] и с использованием модифицированного алгоритма Форда-Фалкерсона [2].

Распределение потока, полученное по алгоритму Форда-Фалкерсона, представлено на рисунке 3. Граф, отражающий распределение потока, полученное при помощи модифицированного алгоритма Форда-Фалкерсона, приведен на рисунке 4. Результаты расчётов показывают, что при одинаковой величине максимального потока, модифицированный алгоритм позволяет найти более эффективное распределение потока в ТС.

Таким образом, перемещение транспортных средств максимального объема (1047 транспортных единиц /час), реализуется по пути меньшего расстояния (25466.2 км), что ведёт к сокращению времени перемещения и экономии топлива и, в конечном счёте, является экономически более выгодным.

Исследование транзитного потока может быть реализовано для множества входов и множества выходов ТС, а также с учётом стоимости движения (q_{ij}) и учётом внутренних потоков на каждом участке ТС (vn_{ij}).

Заключение. Ограничения классических методов исследования ТС значительно сужают круг объектов, к которым они могут быть применены. Применение имитационного моделирования позволяет исключить большинство ограничений и получить более точные результаты для существующих и прогнозируемых транзитных потоков.

Резюме. Излагается подход к исследованию транспортных систем, основанный на сочетании имитационного моделирования и аналитических расчётов.

Abstract. The approach to the transport system research based on a combination of imitating modeling and analytical calculations is stated.

Литература

1. Задачи и модели исследования операций. Ч. 1. Аналитические модели исследования операций: Уч. пособие / И. В. Максимей, С.И. Жогаль, под общ. ред. И.В. Максимей. – Гомель: БелГУТ, 1999. – 109 с.
2. Гируц, П.В. Метод имитации объектов графовой структуры, Известия Гомельского государственного университета имени Ф.Скорины, №4(37), 2006, С.17-20.
3. Максимей, И. В. Использование имитационного моделирования для нахождения интегрального максимального потока в транспортной сети региона / И. В. Максимей, Е. И. Сукач, П. В. Гируц // Реєстрація, зберігання і обробка даних (Data Recording, Storage&Processing). – Т.10. – №1. – 2008. – С.49-58.