

М. В. Маркова
(БелГУТ, Гомель)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОЛЕБАНИЙ КРУГОВОЙ ТРЁХСЛОЙНОЙ ПЛАСТИНЫ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

В цилиндрической системе координат (r, φ, z) рассматриваются поперечные колебания круговой трёхслойной пластины, состоящей из жёстких и прочных внешних несимметричных слоёв переменной толщины и лёгкого срединного заполнителя, обеспечивающего их совместную работу. Пластина воспринимает действие осесимметричной вертикальной распределённой нагрузки $q = q(r, t)$.

Описание кинематики всего несимметричного по толщине пакета базируется на гипотезах «ломаной» нормали [1].

Обобщённые внутренние усилия и моменты в слоях пластины:

$$T_\alpha = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_\alpha^{(k)} dz; \quad M_\alpha = \sum_{k=1}^3 \int_{h_k} \sigma_\alpha^{(k)} z dz; \quad H_\alpha = M_\alpha^{(3)} + c(T_\alpha^{(1)} - T_\alpha^{(2)}).$$

Уравнения движения получены из вариационного принципа Гамильтона.

$$\begin{cases} T_{r,r} + \frac{1}{r}(T_r - T_\varphi) - (M_1\ddot{u} + M_2\ddot{\psi} - M_3\ddot{w}_{,r}) = 0; \\ H_{r,r} + \frac{1}{r}(H_r - H_\varphi) - (M_2\ddot{u} + M_4\ddot{\psi} - M_5\ddot{w}_{,r}) = 0; \\ M_{r,rr} \frac{1}{r}(2M_{r,r} - M_{\varphi,r}) - \left(M_{3,r} + \frac{M_3}{r}\right)\ddot{u} - \left(M_{5,r} + \frac{M_5}{r}\right)\ddot{\psi} + \\ + \left(M_{6,r} + \frac{M_6}{r}\right)\ddot{w}_{,r} - M_3\ddot{u}_{,r} - M_5\ddot{\psi}_{,r} + M_6\ddot{w}_{,rr} - M_1\ddot{w} = -q, \end{cases}$$

где M_i – коэффициенты, зависящие от плотности материалов и толщины слоёв пластины; u , ψ , и w – перемещения в пластине.

Приведённая система дифференциальных уравнений позволяет описывать поперечные колебания круговой трёхслойной пластины переменной толщины.

Литература

1 Старовойтов, Э. И. Локальные и импульсные нагрузки трёхслойных элементов конструкций / Э. И. Старовойтов, А. В. Яровая, Д. В. Леоненко. – Гомель: БелГУТ, 2003. – 367 с.