

УДК 535.42:534.8

## КОЛЛИНЕАРНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ДВУКРАТНО ВЫРОЖДЕННЫХ МОД В ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЯЮЩИХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ

Г.В. Кулак, А.Е. Анисимова

*Мозырский государственный педагогический университет им. И.П. Шамякина, Мозырь*

## COLLINEAR ACOUSTO-OPTICAL INTERACTION OF TWOFOLD-DEGENERATED MODES OF BI-REFRACTIVE OPTICAL FIBER-OPTICAL WAVEGUIDES

G.V. Kulak, A.E. Anisimova

*I.P. Shamyakin Mozyr State Pedagogical University, Mozyr*

Исследовано акустооптическое преобразование линейно поляризованных ( $LP_{0m}$ ) мод волоконного световода, помещенного во внешнее электрическое поле и изготовленного из материала, в котором возможен поперечный электрооптический эффект. Показана возможность одновременной акусто- и электрооптической поляризационно-независимой модуляции света на продольной акустической моде  $L_{01}$  цилиндрического волокна. Установлена возможность применения акустооптического преобразования мод с указанными свойствами для создания перестраиваемых акустооптических фильтров.

**Ключевые слова:** оптическое волокно, акустооптическое взаимодействие, электрооптический эффект, модуляция света.

Acousto-optical transformation of linearly polarized ( $LP_{0m}$ ) modes of fiber-optic waveguides placed into external electrical field and made from the material in which it is possible to achieve transverse electro-optical effect is investigated. The possibility of simultaneous acousto- and electro-optical polarization-independent light modulation by the longitudinal acoustic mode  $L_{01}$  of a cylindrical waveguide is shown. The possibility of the application of the acousto-optical transformation of such a mode transformation with indicated properties for construction of tunable acousto-optical filters is stated.

**Keywords:** optical fibers, acousto-optical interaction, electro-optical effect, light modulation.

### Введение

Исследование акустооптического (АО) взаимодействия в волоконных световодах (ВС) интересно в научном и практическом отношении в связи с созданием волоконно-оптических модуляторов, фильтров, волоконно-оптических датчиков [1], также ВС на основе различных акусто- и электрооптических материалов, включая ниобат лития [2] и кристаллы структуры силленита [3]. В работе [4] исследована интерференция линейно поляризованных мод в двулучепреломляющих двухмодовых ВС. Показана перспективность их использования для волоконно-оптических датчиков и оптических фильтров. Практическая осуществимость акусто- и электрооптических устройств обеспечена тем, что в физике и технике разработаны надежные и эффективные методы возбуждения продольных [5], изгибных [6] и крутильных [7] ультразвуковых (УЗ) волн в ВС.

В настоящей работе с использованием метода медленно изменяющихся амплитуд исследованы особенности АО взаимодействия двукратно вырожденных линейно поляризованных  $LP_{0m}$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) мод двулучепреломляющего ВС, помещенного во внешнее электрическое поле.

### 1 Теоретические результаты и обсуждение

Предположим, что УЗ волна, характеризующаяся волновым вектором  $\vec{K}$  и круговой частотой  $\Omega$ , распространяется вдоль оси  $OZ$  кристаллографической системы координат  $XYZ$ . Соответствующие этой волне компоненты тензора деформаций  $U_{pq}$  запишем в виде [8]:

$$U_{pq} = B_{qp} V_{qp}(x, y) \exp[i(Kz - \Omega t)], \quad (1.1)$$

где  $B_{qp}$  – амплитуда деформации,  $V_{qp}$  – функция, посредством которой описывается поперечное распределение упругих деформаций в сечении волокна.

Волоконная система, состоящая из сердцевины и оболочки, имеет форму, близкую к цилиндрической [8]. Постоянные распространения различных волоконных мод в системе такой структуры неодинаковы по величине. Эффективные тензоры диэлектрической проницаемости среды  $\hat{\epsilon}^0$  и  $\hat{\epsilon}^1$  соответственно для волоконных мод  $LP_{0m}$  и  $LP_{0m}'$  имеют компоненты:

$$\begin{aligned} \epsilon_{11}^0 &= N_{0x}^2, & \epsilon_{22}^0 &= N_{0y}^2, & \epsilon_{33}^0 &= n_1^2, \\ \epsilon_{11}^1 &= N_{1x}^2, & \epsilon_{22}^1 &= N_{1y}^2, & \epsilon_{33}^1 &= n_1^2, \end{aligned}$$

где  $n_1$  – показатель преломления сердцевины ВС.

УЗ волной в среде формируется периодическая в пространстве и времени решетка диэлектрической проницаемости

$$\hat{\varepsilon}_{0,1} = \hat{\varepsilon}^{0,1} + \Delta \hat{\varepsilon}_e^{0,1} + \Delta \hat{\varepsilon}_a^{0,1} \exp(Kz - \Omega t), \quad (1.2)$$

с которой взаимодействует каждая из мод ВС. В формуле (1.2)  $(\Delta \hat{\varepsilon}_e^{0,1})_{ij} = -\varepsilon_{ik}^{0,1} \varepsilon_{jl}^{0,1} r_{kl} E_i^e$ ;  $r_{kl}$  – компоненты тензора электрооптических постоянных,  $E_i^e$  – компоненты вектора напряженности внешнего электрического поля;

$$(\Delta \hat{\varepsilon}_a^{0,1})_{ij} = -\varepsilon_{ik}^{0,1} \varepsilon_{jl}^{0,1} P_{klmn} U_{mn},$$

$P_{klmn}$  – компоненты тензора фотоупругих постоянных,  $U_{mn}$  – компоненты тензора деформаций.

Из уравнений Максвелла следует волновое уравнение для напряженности  $\vec{E}$  электрического поля световой волны, сформулированное в [9]. Решение его представим в виде:

$$\vec{E} = \hat{\varepsilon}_0^{-1} \vec{D}_0 \exp[i(k_0 z - \omega t)] + \hat{\varepsilon}_1^{-1} \vec{D}_1(x, y) \exp[i(k_1 z - \omega t)], \quad (1.3)$$

$$\vec{D}_0 = A_0(z) b_{0x}(x, y) \vec{e}_x + B_0(z) b_{0y}(x, y) \vec{e}_y,$$

$$\vec{D}_1 = A_1(z) b_{1x}(x, y) \vec{e}_x + B_1(z) b_{1y}(x, y) \vec{e}_y,$$

где  $k_0 = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}$ ,  $k_1 = \frac{\omega \pm \Omega}{c} \sqrt{\varepsilon_1}$ ;  $\vec{e}_0 = \frac{1}{3} Sp \hat{\varepsilon}_0$ ,

$\vec{e}_1 = \frac{1}{3} Sp \hat{\varepsilon}_1$ ;  $\vec{e}_x, \vec{e}_y$  – единичные векторы, направленные вдоль осей  $X$  и  $Y$ ;  $b_{0x,y}(x, y), b_{1x,y}(x, y)$  – функции, посредством которых описывается пространственное распределение волоконных мод.

Подставляя выражения (1.1)–(1.3) в волновое уравнение получим систему четырех уравнений для  $A_0, B_0, A_1, B_1$ , которую удобно преобразовать в систему двух векторно-матричных уравнений:

$$\frac{d\vec{E}_0}{dz} = P\vec{E}_0 + iQ\vec{E}_1, \quad \frac{d\vec{E}_1}{dz} = F\vec{E}_1 + iC\vec{E}_0, \quad (1.4)$$

где

$$P = \begin{pmatrix} i(\Delta_1 + \Delta_1^{ae}) & i\Delta_1^e \\ i\Delta_2^e & i(\Delta_2 + \Delta_2^{ae}) \end{pmatrix},$$

$$Q = \begin{pmatrix} \chi_{xx} F_{xx} & \chi_{xy} F_{xy} \\ \chi_{yx} F_{yx} & \chi_{yy} F_{yy} \end{pmatrix},$$

$$F = \begin{pmatrix} i(\delta + \tilde{\Delta}_1 + \tilde{\Delta}_1^{ae}) & i\tilde{\Delta}_1^e \\ i\tilde{\Delta}_2^e & i(\delta + \tilde{\Delta}_2 + \tilde{\Delta}_2^{ae}) \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} \tilde{\chi}_{xx} \tilde{F}_{xx} & \tilde{\chi}_{xy} \tilde{F}_{xy} \\ \tilde{\chi}_{yx} \tilde{F}_{yx} & \tilde{\chi}_{yy} \tilde{F}_{yy} \end{pmatrix}. \quad (1.5)$$

Здесь введены обозначения:

$$\Delta_1 = q_0 \{ \vec{e}_x (\hat{\varepsilon}^0 - \vec{e}_0) \vec{e}_x \}, \quad \Delta_2 = q_1 \{ \vec{e}_y (\hat{\varepsilon}^0 - \vec{e}_0) \vec{e}_y \},$$

$$\tilde{\Delta}_1 = \tilde{q}_0 \{ \vec{e}_x (\hat{\varepsilon}^1 - \vec{e}_1) \vec{e}_x \}, \quad \tilde{\Delta}_2 = q_1 \{ \vec{e}_y (\hat{\varepsilon}^1 - \vec{e}_1) \},$$

$$\Delta_1^{ae} = q_0 (\vec{e}_x \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_x), \quad \Delta_1^e = q_0 (\vec{e}_x \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_y),$$

$$\Delta_2^{ae} = q_1 (\vec{e}_y \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_y), \quad \Delta_2^e = q_1 (\vec{e}_y \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_x),$$

$$\Delta_1^{ae} = q_0 (\vec{e}_y \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_x), \quad \tilde{\Delta}_2^{ae} = \tilde{q}_1 (\vec{e}_y \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_y),$$

$$\tilde{\Delta}_1^e = \tilde{q}_0 (\vec{e}_x \Delta \hat{\varepsilon}_0 \vec{e}_y), \quad \tilde{\Delta}_2^e = \tilde{q}_1 (\vec{e}_y \Delta \hat{\varepsilon}_e \vec{e}_x),$$

$$q_0 = \frac{\omega}{2c\sqrt{\varepsilon_0}}, \quad q_1 = \frac{\omega_1}{2c\sqrt{\varepsilon_0}},$$

$$\tilde{q}_0 = \frac{\omega}{2c\sqrt{\varepsilon_1}}, \quad \tilde{q}_1 = \frac{\omega_1}{2c\sqrt{\varepsilon_1}},$$

$\delta = (k_1 - k_0 - K)$  – фазовая отстройка. Величины  $\chi_{ij}$  и  $\tilde{\chi}_{ij}$  выразим соответственно через свертки тензоров  $\Delta \hat{\varepsilon}^0$  и  $\Delta \hat{\varepsilon}^1$  с единичными векторами  $\vec{e}_x, \vec{e}_y$  так, что

$$\chi_{ij} = \frac{\omega [\vec{e}_i (\Delta \hat{\varepsilon}_a^0)_{ij} \vec{e}_j]}{4c}, \quad \tilde{\chi}_{ij} = \frac{\omega [\vec{e}_i (\Delta \hat{\varepsilon}_a^1)_{ij}^* \vec{e}_j]}{4c}$$

(символом \* обозначена операция комплексного сопряжения); интегралы перекрытия полей определяются в соответствии с формулами

$$F_{ij} = \frac{\int_0^\infty \int_0^\infty (b_{0i} V_{gz} b_{1j}) dx dy}{\int_0^\infty \int_0^\infty |b_{0i}|^2 dx dy}, \quad (1.6)$$

где  $i, j = x, y$ . Величины  $\tilde{F}_{ij}$  получаются из  $F_{ij}$  посредством замен  $b_{0x} \rightarrow b_{1x}, b_{0y} \rightarrow b_{1y}$  в знаменателях выражений (1.6). Интегралы перекрытия (1.6) вычисляем после перехода в цилиндрическую систему координат  $(r, \theta, z)$  с учётом замены  $dx dy \rightarrow r dr d\theta$ , где  $0 \leq r \leq \infty, 0 \leq \theta \leq 2\pi$  [10].

Решение системы уравнений (1.4) находим с использованием граничных условий:

$$A_0(z=0) = A_x, \quad B_0(z=0) = A_y,$$

$$A_1(z=0) = B_1(z=0) = 0.$$

При возбуждении в цилиндрическом волноводе продольной акустической моды  $L_{01}$  компоненты тензора деформаций в цилиндрической системе координат удовлетворяют соотношениям [5]:  $U_{zz} \gg |U_{\theta\theta}|, |U_{rr}|, |U_{r\theta}|$ . При этом

$$U_{zz} = \frac{v_g V_{zz}}{v_l} \sqrt{\frac{2I_a}{\rho v_g^3}}, \quad \text{где } v_g \text{ и } v_l \text{ – соответственно}$$

групповая и фазовая скорости продольной УЗ волны. Функция пространственного распределения упругих деформаций  $V_{zz} = J_0(\xi r)$  выражается через функцию Бесселя  $J_0(x)$  нулевого порядка;

$\xi = \sqrt{\left(\frac{\Omega}{v_l}\right)^2 - K^2}$ . Для эффективного АО взаимодействия волноводных мод  $LP_{0m}$  и  $LP_{0m'}$

необходимо, чтобы частота ультразвука была близка к  $f_0 \approx \frac{\nu_l(N_1 - N_0)}{\lambda_0}$ , где  $N_0 \approx N_{0x} \approx N_{0y}$ ,  $N_1 \approx N_{1x} \approx N_{1y}$ . Для ВС с радиусом сердцевин  $a_0$  функции пространственного распределения определяются соотношениями, приведенными в [10].

Далее рассмотрим взаимодействие волноводных мод в частных случаях продольного ( $\vec{E}^e \parallel OZ$ ) и поперечного ( $\vec{E}^e \parallel OX$ ) электрооптического эффекта. В первой ситуации отличными от нуля элементами матриц (1.5) являются:

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_1^{ae} = \Delta_2^{ae} = \tilde{\Delta}_1^{ae} = \tilde{\Delta}_2^{ae}, \\ \Delta &= -\pi(\bar{\epsilon}_0)^{3/2} r_{13} |E^e| / \lambda_0; \\ \chi &= i\chi_{xx} = i\chi_{yy} = -i\tilde{\chi}_{xx} = -i\tilde{\chi}_{yy}, \\ \chi &= \frac{2\pi\bar{\epsilon}_0^{3/2} P_{13} \nu_g F}{\lambda_0 \nu_l} \sqrt{\frac{2I_a}{\rho \nu_g^3}}. \end{aligned}$$

Во второй ситуации отличные от нуля элементы матрицы (1.5) удовлетворяют соотношениям:

$$\begin{aligned} \Delta &= \Delta_1^e = \Delta_2^e = \tilde{\Delta}_1^e = \tilde{\Delta}_2^e, \\ \Delta &= -\pi(\bar{\epsilon}_0)^{3/2} r_{22} |E^e| / \lambda_0, \\ \chi &= i\chi_{xx} = i\chi_{yy} = -i\tilde{\chi}_{xx} = -i\tilde{\chi}_{yy}. \end{aligned}$$

При наличии продольного электрооптического эффекта имеет место только фазовая модуляция дифрагированного света. При наличии поперечного электрооптического эффекта реализуются два независимых варианта модуляции света: амплитудная акустооптическая и электрооптическая.

## 2 Результаты расчетов

Численные расчеты выполнены нами для тригонального кристалла ниобата лития ( $LiNbO_3$ ). Эффективность дифракции рассчитывалась по формуле

$$\eta_1 = \frac{|\vec{E}|}{|A_x|^2 + |A_y|^2}.$$

Предполагалось, что длина световой волны в вакууме  $\lambda_0 = 0,6328$  мкм,  $P_{13} = 0,103$ ;  $\nu_l \approx \nu_g = 7200$  м/с;  $a_0 = 2$  мкм, радиус оболочки ВС  $R_0 = 0,5$  мм;  $r_{22} = 6 \cdot 10^{-12}$  В/м,  $\rho = 4700$  кг/м<sup>3</sup>;  $F_{12} = 0,48$ ;  $f = 22,7$  МГц; показатели преломления сердцевин и оболочки ВС соответственно равны  $n_1 = 2,3212$  и  $n_2 = 2,2982$ .

На рисунке 2.1, а представлена зависимость эффективности  $\eta_1$  АО преобразования света из моды  $LP_{01}$  в моду  $LP_{02}$  от интенсивности продольного ультразвука  $I_a$ , рассчитанная при различных значениях длины АО взаимодействия  $l$ . Анализируя представленные зависимости, видим, что при наименьшем использованном

значении длины взаимодействия ( $l = 1$  см) полная перекачка энергии в дифрагированную волну достигается при интенсивности ультразвука  $I_a = 0,5$  Вт/см<sup>2</sup>. Это соответствует мощности продольной акустической моды  $LP_{01}$ , равной  $P_a = 0,025$  мВт. Столь малое значение мощности обусловлено малостью радиуса сердцевин ВС.

Зависимости эффективности АО дифракции  $\eta_1$  от модуля напряженности внешнего электрического поля  $E_e$ , рассчитанные при различных значениях длины АО взаимодействия  $l$ , представлены на рисунке 2.1, б.

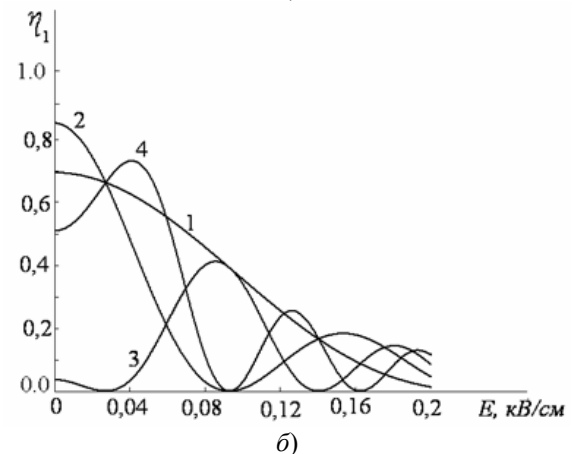
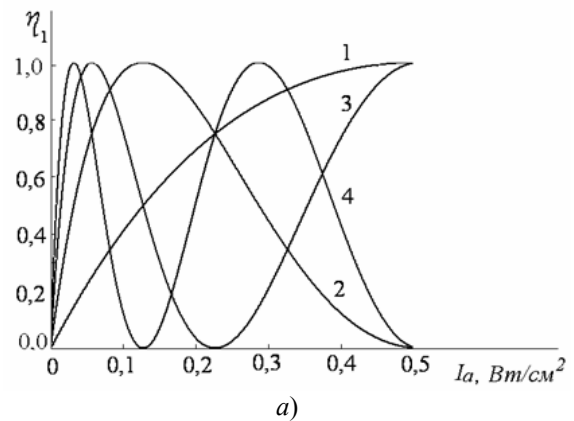


Рисунок 2.1 – Зависимость эффективности преобразования  $\eta_1$  волоконной моды  $LP_{01}$  в моду  $LP_{02}$  от интенсивности ультразвука  $I_a$  (а) и модуля напряженности внешнего электрического поля  $E^e$  (б) при различной длине АО взаимодействия  $l$  в кристалле  $LiNbO_3$  ( $1-l=1$  см;  $2-l=2$  см;  $3-l=3$  см;  $A_y=0$ ;  $a-E_e=0$ ; б –  $I_a=0,2$  Вт/см<sup>2</sup>)

Анализируя зависимости, представленные на рисунке 2.1, приходим к выводу, что при некотором специальном выборе параметров изучаемые здесь волоконные световоды могут служить основой для создания оптических элементов, в которых одновременно возможна электрооптическая и амплитудная АО модуляция света. Тот факт, что при выполнении замены  $A_x \leftrightarrow A_y$

эффективность дифракции  $\eta_1$  не изменяется, означает, что модуляция света поляризационно-независима.

В результате численных расчетов, выполненных на основе системы уравнений (1.4), показано, что при длине АО взаимодействия  $l = 1$  см и интенсивности ультразвука  $I_a = 0,5$  Вт/см<sup>2</sup> ширина полосы акустооптической фильтрации по уровню 3 дБ составляет  $\Delta\lambda_{1/2} = 0,7$  нм [1]. При увеличении длины АО взаимодействия до  $l = 4$  см ширина полосы АО фильтрации уменьшается до  $\Delta\lambda_{1/2} \approx 0,2$  нм.

#### Заключение

Таким образом, в статье обоснована возможность применения волоконных световодов на основе кристаллов  $LiNbO_3$  для создания поляризационно-независимых модуляторов света, перестраиваемых АО фильтров и волоконно-оптических датчиков.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гуляев, Ю.В. Модуляционные эффекты в волоконных световодах и их применение / Ю.В. Гуляев, М.Я. Мещ, В.В. Проклов. – М.: Радио и связь, 1991. – 151 с.
2. *Growth of Single Crystal Photorefractive Fibers of  $Bi_{12}SiO_{20}$*  / V.V. Prokofiev [et al.] // Topical Meeting on Photorefractive materials, Effects and Devices. PRM' 93 Technical Digest. August 11–15, 1993. Kiev, Ukraine. – P. 228–231.
3. Zhong, H. Growth of lithium niobate single crystal fiber / H. Zhong, H. Yinchan, Q. Ningsan // J. Chin. Ceram Soc. – 1991. – Vol. 19, № 6. – P. 527–531.
4. Effimov, T.A. Resultant mode pattern and polarization in a  $LP_{01}$ ,  $LP_{02}$  two – mode linearly birefringent optical fiber / T.A. Effimov // Optical and Quantum Electronics. – 1991. – Vol. 23. – P. 1143–1160.
5. Jen, C.K. Backward collinear guided – wave acousto – optic devices / C.K. Jen, N. Goto // J. Light Wave Tech. – 1989. – Vol. 7, № 12. – P. 2018–2023.
6. Thorston, R.N. Elastic waves in rods and clad rods / R.N. Thorston. // J. Acoust. Soc. Amer. – 1978. – Vol. 64, № 1. – P. 1–37.
7. Engan, H.E. Analysis of polarization – mode coupling by acoustic torsional waves in optical fibers / H.E. Engan. // J. Opt. Soc. Am. – 1996. – Vol. 13, № 1. – P. 428–436.
8. *Введение в интегральную оптику* / под ред. М. Барноски. – М.: Мир, 1977. – 367 с.
9. Кулак, Г.В. Коллинеарное акустооптическое взаимодействие в гиротропных волоконных световодах во внешнем электрическом поле / Г.В. Кулак, С.Н. Ковчур. // ЖТФ. – 1996. – Т. 66, № 1. – С. 85–91.
10. Снайдер, А. Теория оптических волноводов / А. Снайдер, Дж. Лав. – М.: Мир, 1987. – 656 с.
11. *Акустические кристаллы. Справочник* / А.А. Блистанов [и др.] ; под ред. М.П. Шаскольской. – М.: Наука, 1996. – 629 с.

Поступила в редакцию 29.08.11.