

**М. В. Москалева**  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

## РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ В ПОЛОСЕ

Задачей работы является создание программного модуля для расчета напряжений. В данной части программного модуля рассматривается упругое полупространство, нагруженное по полосе ( $-a \leq x \leq a$ ) нормальными давлениями  $p(x)$  и касательными усилиями  $q(x)$ , распределенными некоторым произвольным образом. Компоненты напряжений в точке  $A(x, z)$  вызываемыми нагрузками  $p(x)$  и  $q(x)$ , определяем следующим образом [1]

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -\frac{2z}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s)(x-s)^2 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(s)(x-s)^3 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}, \\ \sigma_z &= -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(s)(x-s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}, \\ \tau_{xz} &= -\frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s)(x-s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(s)(x-s)^2 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}.\end{aligned}\quad (1)$$

Тестирование программы осуществлялось на простейшем случае, когда действие распределенной нагрузки давление в полосе однородно, а касательная нагрузка отсутствует. Тогда из (1) после всех преобразований имеем

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{p}{\pi} \left( (\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{2} (\sin(2\theta_1) - \sin(2\theta_2)) \right), \\ \sigma_z &= \frac{p}{\pi} \left( (\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2} (\sin(2\theta_1) - \sin(2\theta_2)) \right), \\ \tau_{xz} &= -\frac{p}{\pi} (\cos^2 \theta_1 - \cos^2 \theta_2),\end{aligned}$$

где  $\theta_1 = \arctg\left(\frac{x-a}{z}\right)$ ,  $\theta_2 = \arctg\left(\frac{x+a}{z}\right)$ ,  $\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{x-a}{z}$ ,  $\operatorname{tg}\theta_2 = \frac{x+a}{z}$ .

Был разработан алгоритм и программа для подсчета компонент напряжений в произвольной точке  $A(x, z)$ . Исходными данными в программе являются границы полосы, координаты точки  $A(x, z)$ , и давление  $p(x)$ . Также реализована графическая интерпретация изменения компонент напряжения при изменяющемся  $x$ .

Мериалы XXIV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 22–24 марта 2021 г.

---

### **Литература**

1 Джонсон, К. Мехника контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.