

М. В. Москалева
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

РЕАЛИЗАЦИЯ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЯ В ПОЛОСЕ

Задачей работы является создание программного модуля для расчета напряжений. В данной части программного модуля рассматривается упругое полупространство, нагруженное по полосе ($-a \leq x \leq a$) нормальными давлениями $p(x)$ и касательными усилиями $q(x)$, распределенными некоторым произвольным образом. Компоненты напряжений в точке $A(x, z)$ вызываемыми нагрузками $p(x)$ и $q(x)$, определяем следующим образом [1]

$$\begin{aligned}\sigma_x &= -\frac{2z}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s)(x-s)^2 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(s)(x-s)^3 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}, \\ \sigma_z &= -\frac{2z^3}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(s)(x-s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}, \\ \tau_{xz} &= -\frac{2z^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(s)(x-s) ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2} - \frac{2z}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(s)(x-s)^2 ds}{[(x-s)^2 + z^2]^2}.\end{aligned}\quad (1)$$

Тестирование программы осуществлялось на простейшем случае, когда действие распределенной нагрузки давление в полосе однородно, а касательная нагрузка отсутствует. Тогда из (1) после всех преобразований имеем

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{p}{\pi} \left((\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{2} (\sin(2\theta_1) - \sin(2\theta_2)) \right), \\ \sigma_z &= \frac{p}{\pi} \left((\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2} (\sin(2\theta_1) - \sin(2\theta_2)) \right), \\ \tau_{xz} &= -\frac{p}{\pi} (\cos^2 \theta_1 - \cos^2 \theta_2),\end{aligned}$$

где $\theta_1 = \arctg\left(\frac{x-a}{z}\right)$, $\theta_2 = \arctg\left(\frac{x+a}{z}\right)$, $\operatorname{tg}\theta_1 = \frac{x-a}{z}$, $\operatorname{tg}\theta_2 = \frac{x+a}{z}$.

Был разработан алгоритм и программа для подсчета компонент напряжений в произвольной точке $A(x, z)$. Исходными данными в программе являются границы полосы, координаты точки $A(x, z)$, и давление $p(x)$. Также реализована графическая интерпретация изменения компонент напряжения при изменяющемся x .

Мериалы XXIV Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 22–24 марта 2021 г.

Литература

1 Джонсон, К. Мехника контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М.: Мир, 1989. – 510 с.