И. С. Ковалёва
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАРКОВА-СТИЛТЬЕСА МЕР И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ К ТЕОРИИ ОПЕРАТОРОВ

Определение. [1, глава 6] *Преобразованием Маркова-Стилтьеса меры* $\mu \in M^b\left([0,1], C\right)$ называется функция, задаваемая для всех $z \in C \setminus [1,+\infty)$ соотношением

$$S\mu(z) = \int_0^1 \frac{d\mu(t)}{1-tz}. \qquad (1)$$

При $z \in [1,+\infty)$ интеграл в правой части (1) понимается как предел

$$S\mu(z) = \lim_{\varepsilon \to +0} \int_{[0,1] \cap \{|t-1/z| > \varepsilon\}} \frac{d\mu(t)}{1-tz}.$$

Рассмотрим ограниченный самосопряжённый оператор A в комплексном гильбертовом пространстве H. Заметим, что если его спектр $\sigma(A)$ содержится в $[m, M]$, то спектр оператора $(M-m)^{-1}(A-mI)$ содержится в $[0,1]$. Поэтому далее предполагается, что спектр самого оператора A содержится в $[0,1]$. В этом случае при $z \in C \setminus [1,+\infty)$ существует резольвента (оператор Эйлера) $(I-zA)^{-1}$. Для фиксированного вектора $\varphi \in H$ рассмотрим функцию

$$F_\phi(z) := \left\langle \left(I - zA\right)^{-1} \phi, \phi \right\rangle \quad \left(z \in C \setminus [1,+\infty)\right).$$

Лемма. *Существует такая мера* $\mu_\phi \in M_+^b\left([0,1]\right)$, *что*

$$F_\phi(z) = S\mu_\phi(z) \text{ при } z \in C \setminus [1,+\infty).$$

В силу этой леммы результаты из [2, с. 473 – 477], применённые к функции F_ϕ, приводят к ряду содержательных утверждений о граничном поведении оператора Эйлера без использования спектральной теоремы.

Литература

1 Миротин, А. Р. Гармонический анализ на абелевых полугруппах / А. Р. Миротин. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2008. – 207 с.

2 Ковалёва, И. С. Преобразование Маркова – Стилтьеса мер и некоторые его приложения / И. С. Ковалёва // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. – 2018. – Т. 54, № 4. – С. 468-479.