М. В. Сидорцов, Е. П. Кечко
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

АСИМПТОТИКА АППРОКСИМАЦИЙ ЭРМИТА-ПАДЕ 2-ГО РОДА

В данной работе изучается асимптотика аппроксимаций Эрмита-Паде 2-го рода системы экспонент $\left\{ e^{\lambda_p z} \right\}_{p=0}^{2}$, где $\lambda_1 = \lambda$, $\lambda_2 = 2\lambda$.

Сформулированная теорема дополняет результат А. П. Старовойтова [1]. Используемые здесь обозначения и подробный обзор по данной теме можно найти в [1].

Теорема. Пусть $\vec{m}=(m_1,n)$, n,m_1 – произвольные целые неотрицательные числа, а $\pi^{j}_{n,m}(z)$, $j=1,2$ – соответствующие аппроксимации Эрмита - Паде для набора из двух экспонент $\left\{e^{\lambda z}, e^{2\lambda z}\right\}$. Тогда $|m|=n+m_1$, $n_1=2n$, $n_2=n+m_1$ и для любого комплексного z при $n\to+\infty$.

$$e^{\lambda z}-\pi^{1}_{n,\vec{m}}(z)=(-1)^{|m|}e^{\lambda z}\frac{(\lambda z)^{2n+m_1+1}}{2(2n+m_1)!}B\left(\frac{m_1+1}{2};n+1\right)e^{\lambda\theta(n,m_1)z}(1+o(1)),$$

$$e^{2\lambda z}-\pi^{2}_{n,\vec{m}}(z)=(-1)^{|m|}e^{2\lambda z}\frac{(\lambda z)^{2n+m_1+1}}{2(2n+m_1)!}B\left(\frac{m_1+1}{2};n+1\right)\times$$

$$\times\left\{e^{\lambda\theta(n,m_1)z}+(-1)^{m_1}e^{-\lambda\theta(n,m_1)z}\right\}(1+o(1)),$$

где $\theta(n,m_1)=\sqrt{m_1/(2n+m_1)}$, если $m_1\to+\infty$, а если m_1 ограничено, то

$$\theta(n,m_1)=n^{-1/2}\Gamma((m_1+2)/2)/\Gamma((m_1+1)/2),$$

$B(u,v)$ – бета-функция Эйлера, а оценка $o(1)$ равномерна по всем $|z|\le L$. Здесь L положительная постоянная.

Литература

1 Старовойтов, А. П. Аппроксимации Эрмита-Паде функций Миттаг-Леффлера / А. П. Старовойтов // Труды Математического института имени В. А. Стеклова. – 2018. – Т. 301. – С. 241-258.