



## АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ В МАТЕМАТИКЕ

*Дифференциальные уравнения,  
математический анализ  
и численные методы*

---

**А. П. Вахуль, Г. Н. Казимиров**  
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

### О СОВПАДЕНИИ ОБОБЩЁННЫХ МОДУЛЕЙ 2-ГО ПОРЯДКА НА МНОГОЧЛЕНАХ ЧЕБЫШЁВА

В прямых и обратных теоремах о приближении функций алгебраическими многочленами фигурирует обобщённый модуль гладкости  $k$ -го порядка, в котором второй и следующие сдвиги берутся с разными шагами [1]. В данной работе доказывается, что некоторые модули 2-го порядка с разными и одинаковыми сдвигами совпадают на классе многочленов Чебышёва.

Будем говорить, что  $f \in L_1$ , если функция  $f$  измерима на отрезке  $[-1,1]$  и  $\|f\|_1 = \int_{-1}^1 |f(x)| dx < +\infty$ . Через  $L_{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}$  обозначим множество та-

ких функций  $f$ , что  $\frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} \in L_1$  и положим  $\|f\|_{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \left\| \frac{f(x)}{\sqrt{1-x^2}} \right\|_1$ .

Определим оператор обобщённого сдвига

$$T(f, x) = 0.5 \left[ f(x \cos t + \sin t \sqrt{1-x^2}) + f(x \cos t - \sin t \sqrt{1-x^2}) \right].$$

Введём также обозначения:

$$\Delta_h^1(f, x) = T_h(f, x) - f(x), \quad \Delta_{h_1, h_2}^2(f, x) = \Delta_{h_2}^1(\Delta_{h_1}^1(f, x), x),$$

$$\tilde{\omega}_2(f, \delta)_{1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}} = \sup_{|h_i| \leq \delta, i=1,2} \left\| \Delta_{h_1, h_2}^2(f, x) \right\|_{p, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}},$$

Материалы XXIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 23–25 марта 2020 г.

---

$$\omega_2(f, \delta)_{1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = \sup_{|h| \leq \delta} \left\| \Delta_{h,h}^2(f, x) \right\|_{p, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}, \quad T_n - \text{полиномы Чебышёва.}$$

**Теорема.**  $\omega_2(T_n, \delta)_{1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}} = \tilde{\omega}_2(T_n, \delta)_{1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}}.$

### Литература

1 Казимиров, Г.Н. Об одном подходе к упрощению модели сложного процесса на основе алгебраических многочленов / Г.Н. Казимиров // Известия Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины. – № 6 (15). – 2002. – С. 171-174.