

И. А. Соболев, А. Н. Скиба
(УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)

S-ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЕ ПОДГРУППЫ И ИХ ОБОБЩЕНИЯ

Перестановочные подгруппы являются одним из центральных понятий в теории групп. Перестановочной называется такая подгруппа, которая перестановочна с каждой подгруппой группы. Перестановочным подгруппам было посвящено много работ с момента их введения Ore [1]. Тогда они назывались квазинормальными.

Определение 1. Пусть Θ -семейство подгрупп группы G . Подгруппа H группы G называется Θ -перестановочной, если H перестановочна со всеми подгруппами $A \in \Theta$.

Если $\Theta = \text{Syl}(G)$ является семейством всех силовских подгрупп группы G , то Θ -перестановочные подгруппы группы G называются S -перестановочными подгруппами.

Свойства перестановочности и S -перестановочности применяются для описания некоторых важных классов групп.

Теорема 1. Для подгруппы H группы G , следующие утверждения эквивалентны:

1. Подгруппа H субнормальна в G .
2. Подгруппа H субнормальна в $\langle H, Hg \rangle$ для всех $g \in G$.
3. Подгруппа H субнормальна в $\langle H, Hg \rangle$ для всех $g \in G$.

Теорема 2. Пусть G группа. Тогда:

1. Если H является S -перестановочной подгруппой группы G , тогда фактор $\langle H^G, H_G \rangle$ нильпотентен. В частности H/H_G содержится в подгруппе Фиттинга $F(G/H_G)$ [2].

2. Если X подгруппа группы G и H перестановочная (S -перестановочная) подгруппа группы G , тогда пересечение $H \cap X$ перестановочная (S -перестановочная) подгруппа группы X .

Литература

- 1 Ore, O. Contributions in the theory of groups of finite order / O. Ore. – Duke : Math. J. – 1939. – Vol. 5. – P. 431-460.
- 2 Asaad, M. On permutable subgroups of finite groups / M. Asaad, A. A. Heliel // Archiv der Mathematik. – 2003. – Vol. 80, № 2. – P. 113-118.