В. И. Мурашко
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

О ГРУППАХ, N-КРИТИЧЕСКИЙ ГРАФ КОТОРЫХ ЯВЛЯЕТСЯ ЦИКЛОМ

Все рассматриваемые группы конечны. Используются стандартные обозначения и терминология [1,2].

Напомним, что $a \bmod n$ – остаток от деления целого числа a на натуральное число n; (p,q)-группой Шмидта называется группа Шмидта G для которой $\pi(G)=\{p,q\}$ и которая имеет нормальную силовскую

p -подгруппу; N -критическим графом $\Gamma_{Nc}(G)$ группы G называется ориентированный граф с множеством вершин $\pi(G)$ и (p, q) является ребром $\Gamma_{Nc}(G)$, если в G имеется (p, q)-подгруппа Шмидта [3].

Основным результатом является следующая теорема.

Теорема 1. Пусть G – группа, $\pi(G) = \{p_0, p_2, \ldots, p_{n-1}\}$ и $n \geq 3$. Тогда следующие утверждения эквивалентны:

(a) $E(\Gamma_1 Nc\ (G)) \subseteq \{(p_1 i, p_1(i + 1 \bmod n)) \mid i = 0, \ldots, n-1\}$.

(b) Выполняются утверждения:

(1) Если $|i - j| \bmod n \geq 2$, то всякий p_i-элемент группы G перестановочен со всяким p_j-элементом группы G.

(2) Если $(j - i) \bmod n = 1$, то всякий p_j-элемент группы G перестановочен со всякой силовской p_i-подгруппой группы G.

Следствие 1. Пусть G – группа, $\pi(G) = \{p_0, p_2, \ldots, p_{n-1}\}$, $n \geq 3$, $E(\Gamma_1 Nc\ (G)) \subseteq \{(p_1 i, p_1(i + 1 \bmod n)) \mid i = 0, \ldots, n-1\}$ и p – наименьший простой делитель n. Тогда $G = H_1 H_2 \ldots H_p$, где H_i – нильпотентные холловы подгруппы G такие, что $H_i H_j = H_j H_i$ и $H_i \cap H_j = 1$ для $i \neq j$.

Работа выполнена в рамках темы «Групповые кольца и графы групп».

Литература

1 Шеметков, Л. А. Формации конечных групп / Л. А Шеметков. – Москва: Наука, 1978. – 272 с.

2 Distel, R. Graph theory (third edition) / R. Distel. – Springer-Verlag, 2005. – 423 p.

3 Murashka, V. I. Arithmetic graphs of finite groups / V. I. Murashka, A. F. Vasil'ev // ArXiv.org e-Print archive, arXiv: 1510.02568v1v1, 9 Oct. 2015.