К. Л. Парфенков
(*УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель*)

КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ЗАДАННЫМИ СИЛЬНО СВЕРХРАЗРЕШИМЫМИ ПОДГРУППАМИ

Рассматриваются только конечные группы. Напомним [1], что *подгруппа M группы G называется модулярной в G, если выполняются следующие условия*:

1) $\langle X, M \cap Z\rangle = \langle X, M\rangle \cap Z$ *для всех* $X \leq G$, $Z \leq G$ *таких, что* $X \leq Z$;

2) $\langle M, Y \cap Z\rangle = \langle M, Y\rangle \cap Z$ *для всех* $Y \leq G$, $Z \leq G$ *таких, что* $M \leq Z$. Нормальные и квазинормальные (т. е. перестановочные с каждой подгруппой) подгруппы группы являются модулярными, обратное утверждение в общем случае неверно [1].

Определение 1 [2]. *Подгруппа H группы G называется субмодулярной в G, если существует цепь подгрупп*

$$H = H_0 \leq H_1 \leq \cdots \leq H_{s-1} \leq H_s = G$$

такая, что H_{i-1} *– модулярная подгруппа в* H_i *для* $i = 1, \ldots, s$.

В [3] В. А. Васильевым был введен и изучен класс sU всех групп сильно сверхразрешимых групп, т. е. всех сверхразрешимых групп с субмодулярными силовскими подгруппами. В [3] было доказано, что sU являются наследственной насыщенной формацией, и установлено ее локальное задание.

Теорема 1. *Пусть группа G имеет три сильно сверхразрешимые подгруппы* G_1, G_2 *и* G_3, *индексы которых попарно взаимно просты в G. Тогда справедливы следующие утверждения.*

(1) *В G любая силовская подгруппа является субмодулярной.*

(2) *Если* G_i *субмодулярна в G для любого* $i = 1, 2, 3$, *то G сильно сверхразрешима.*

Литература

1 Schmidt, R. Subgroup Lattices of Groups / R. Schmidt. – Berlin, New-York: Walter de Gruyter, 1994. – 572 p.

2 Zimmermann, I. Submodular Subgroups in Finite Groups / I. Zimmermann // Math. Z. – 1989. – Vol. 202. – P. 545 – 557.

3 Васильев, В. А. Конечные группы с субмодулярными силовскими подгруппами / В. А. Васильев // Сиб. матем. журн. – 2015. – Т. 56, № 6. – С. 1277 – 1288.