Н. А. Алёшин, Г. Л. Карасёва

(ГГУ им Ф. Скорины, Гомель)

ФОРМУЛА ПРИРАЩЕНИЯ КРИТЕРИЯ КАЧЕСТВА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕГЛАДКИМ КРИТЕРИЕМ КАЧЕСТВА

В классе кусочно-непрерывных функций рассмотрим задачу:

$$\max_{t \in T} |d'x(t)| \to \min_{t \in T}$$

$$\dot{x} = Ax + bu$$
, $x(0) = x_0$, $Hx(t^*) = g$, $u(t) \le 1$, $t \in T = [0, t^*]$.

Здесь $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u = u(t) \in \mathbb{R}$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$; $H \in \mathbb{R}^{m \times n}$; rankH = m < n, b, d – заданные векторы соответствующих размеров.

Формально исходная задача записана без фазовых ограничений, но имеет негладкий критерий качества. Она эквивалентна задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями

$$J(\alpha, u) = -\alpha \to \max$$

$$J(\alpha, u) = -\alpha \to \max_{\alpha, u}$$

$$\dot{x} = Ax + bu, \ x(0) = x_0, \ Hx(t^*) = g, \ |d'x(t)| \le \alpha, \ |u(t)| \le 1, \ t \in T = [0, t^*].$$

Понятия допустимой, оптимальной и субоптимальной пары $(\alpha, u(\cdot))$, где $u(\cdot) = (u(t), t \in T)$ и соответствующих траекторий вводится стандартно.

Материалы XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 20–22 марта 2017 г.

Введена совокупность отрезков

$$T_{i} = \begin{bmatrix} \tau_{i}, \tau^{i} \end{bmatrix}, \quad \tau_{i} \leq \tau^{i} < \tau_{i+1}, \quad i \in N = \{1, ..., p\}; \quad N_{*} = \{i \in N : \tau_{i} < \tau^{i}\}, \\ N_{0} = N \setminus N_{*}, \quad N^{+} \cap N^{-} = \emptyset, \quad N_{*} = N_{*}^{+} \cup N_{*}^{-}, N_{*}^{+} \cap N_{*}^{-} = \emptyset.$$

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = \left(-1 + \sum_{i \in N^{-}} \overline{v}_{i} + \sum_{i \in N^{+}} \overline{v}_{i}\right) \Delta \alpha + \int_{T_{H}} \psi'(t) b \, \Delta u(t) dt + \sum_{i \in N_{0}} \overline{v}_{i} \, \Delta \omega(\tau_{i}) + \int_{T_{H}} \psi'(t) dt + \sum_{i \in N_{0}} \overline{v}_{i} \, \Delta \omega(\tau_{i}) + \int_{T_{H}} \psi'(t) dt + \int_{T_{H}} \overline{v}_{i} \, \Delta \omega(\tau_{i}) dt + \int_{T_{H}} \psi'(t) dt + \int_{T_{H}} \overline{v}_{i} \, \Delta \omega(\tau_{i}) dt + \int_{T_{H}} \psi'(t) dt + \int_{T_{H}} \overline{v}_{i} \, \Delta \omega(\tau_{i}) dt + \int_{T_{H}} \psi'(t) dt + \int_{T_{H}} \overline{v}_{i} \, \Delta \omega(\tau_{i}) dt + \int_{T_{H}} \psi'(t) dt + \int_{T_{H}} \psi'(t)$$

$$+\sum_{i\in N_{*}} \left(\frac{\psi'(\tau^{i})b}{d'b} \Delta\omega(\tau^{i}) + \left(\overline{v}_{i} - \frac{\psi'(\tau_{i}+0)b}{d'b} \right) \Delta\omega(\tau_{i}) + \int_{T_{i}} \frac{\psi'(t)\overline{A}b}{d'b} \Delta\omega(t)dt \right)$$

Функция $\psi(\cdot) = (\psi(t), t \in T)$ является решением системы

$$\dot{\psi} = -A'(t)\psi, \quad \psi'(t^*) = c' - y'H, \quad \psi(\tau_i - 0) = \psi(\tau_i + 0) - d\overline{\nu}_i, \quad i \in N, A(t) = A, \quad t \in T \setminus \bigcup_{i \in N_*} T_i, \quad A(t) = ZA, \quad t \in T_i, \quad i \in N_*,$$

где y- вектор потенциалов терминальных ограничений, \overline{v}_i- скачки котраектории.