Н. А. Алёшин, Г. Л. Карасёва
(ГГУ им Ф. Скорины, Гомель)

ФОРМУЛА ПРИРАЩЕНИЯ КРИТЕРИЯ КАЧЕСТВА ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕГЛАДКИМ КРИТЕРИЕМ КАЧЕСТВА

В классе кусочно-непрерывных функций рассмотрим задачу:

$$\max_{t\in T}|d'x(t)| \to \min$$

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad Hx(t^*) = g, \quad |u(t)| \le 1, \quad t \in T = [0, t^*].$$

Здесь $x = x(t) \in R^n$, $u = u(t) \in R$, $A \in R^{n\times n}$; $H \in R^{m\times n}$; $rankH = m < n$, b, d – заданные векторы соответствующих размеров.

Формально исходная задача записана без фазовых ограничений, но имеет негладкий критерий качества. Она эквивалентна задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями

$$J(\alpha, u) = -\alpha \to \max_{\alpha,u}$$

$$\dot{x} = Ax + bu,\ x(0) = x_0,\ Hx(t^*) = g,\ |d'x(t)| \le \alpha,\ |u(t)| \le 1,\ t \in T = [0, t^*].$$

Понятия допустимой, оптимальной и субоптимальной пары $(\alpha, u(\cdot))$, где $u(\cdot) = (u(t), t \in T)$ и соответствующих траекторий вводится стандартно.

Введена совокупность отрезков

$$T_i = \left[\tau_i, \tau^i\right], \quad \tau_i \le \tau^i < \tau_{i+1}, \quad i \in N = \{1, \dots, p\}; \quad N_* = \left\{i \in N : \tau_i < \tau^i\right\},$$

$$N_0 = N \setminus N_*, \quad N^+ \cap N^- = \varnothing, \quad N_* = N_*^+ \cup N_*^-, N_*^+ \cap N_*^- = \varnothing.$$

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = \left(-1 + \sum_{i \in N^-} \bar{v}_i + \sum_{i \in N^+} \bar{v}_i\right) \Delta\alpha + \int_{T_H} \psi'(t) b \Delta u(t) dt + \sum_{i \in N_0} \bar{v}_i \Delta\omega(\tau_i) +$$

$$+ \sum_{i \in N_*} \left(\frac{\psi'(\tau^i) b}{d'b} \Delta\omega(\tau^i) + \left(\bar{v}_i - \frac{\psi'(\tau_i + 0) b}{d'b}\right) \Delta\omega(\tau_i) + \int_{T_i} \frac{\psi'(t) \bar{A} b}{d'b} \Delta\omega(t) dt \right)$$

Функция $\psi(\cdot) = (\psi(t), t \in T)$ является решением системы

$$\dot{\psi} = -A'(t)\psi, \quad \psi'(t^*) = c' - y'H, \quad \psi(\tau_i - 0) = \psi(\tau_i + 0) - d\,\bar{v}_i, \quad i \in N,$$

$$A(t) = A, \quad t \in T \setminus \bigcup_{i \in N_*} T_i, \quad A(t) = ZA, \quad t \in T_i, \ i \in N_*,$$

где y – вектор потенциалов терминальных ограничений, $\bar{v}_i$ – скачки котраектории.