

**Е. В. Ковалевская, А. А. Пекарский**  
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

## ПОСТРОЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЙ БЛЯШКЕ ОТНОСИТЕЛЬНО СПЕЦИАЛЬНЫХ ВЕСОВ

Пусть комплексные числа  $\{z_k\}_{k=1}^n$  принадлежат правой полуплоскости  $\Pi = \{z : \operatorname{Re} z > 0\}$ . Тогда рациональная функция  $B_n(z) = \prod_{k=1}^n (z - z_k)/(z + \bar{z}_k)$ , называется произведением Бляшке степени  $n$  для полуплоскости  $\Pi$ .

**Теорема 1[1].** Для любых  $\beta < 0$  и  $n \in \mathbb{N}$  существует произведение Бляшке  $B_n(x)$  для полуплоскости  $\Pi$  с нулями лишь на  $(0,1]$  такое, что

$$\ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)| \leq c_1(\beta)n^\beta, \quad 0 < x \leq 1.$$

**Теорема 2[1].** Для любых  $\alpha > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  и  $n \in \mathbb{N}$  существует произведение Бляшке  $B_n(x)$  для полуплоскости  $\Pi$  с нулями лишь на  $(0,1]$  такое, что

$$x^\alpha \ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)| \leq c_2(\alpha, \beta)n^{\beta/2} e^{-\pi\sqrt{\alpha n}}, \quad 0 < x \leq 1.$$

Теоремы 1 и 2 применяются для изучения наилучших равномерных приближений функций Маркова. Эти теоремы не улучшаемы в том смысле, что при указанных  $\alpha$  и  $\beta$  полученные оценки являются точными относительно порядка убывания правых частей этих неравенств когда  $n \rightarrow \infty$ . Имеют место следующие теоремы 3 и 4.

**Теорема 3.** Пусть  $\beta < 0$  и  $n \in \mathbb{N}$ . Тогда для любого произведения Бляшке  $B_n(x)$  для полуплоскости  $\Pi$  выполняется неравенство

$$\max_{0 < x \leq 1} (\ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)|) \geq c(\beta)n^\beta.$$

**Теорема 4.** Пусть  $\alpha > 0$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  и  $n \in \mathbb{N}$ . Тогда для любого произведения Бляшке  $B_n(x)$  для полуплоскости  $\Pi$  выполняется неравенство

$$\max_{0 < x \leq 1} (x^\alpha \ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)|) \geq c(\alpha, \beta)n^{\beta/2} e^{-\pi\sqrt{\alpha n}}.$$

Материалы XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 20–22 марта 2017 г.

---

## Литература

1 Ковалевская, Е. В. Построение экстремальных произведений Бляшке / Е. В. Ковалевская, А. А. Пекарский. Веснік ГрГУ ім. Я. Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2017. – Т.7. – № 1.