

Е. В. Ковалевская, А. А. Пекарский
(ГрГУ им. Я. Купалы, Гродно)

ПОСТРОЕНИЕ ПРОИЗВЕДЕНИЙ БЛЯШКЕ ОТНОСИТЕЛЬНО СПЕЦИАЛЬНЫХ ВЕСОВ

Пусть комплексные числа $\{z_k\}_{k=1}^n$ принадлежат правой полуплоскости $\Pi = \{z : \operatorname{Re} z > 0\}$. Тогда рациональная функция $B_n(z) = \prod_{k=1}^n (z - z_k)/(z + \bar{z}_k)$, называется произведением Бляшке степени n для полуплоскости Π .

Теорема 1[1]. Для любых $\beta < 0$ и $n \in \mathbb{N}$ существует произведение Бляшке $B_n(x)$ для полуплоскости Π с нулями лишь на $(0,1]$ такое, что

$$\ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)| \leq c_1(\beta)n^\beta, \quad 0 < x \leq 1.$$

Теорема 2[1]. Для любых $\alpha > 0$, $\beta \in \mathbb{R}$ и $n \in \mathbb{N}$ существует произведение Бляшке $B_n(x)$ для полуплоскости Π с нулями лишь на $(0,1]$ такое, что

$$x^\alpha \ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)| \leq c_2(\alpha, \beta)n^{\beta/2} e^{-\pi\sqrt{\alpha n}}, \quad 0 < x \leq 1.$$

Теоремы 1 и 2 применяются для изучения наилучших равномерных приближений функций Маркова. Эти теоремы не улучшаемы в том смысле, что при указанных α и β полученные оценки являются точными относительно порядка убывания правых частей этих неравенств когда $n \rightarrow \infty$. Имеют место следующие теоремы 3 и 4.

Теорема 3. Пусть $\beta < 0$ и $n \in \mathbb{N}$. Тогда для любого произведения Бляшке $B_n(x)$ для полуплоскости Π выполняется неравенство

$$\max_{0 < x \leq 1} (\ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)|) \geq c(\beta)n^\beta.$$

Теорема 4. Пусть $\alpha > 0$, $\beta \in \mathbb{R}$ и $n \in \mathbb{N}$. Тогда для любого произведения Бляшке $B_n(x)$ для полуплоскости Π выполняется неравенство

$$\max_{0 < x \leq 1} (x^\alpha \ln^\beta e/x \cdot |B_n(x)|) \geq c(\alpha, \beta)n^{\beta/2} e^{-\pi\sqrt{\alpha n}}.$$

Материалы XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 20–22 марта 2017 г.

Литература

1 Ковалевская, Е. В. Построение экстремальных произведений Бляшке / Е. В. Ковалевская, А. А. Пекарский. Веснік ГрГУ ім. Я. Купалы. Сер. 2. Матэматыка. Фізіка. Інфарматыка, вылічальная тэхніка і кіраванне. – 2017. – Т.7. – № 1.