

И. А. Соболев, А. Н. Скиба
(ГГУ им Ф. Скорины, Гомель)

ОБОБЩЕННО ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЕ ПОДГРУППЫ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

Особую роль в теории групп играют конечные группы, т. е. группы состоящие из конечного числа элементов.

Строение конечной группы в значительной степени зависит от наличия в ней заданной системы перестановочных подгрупп.

Определение 1. Подгруппы A и B группы G называются перестановочными, если выполнено равенство

$$AB = BA,$$

где

$$AB = \{(ab) \mid a \in A, b \in B\}.$$

В теории групп важность этого понятия связана, прежде всего с тем, что для перестановочных подгрупп A и B их произведение AB само является группой.

Материалы XX Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 20–22 марта 2017 г.

Изучение перестановочных подгрупп было начато в классической работе Ore [1], где было доказано, что любая перестановочная подгруппа является субнормальной.

В работе Го Вэньбиня, К.П. Шама и А.Н. Скибы [2] было рассмотрено новое обобщение понятия перестановочной подгруппы.

Согласно которому, подгруппы A и B называются X -перестановочными, где $\emptyset \neq X \subseteq G$, если в X имеется такой элемент x , что $AB^x = B^xA$.

Значение понятия X -перестановочности связано, прежде всего, с тем, что многие важные классы конечных групп допускают точное описание в терминах X -перестановочности для подгрупп. Используя это понятие, можно дать следующую интерпретацию классической теоремы Холла о разрешимых подгруппах[3]:

Теорема 1. Группа G разрешима тогда и только тогда, когда любые ее две холловы подгруппы G -перестановочны.

Литература

- 1 Ore, O. Contributions in the theory of groups of finite order / O. Ore. – Duke: Math. J., – 1939. – Vol. 5. – P. 431 – 460.
- 2 Skiba, A. N. X -Permutable subgroups / A. N. Skiba, W. Guo, K. P. Shum. – Gomel, 2003. – Preprint/GGU im. F. Skoriny; № 61.
- 3 Hall, P. On the Sylow systems of a soluble group / P. Hall. – Proc. London Math. Soc, 1937. – V. 43, № 2. – P. 507–528.