

И. В. Мережа, А. В. Лубочкин
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

**ПРИМЕНЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ
ЛИНЕЙНО-КВАДРАТИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ РЕШЕНИЯ
ЗАДАЧИ РЕГУЛИРОВАНИЯ**

Рассмотрим динамическую систему ($t \geq 0$):

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0 \quad (x \in R^n, u \in R, \text{rank}(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) = n). \quad (1)$$

Пусть доступными являются лишь ограниченные управления: $|u(t)| \leq L$, $t \geq 0$ ($0 < L < \infty$). Обозначим через $X_0 = \{x \in R^n : Ax + bu_x = 0, |u_x| \leq L\}$ – множество возможных состояний равновесия системы (1).

Пусть заданы число, вектор и область: $0 < L < \infty$, $z \in \text{int } X_0$, $G \subset R^n$ ($z \in G$). Функцию $u = u_z(x)$, $x \in G$, назовем ограниченной обратной связью, решающей классическую задачу регулирования для системы (1) в области G , если: 1) $u_z(z) = u_z$; 2) $|u_z(x)| \leq L$, $x \in G$; 3) замкнутая система

$$\dot{x} = Ax + bu_z(x), \quad x(0) = x_0 \in G, \quad (3)$$

имеет решение $x(t) \in G$, $t \geq 0$, для всех $x_0 \in G$; 4) состояние равновесия $x(t) \equiv z$, $t \geq 0$, системы (3) асимптотически устойчиво в G .

При этом естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения G состояния равновесия z была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе (3) были в некотором смысле наилучшими. Поэтому для решения указанной проблемы здесь используется следующая линейно-квадратичная (вспомогательная) задача оптимального управления

$$B_\theta(y) = \min \int_0^\theta (u(t) - u_z)^2 dt, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = y, \quad x(\theta) = z, \quad (4)$$

$|u(t)| \leq L, \quad t \in T = [0, \theta]$ ($0 < \theta < \infty$ – параметр метода).

Пусть G_θ – множество всех состояний y , для которых задача (4) имеет оптимальную программу $u_z^0(t | y)$, $t \in T$. Функция $u_z^0(y) = u_z^0(0 | y)$, $y \in G_\theta$, называется оптимальным стартовым управлением типа обратной связи для задачи (4). Показывается, что стартовая обратная связь обладает свойствами, указанными выше. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего реализацию регулирующей обратной связи в режиме реального времени. Алгоритм программно реализован на языке С. Результаты иллюстрируются на примере регулирования динамической системой четвертого порядка.