С. П. Жогаль, И. Е. Стародубцев
(Гомельский государственный университет имени Ф.Скорины)

О ПОТЕНЦИАЛЬНОСТИ УСРЕДНЕННЫХ СТАЦИОНАРНЫХ УРАВНЕНИЙ КОЛМОГОРОВА-ФОККЕРА-ПЛАНКА ДЛЯ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ПОЛИГАРМОНИЧЕСКИМ И ПАРАМЕТРИЧЕСКИМ СЛУЧАЙНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

При решении различных задач науки и техники встает необходимость исследования случайных колебательных процессов в динамических системах. Одной из актуальных задач подобного класса является изучение совместного влияния различных типов периодического и случайного воздействий на колебания механических систем. При решении данной задачи весьма эффективным является метод марковских диффузионных процессов в сочетании с асимптотическими методами нелинейной механики, особенно для квазилинейных колебательных систем с одной степенью свободы. Однако применение данного метода крайне затруднено вследствие сложности задачи получения аналитического решения соответствующего уравнения Колмогорова -Фоккера-Планка (КФП). В докладе определяется один, достаточно широкий класс неавтономных квазилинейных колебательных систем, удовлетворяющих полученному авторами достаточному условию потенциальности соответствующих усредненных уравнений КФП для совместной стационарной плотности вероятностей амплитуды и фазы установившихся колебаний.

Рассмотрим случай системы, случайные колебания в которой могут быть описаны одним из следующих стохастических дифференциальных уравнений:

$$\ddot{x}+\omega^2 x=\varepsilon h(x,\dot{x})+\varepsilon\sum_{s=0}^{S}P_s\cos(\Omega_s\omega t)x^s+\varepsilon\sum_{k=1}^{K}R_k\cos(\zeta_k\omega t)\dot{x}^k+\sqrt{\varepsilon}\sigma_l[x^{(p)}]^l\dot{\xi}(t), \quad (1)$$

$$l=1,2,\ \dots,\ L;\ p=0,1,\ \dots,\ P,$$

где $h(x,\dot{x})$ – дифференцируемая функция своих аргументов; P_s, R_k, σ_l, Ω_s, ζ_k, ω – положительные постоянные; $\dot{\xi}(t)$ - «белый шум» единичной интенсивности; $\varepsilon>0$ – малый параметр, $x^{(p)}$ - p-ая производная функции $x(t)$.

Колебательные системы, подобные (1), подвержены различным типам периодического воздействия и параметрическому случайному возмущению, довольно часто являются предметом многих прикладных исследований. Класс систем вида (1), для которых выполняются достаточные условия потенциальности соответствующего уравнения КФП, может быть определен с помощью полученной нами следующей теоремы.

Теорема. *Пусть для системы (1) выполняются следующие условия:*

1. $$\frac{\partial}{\partial a}\{a^{1-2l}\underset{t}{M}[h(a\cos\phi,-a\omega\sin\phi)\cos\phi]\}=0. \quad (2)$$

2. *Для параметров гармонических воздействий Ω_s выполняются лишь те из резонансных соотношений*

$$\Omega_s=s-2n+1,\ n=0,1,\ \dots,\ [\frac{s}{2}],\ \forall s=0,1,\dots,S, \quad (3)$$

которые удовлетворяют следующим условиям:

$$\Omega_s^2=(s+1)(s-2l+1)(2l+1)^{sign((-1)^{p+1})},\ \forall s=0,1,\dots,S. \quad (4)$$

3. *Для параметров гармонических воздействий ζ_k при p – четном не выполняется ни одно из резонансных соотношений*

$$\zeta_k=k-2n+1,\ n=0,1,\ \dots,\ [\frac{k}{2}],\ \forall k=0,1,\dots,K, \quad (5)$$

при p – нечетном – резонансные соотношения (5) выполняются лишь для k=2l.

Тогда соответствующее системе (1) усредненное уравнение КФП удовлетворяет условию потенциальности и, следовательно, может быть проинтегрировано в квадратурах [1, 2].

Отметим, что резонансные соотношения (3)–(5), по существу, означают, что все частоты воздействия являются гармониками частоты ω.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ланда П. С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М.: Наука, 1980. 360 с.

2. Жогаль С. И. Достаточное условие интегрируемости уравнений Колмогорова – Фоккера – Планка для неавтономных квазилинейных систем с непараметрическим случайным воздействием // Вестник Белорусского госуниверситета. Сер. 1. 1995. №1. С. 62-66.