А. Н. Завацкая, Г. Л. Карасёва
(ГГУ им Ф.Скорины, Гомель)

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА КАК ОБЩАЯ ЗАДАЧА ЛП

На фиксированном промежутке времени $T=[0,t^*]$ рассмотрим задачу оптимального управления с фазовыми ограничениями

$$\begin{aligned}
&J(u)=c'x(t^*)\to\max,\\
&\dot{x}=Ax+Bu,\quad x(0)=x_0,\qquad \alpha_*(t)\le d'x(t)\le\alpha^*(t),\\
&g_*\le Hx(t^*)\le g^*,\ |u(t)|\le 1,\quad t\in T.
\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь $x=x(t)\in R^n$, $u(t)=(u_1(t),\ldots,u_r(t))$, $t\in T$ – r-мерное управление в момент времени t; A – постоянная $n\times n$ – матрица, B – постоянная $n\times r$ – матрица, $r>1$; H – постоянная $m\times n$ – матрица, $rank\,H=m<n$; $c,\alpha_*,\alpha^*,g_*,g^*\in R^n$.

Понятия допустимого, оптимального и субоптимального управления $u=(u(t),t\in T)$ и соответствующей траектории вводится стандартно.

Если в задаче (1) с помощью формулы Коши исключить $x(t)$, $t\in T$, то получим задачу линейного программирования в функциональном пространстве управлений:

$$c'F(t^*,0)x_0+\int_0^{t^*}c'F(t^*,\tau)B\,u(\tau)\,d\tau\to\max,$$

$$\alpha_*\le d'F(t,0)x_0+\int_0^{t}d'F(t,\tau)B\,u(\tau)\,d\tau\le\alpha^*,\ |u(t)|\le 1,\ t\in T,$$

$$g_* \le H\,F\left(t^*,0\right)x_0 + \int_0^{t^*} H\,F\left(t^*,\tau\right)B\,u(\tau)\,d\tau \le g^*.$$

Эта задача с точностью до интегралов и сумм совпадает с дискретной задачей оптимального управления:

$$\sum_{t\in T} c(t)u(t) \to \max,$$

$$\alpha_* - d'x_0 \le \sum_{t\in T} d(t)Bu(t) \le \alpha^* - d'x_0, \quad |u(t)| \le 1,$$

$$t \in T = \{0,1,\dots,t^*-1\},$$

$$g_* - H\,F\left(t^*,0\right)x_0 \le \sum_{t\in T} h(t)u(t) \le g^* - H\,F\left(t^*,0\right)x_0.$$

С точностью до обозначений задача совпадает с интервальной задачей ЛП. Эта задача имеет большие размеры, но при малом количестве разбиений её можно решать методами линейного программирования.

Исходя из этого понятия и конструкции адаптивного метода, решения общей задачи ЛП перенесём на задачу оптимального управления.