

ДИСКРЕТНАЯ ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С НЕФИКСИРОВАННЫМ НАЧАЛЬНЫМ СОСТОЯНИЕМ

Рассмотрена линейная задача оптимального управления дискретной системой

$$\begin{aligned} J(x, u) &= c'x(t^*) \rightarrow \max, \\ x(t+1) &= Ax(t) + bu(t), \\ x(0) &= x_0 \in X = \{x \in R^n, Gx = f, d_* \leq x \leq d^*\}, \\ Hx(t^*) &= g, |u(x)| \leq 1, t \in T = \{0, 1, \dots, t^* - 1\}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R$, $t \in T$; $A \in R^{n \times n}$; $G \in R^{r \times n}$; $H \in R^{m \times n}$, $rank H = m$, c, b, g, f, d^*, d_* – заданные векторы соответствующих размеров.

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(x_0, u) = \sum_{t \in T} \psi'(t) b \Delta u(t) - \sum_{j \in J} \Delta_{xj} \Delta x_{0j}.$$

Здесь $\Delta x(t) = \bar{x}(t) - x(t)$, $\Delta u(t) = \bar{u}(t) - u(t)$, $t \in T$, Δ_x – вектор оценок начального состояния, функция $\psi(t)$, $t \in T$, – решение сопряженной системы:

$$\begin{aligned} \psi'(t-1) &= \psi'(t)A, \psi'(t^*-1) = c' - y'H, \\ \Delta_x &= \psi'(0) - G'\gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

где $y = (\overline{y_i}, i = 1, m)$ – вектор потенциалов терминальных ограничений;
 $\gamma = (\overline{\gamma_i}, i = 1, r)$ – вектор потенциалов ограничений начальных состояний.

Сформулирован критерий оптимальности для задачи (1).

Материалы XVIII Республиканской научной конференции студентов и аспирантов «Новые математические методы и компьютерные технологии в проектировании, производстве и научных исследованиях», Гомель, 23–25 марта 2015г.

Теорема. Для оптимальности допустимой пары (x_0, u) , достаточно существование такой опоры $S_{on} = \{T_{on}, J_{on}\}$ состоящей из множества $T_{on} = \{t_1, t_2, \dots, t_l\}$ моментов $t_j \in T$, $j = \overline{1, l}$ и опорных индексов $J_{on} = \{j_1, j_2, \dots, j_k\} \subset J = \{1, 2, \dots, n\}$, $k = m + r - l$, $J_{on} \in J$, что вдоль опорной совокупности $\{(x_0, u), S_{on}\}$ и сопровождающего ей решения $\psi(t)$, $t \in T$ сопряжённой системы (2) выполнялись условия:

$$\psi'(t)bu(t) = \max_{|u(t)| \leq 1} \psi'(t)bu, \quad t \in T_n,$$

$$\Delta_{x_j} = \begin{cases} \geq 0, & x_{0j} = d_{*j} \\ = 0, & d_{*j} < x_{0j} < d_j^* \\ \leq 0, & x_{0j} = d_j^*, j \in J_n \end{cases}$$

Реализован алгоритм решения исходной задачи (1).