И. К. Чирик
(ГГИИ МЧС РБ, Гомель)

О СВЕРХРАЗРЕШИМОСТИ ПРОИЗВЕДЕНИЙ НОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП КОНЕЧНОЙ ГРУППЫ

В конечной группе произведение нормальных сверхразрешимых подгрупп в общем случае не является сверхразрешимой подгруппой, соответствующие примеры хорошо известны ([1], с. 159–160). Поэтому для получения сверхразрешимости произведения нормальных подгрупп надо более жесткие ограничения на сомножители, чем сверхразрешимость. В этом направлении получены следующие признаки сверхразрешимости.

Теорема 1. Пусть $A_1, A_2, ..., A_n$ – нормальные подгруппы конечной группы. Если A_1 сверхразрешима и для каждого $j = 2, 3, ..., n$ любая максимальная подгруппа из каждой силовской подгруппы из A_j нормальна в A_j, то подгруппа $A_1, A_2, ..., A_n$ сверхразрешима.

Отметим, что строение подгруппы A_j, $j > 1$, в условиях теоремы известно [2], она сверхразрешима и каждая ее силовская подгруппа либо нормальна, либо циклическая. В частности, любая нильпотентная группа обладает этими свойствами.

Группа, в которой каждая субнормальная подгруппа нормальна, называется t-группой. Строение разрешимых t-групп получил Гашюц [3], в частности, разрешимые t-группы сверхразрешимы.

Теорема 2. Пусть $A_1, A_2, ..., A_n$ – нормальные подгруппы конечной группы. Если A_1 сверхразрешима, а A_j – разрешимая t-группа для каждого $j = 2, 3, ..., n$, то подгруппа $A_1, A_2, ..., A_n$ сверхразрешима.

ЛИТЕРАТУРА

1. Монахов, В. С. Введение в теорию конечных групп и их классов / В. С. Монахов. – Минск: Вышэйшая школа, 2006. – 207 с.

2. Gaschütz, W. Gruppen in denen das normalteilersein transitiv ist /W. Gaschütz // J. Reine Angew. Math. – 1957. – V. 198. – P. 87–92.

3. Srinivasan, S. Two sufficient conditions for supersolvability of finite groups /S. Srinivasan // Israel J.Math. – 1980. – V. 35. – P. 210–214.