

## РЕЛАКСАЦИЯ ОПТИЧЕСКИ ОРИЕНТИРОВАННЫХ АТОМОВ В НЕОДНОРОДНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. П. Довгопол, В. П. Путьрский и С. Л. Вотьяков

В работе вычисляются времена продольной ( $T_1$ ) и поперечной ( $T_2$ ) релаксаций оптически ориентированных атомов, обусловленные исключительно внешним неоднородным магнитным полем. Полученные выражения описывают релаксацию в широком диапазоне давлений. В качестве примеров рассмотрены: ядерная релаксация  $\text{He}^3$  в ячейках с большим давлением ( $p > 0.2$  мм рт. ст.) и ядерная релаксация  $\text{Hg}^{199}$  и  $\text{Hg}^{201}$  в ячейках с низким давлением ( $p < 10^{-3}$  мм рт. ст.). Проводится детальное сравнение с имеющимися экспериментальными данными.

Ряд экспериментальных работ [1-4] посвящен изучению времен релаксации оптически ориентированных атомов в неоднородном магнитном поле. Однако до сих пор отсутствует их последовательный теоретический расчет. Известно, что релаксация в жидкостях в присутствии неоднородного магнитного поля описывается уравнениями Блоха с диффузионными членами [5, 6]. При этом наряду с обычной релаксацией возникает сильное ослабление намагниченности в результате диффузии атомов, магнитные моменты которых в различных участках пространства имеют различные фазы [5]. Релаксация в разреженных газах существенно отличается от релаксации в жидкости. Если в жидкостях времена релаксации, как правило, много меньше времени диффузии атома до границы объема, то в газах выполняется обратное неравенство. В этом случае эффект ослабления намагниченности эквивалентен включению дополнительного релаксационного механизма, связанного с неоднородностью. Такая ситуация реализуется в системе оптически ориентированных атомов.

В настоящей работе вычисляются времена продольной ( $T_1$ ) и поперечной ( $T_2$ ) релаксаций, обусловленные исключительно внешним неоднородным магнитным полем  $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_1(\mathbf{r})$ . Выражения, полученные для  $T_1$  и  $T_2$ , справедливы в широком диапазоне давлений газа в ячейке. С их помощью анализируется релаксация в ячейках с большим давлением наполняющего газа (на примере  $\text{He}^3$  [2, 3]) и в ячейках с низким давлением (на примере  $\text{Hg}^{199}$  и  $\text{Hg}^{201}$  [4]).

При своем движении атом хаотически перемещается в пространстве при столкновении с другими атомами и со стенками ячейки. Тем самым он подвергается действию переменного магнитного поля  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}(t))$ , где  $\mathbf{r}(t)$  — радиус-вектор произвольно выбранного атома. Таким образом, неоднородное поле играет роль случайного локального поля, которое вызывает переходы между зеемановскими подуровнями.

Гамильтониан системы разбивается на два слагаемых, первое из которых есть зеемановская энергия атома, обладающего электронным или ядерным спином  $\mathbf{I}$  ( $\gamma_I$  — гироманнитное отношение), второе — энергия возмущения

$$\mathcal{H} = -\gamma_I \hbar \mathbf{I}_z H_0 - \gamma_I \hbar \mathbf{I} \mathbf{H}_1(\mathbf{r}(t)). \quad (1)$$

Среднее от  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r})$  по возможным положениям атома в объеме ячейки равно нулю:  $\langle \mathbf{H}_1(\mathbf{r}) \rangle = 0$ . В противном случае можно переопределить по-

стоянную составляющую поля на  $\mathbf{H}_0 + \langle \mathbf{H}_1 \rangle$  и неоднородную составляющую на  $\mathbf{H}_1 - \langle \mathbf{H}_1 \rangle$ . Считаем также, что амплитуда неоднородного поля удовлетворяет условию:  $\gamma_I^2 H_1^2 \tau_v \ll 1$ , где  $\tau_v$  — время корреляции случайного процесса  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}(t))$ . Ниже будет показано, что  $\tau_v$  совпадает с временем диффузии атома в ячейке «от стенки до стенки». Приведенное неравенство выполняется в разреженных газах практически для всех реализуемых в эксперименте неоднородностей.

При сделанных предположениях времена релаксации  $T_1$  и  $T_2$  могут быть найдены по формулам [7]

$$\frac{1}{T_1} = 2\pi\gamma_I^2 g_{\perp}(\omega_0), \quad (2)$$

$$\frac{1}{T_2} = \pi\gamma_I^2 [g_{\parallel}(0) + g_{\perp}(\omega_0)]. \quad (3)$$

В формулах (2) и (3)  $\omega_0 = \gamma_I H_0$ ,  $g_{\parallel}(\omega) \equiv g_{zz}(\omega)$  — продольная,  $g_{\perp}(\omega) \equiv g_{xx}(\omega) = g_{yy}(\omega)$  — поперечная спектральные плотности случайного процесса  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}(t))$ , который предполагается изотропным, а также однородным по координатам  $x$  и  $y$  (полученные результаты легко обобщить на произвольные поля)

$$g_{\alpha\alpha}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \langle H_{1\alpha}(\mathbf{r}) H_{1\alpha}(\mathbf{r}(\tau)) \rangle \cos \omega\tau d\tau. \quad (4)$$

Отметим, что при выводе формул (2) и (3) возникает сдвиг резонансной частоты, пропорциональный синус-преобразованию Фурье от корреляционной функции  $\psi_{\alpha\alpha}(\tau) \equiv \langle H_{1\alpha}(\mathbf{r}) H_{1\alpha}(\mathbf{r}(\tau)) \rangle$ . Этот сдвиг ввиду малости в настоящей работе не учитывается.  $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}(t))$  — сложная функция от времени, поэтому для нахождения  $\psi_{\alpha\alpha}(\tau)$  удобно перейти к Фурье-представлению для  $H_{1\alpha}(\mathbf{r})$

$$\Psi_{\alpha\alpha}(\tau) = \frac{1}{(2\pi)^6} \int dk dk' H_{1\alpha}(\mathbf{k}) H_{1\alpha}(\mathbf{k}') \langle e^{-i\mathbf{k}[\mathbf{r}(\tau)-\mathbf{r}] - i\mathbf{r}[\mathbf{k}+\mathbf{k}']} \rangle. \quad (5)$$

Усреднение в (4) и (5) производится по всевозможным траекториям движения атома в ячейке и по начальному состоянию движения. Величина смещения  $\Delta\mathbf{r}(\tau) = \mathbf{r}(\tau) - \mathbf{r}$  при временах, сравнимых с временем между несколькими последовательными соударениями  $\tau_0$ , практически не зависит от начального положения атома, и экспоненты в подынтегральном выражении (5) можно усреднить как независимые величины (объем ячейки, который сокращается во всех конечных результатах, примем за единицу)

$$\Psi_{\alpha\alpha}(\tau) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int dk H_{1\alpha}(\mathbf{k}) H_{1\alpha}(-\mathbf{k}) \langle e^{-i\mathbf{k}\Delta\mathbf{r}} \rangle. \quad (6)$$

При  $\tau \gg \tau_0$  смещение  $\Delta\mathbf{r}(\tau) \equiv \int_0^{\tau} \mathbf{v}(t') dt'$  ( $\mathbf{v}(t)$  — скорость) есть сумма большого числа независимых случайных величин, поэтому по теореме Ляпунова [8]  $\Delta\mathbf{r}$  имеет нормальное распределение. Производя необходимое усреднение [8], находим спектральную плотность (4)

$$g_{\alpha\alpha}(\omega) = \frac{1}{\pi(2\pi)^3} \int dk H_{1\alpha}(\mathbf{k}) H_{1\alpha}(-\mathbf{k}) \int_0^{\infty} e^{-\frac{1}{2}k^2\sigma^2(\tau)} \cos \omega\tau d\tau. \quad (7)$$

Величина  $\sigma^2(\tau)$  — дисперсия компонент  $\Delta\mathbf{r}$  изотропного случайного процесса

$$\sigma^2(\tau) \equiv \sigma_{\alpha\alpha}^2(\tau) = \langle (\Delta\mathbf{r})_{\alpha} (\Delta\mathbf{r})_{\alpha} \rangle = \int_0^{\tau} dt' \int_0^{\tau} dt'' \langle v_{\alpha}(t') v_{\alpha}(t'') \rangle. \quad (8)$$

Задача свелась к нахождению корреляционной функции  $\langle v_\alpha(t) v_\alpha(t+\tau) \rangle$  случайного процесса  $V(t)$ .

В разреженных газах для корреляционной функции справедлива формула [9]

$$\langle v_\alpha(t) v_\alpha(t+\tau) \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle e^{-|\tau|/\tau_0}, \quad (9)$$

где  $\langle v^2 \rangle$  — среднеквадратичная скорость,  $\tau_0$  — время свободного пробега между столкновениями. Легко найти корреляционную функцию скорости в предельном случае малых давлений, когда можно пренебречь столкновениями атомов внутри объема («вакуумная ячейка»). Скорость атома меняется только в моменты столкновения со стенкой, и  $v(t)$  можно представить как импульсный процесс со случайными амплитудами и длительностями

$$v(t) = \sum_n v_n(t - t_n), \quad (10)$$

$v_n$  — амплитуда,  $t_n$  — момент появления  $n$ -го импульса (рис. 1). Предположим, что распределение длительностей импульсов (10) имеет вид

$$u(\tau) = \frac{e^{-\tau/\tau_v}}{\tau_v},$$

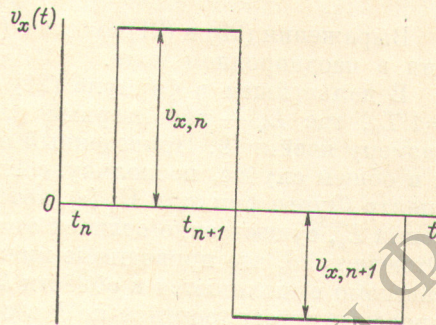


Рис. 1. Импульсный процесс  $v_x(t)$ .

что достаточно хорошо отражает реальное движение свободного атома;  $\tau_v$  — среднее время пролета от стенки до стенки. Тогда корреляционная функция равна [8]

$$\langle v_\alpha(t) v_\alpha(t+\tau) \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle e^{-|\tau|/\tau_v}. \quad (11)$$

В общем случае произвольных давлений можно написать

$$\langle v_\alpha(t) v_\alpha(t+\tau) \rangle = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle e^{-|\tau|/\tau'}, \quad (12)$$

$$1/\tau' = 1/\tau_0 + 1/\tau_v, \quad (13)$$

где  $\tau_v$  — время диффузии атома в ячейке от стенки до стенки. Выражения (12) и (13) приводят в пределе больших давлений ( $\tau_0/\tau_v \ll 1$ ) к (9), а в пределе малых давлений ( $\tau_0/\tau_v \gg 1$ ) к (11). Если длина свободного пробега атома меньше размеров ячейки,  $\tau_v$  находится по формуле Эйнштейна [8]

$$\tau_v = \frac{L^2}{D_c}. \quad (14)$$

Если же длина свободного пробега равна или больше размеров ячейки,  $\tau_v$  находится по формуле

$$\tau_v = \frac{L^2}{D_v}. \quad (15)$$

В формулах (14) и (15)  $L$  — средний характерный размер ячейки,  $D_c$  — коэффициент самодиффузии атома в газе,  $D_v$  — формально введенный «коэффициент диффузии»

$$D_c = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \tau_0, \quad (16)$$

$$D_v = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \tau_v. \quad (17)$$

Определим также «коэффициент диффузии»  $D'$

$$D' = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle \tau'. \quad (18)$$

Тогда дисперсия (8) с учетом (12) и (18) равна

$$\sigma^2(\tau) = 2D' [\tau - \tau' (1 - e^{-\tau/\tau'})]. \quad (19)$$

Обозначив в (7) через  $J(k, \omega)$  внутренний интеграл по  $\tau$ , с помощью (19) находим спектральную плотность

$$g_{\alpha\alpha}(\omega) = \frac{1}{\pi (2\pi)^3} \int d\mathbf{k} H_{1\alpha}(\mathbf{k}) H_{1\alpha}(-\mathbf{k}) J(k, \omega), \quad (20)$$

$$J(k, \omega) = e^{k^2 D' \tau'} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-k^2 D' \tau')^n \left[ \frac{n}{\tau'} + k^2 D' \right]}{n! \left[ \left( \frac{n}{\tau'} + k^2 D' \right)^2 + \omega^2 \right]}. \quad (21)$$

Выражения (20) и (21) вместе с (2) и (3) дают решение задачи о релаксации в неоднородном поле.

В дальнейшем в формуле (21) рассмотрим Фурье-компоненту с  $k = 1/L_n$ , где  $L_n$  — характерный размер неоднородности, обычно равный размеру ячейки  $L$ . Приведенный ниже анализ полностью сохраняет силу и в общем случае, поскольку, согласно свойствам Фурье-преобразований, спектр Фурье функции  $H_1(\mathbf{r})$ , которая имеет характерный интервал изменения  $L_n$ , существенно отличен от нуля только в области частот  $k \leq 1/L_n$ . Отсюда ясно, что приводимые ниже соотношения для компоненты  $k = 1/L_n$  заведомо выполняются в области  $k \leq 1/L_n$ , и, следовательно, потребуются провести интегрирование по  $k$  в соответствии с формулой (20). Однако по теореме о среднем из-под интегрального выражения в (20) всегда можно вынести  $J(k^*, \omega)$ , где  $k^*$  заключено в области  $k \leq 1/L_n$  и имеет порядок  $1/L_n$ . Таким образом, конечные результаты не изменятся.

Оценим время корреляции случайного процесса  $H_1(\mathbf{r}(t))$ . Из формулы (6) видно, что для Фурье-компоненты  $k = 1/L$  верхний предел времени корреляции равен  $\tau_v$  (формула (14)). Этот результат получается и в общем случае (с учетом сделанных замечаний). Тогда в рамках теории возмущений мы должны написать:  $T_1 \gg \tau_v$  и  $T_2 \gg \tau_v$ . Эти неравенства выполняются в разреженных газах, когда возможна быстрая самодиффузия.

Применим выражения (20) и (21) к конкретным задачам.

Первый пример относится к ядерной релаксации  $\text{He}^3$  в неоднородном магнитном поле в ячейках с большим давлением ( $\tau_c/\tau_v \ll 1$ ,  $p \geq 0.2$  мм рт. ст.) [2, 3]. На частоте  $k = 1/L$  с учетом (13), (14) и (18) функция  $J(k, \omega)$  равна

$$J(L, \omega) = e^{\frac{\tau_c}{\tau_v}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\left( -\frac{\tau_c}{\tau_v} \right)^n \left[ \frac{n}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_v} \right]}{n! \left[ \left( \frac{n}{\tau_c} + \frac{1}{\tau_v} \right)^2 + \omega^2 \right]}. \quad (22)$$

В эксперименте с  $\text{He}^3$  [2] (температура  $300^\circ \text{K}$ ) время  $\tau_c = 2.2 \cdot 10^{-7}/p$  сек. ( $p$  — давление в мм рт. ст.), причем максимальное  $\tau_c = 1.1 \cdot 10^{-6}$  сек. ( $p = 0.2$  мм рт. ст.). При этом в ячейке  $L = 4.5$  см минимальное  $\tau_v = 2.5 \cdot 10^{-3}$  сек. (формула (14)), и отношение  $\tau_c/\tau_v$  не превышает  $(\tau_c/\tau_v)_{\max} = 4.4 \cdot 10^{-4}$ . Следовательно, в разложении по степеням  $(\tau_c/\tau_v)$  (22) можно ограничиться двумя первыми членами; остаток ряда не будет превышать величину  $(\tau_c/\tau_v)_{\max}^2 \ll 1$

$$J(L, \omega) = \frac{\tau_v}{(1 + \omega^2 \tau_v^2)(1 + \omega^2 \tau_c^2)}. \quad (23)$$

Для гелия резонансная частота  $\omega_0$  менялась в пределах  $(1.5 \div 6.0) \times 10^7$  сек.<sup>-1</sup>, в то время как максимальное  $\tau_v = 1.2 \cdot 10^{-1}$  сек. ( $p = 10$  мм рт. ст.) [2], поэтому всегда  $\omega_0^2 \tau_v^2 \gg 1$ . Учитывая это, с помощью (23) находим времена релаксации (2) и (3)

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2}{3} \left( \frac{G_1}{H_0} \right)^2 \langle v^2 \rangle \frac{\tau_c}{1 + \omega_0^2 \tau_c^2}, \quad (24)$$

$$\frac{1}{T_2} = \frac{1}{3} \left( \frac{G_1}{H_0} \right)^2 \langle v^2 \rangle \frac{\tau_c}{1 + \omega_0^2 \tau_c^2} + \gamma_I^2 D_c G_{\parallel}^2 \tau_v^2. \quad (25)$$

В (24) и (25) введены средние поперечный  $G_{\perp} = \Delta H_{1x}/L = \Delta H_{1y}/L$  и продольный  $G_{\parallel} = \Delta H_{zz}/L$  градиенты поля. Формула (24) успешно применялась в работах [2, 3] при интерпретации экспериментов с  $\text{He}^3$ . Характерной особенностью  $T_1$  является зависимость от амплитуды постоянного поля: в слабых полях ( $\omega_0^2 \tau_c^2 \ll 1$ )  $T_1 \sim H_0^2$ , а в сильных полях ( $\omega_0^2 \tau_c^2 \gg 1$ )  $T_1 \sim H_0^4$ .

Подчеркнем, что выражение (24) в отличие от [2, 3] получается в нашем подходе как предельный случай при  $\tau_c/\tau_p \ll 1$  и  $\omega_0^2 \tau_p^2 \gg 1$ . Кроме того, в рамках выбранных авторами [2, 3] моделей невозможно получить время поперечной релаксации  $T_2$  (спектральные плотности [2, 3] расходятся при  $\omega \rightarrow 0$ ). Время  $T_2$  определяется формулой (25), в которой при малых градиентах поля  $(G_{\perp}/H_0)^2 \ll 1$  первым слагаемым можно пренебречь

$$\frac{1}{T_2} \approx \gamma_I^2 D_o G_{\perp} \tau_p^2. \quad (26)$$

Выражение (26) по форме напоминает известное решение Торрея уравнений Блоха с диффузионными членами [5]. В действительности точное решение Торрея, справедливое для жидкостей и плотных газов, также можно получить усреднением по траекториям движения. Как следует из работ [10-12], это совпадение не случайно: методы усреднения по траекториям и уравнения Фоккера—Планка (диффузионного типа) эквивалентны.

Второй пример относится к ядерной релаксации  $\text{Hg}^{199}$  и  $\text{Hg}^{201}$  в ячейках с низким давлением ( $p < 10^{-3}$  мм рт. ст.). Здесь  $\tau_c/\tau_p \gg 1$ , где  $\tau_p$  — среднее время пролета от стенки до стенки в вакуумной ячейке (формула (15)). Функция  $J(k, \omega)$  (21) на частоте главной фурье-компоненты  $k=1/L$  (с учетом (13), (17) и (18)) равна

$$J(L, \omega) = e\tau_p \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)}{n! [(n+1)^2 + \omega^2 \tau_p^2]} \quad (27)$$

Времена релаксации (2) и (3)

$$\frac{1}{T_1} = 2\gamma_I^2 J(L, \omega) \Delta H_x^2. \quad (28)$$

$$\frac{1}{T_2} = \gamma_I^2 [J(L, 0) \Delta H_x^2 + J(L, \omega_0) \Delta H_y^2], \quad (29)$$

где  $\Delta H_x^2 = \Delta H_y^2 = G_{\perp}^2 L^2$ ,  $\Delta H_z^2 = G_{\parallel}^2 L^2$ .

В двух предельных случаях легко получить явное выражение для времен релаксации.

Случай 1,  $\omega_0^2 \tau_p^2 \ll 1$ . При этом  $J(L, \omega) \approx J(L, 0) = \tau_p(e-1) \approx 1.72\tau_p$ . Времена релаксации (28) и (29) равны

$$\frac{1}{T_1} = 3.44\gamma_I^2 \tau_p \Delta H_x^2, \quad (30)$$

$$\frac{1}{T_2} = 1.72\gamma_I^2 \tau_p [\Delta H_x^2 + \Delta H_y^2]. \quad (31)$$

Зависимость  $1/T_2$  от неоднородности подтверждена экспериментом на изотопах  $\text{Hg}^{199}$  и  $\text{Hg}^{201}$  [4]. В том случае, когда градиенты по осям  $x$  и  $y$  отличны (например, создается внешний контролируемый градиент поля по оси  $y$ ), выражения (28) и (30) для  $1/T_1$  обобщаются, как легко показать [7], формулой

$$\frac{1}{T_1} = 1.72\gamma_I^2 \tau_p [\Delta H_x^2 + \Delta H_y^2], \quad (32)$$

где  $\Delta H_x^2 = G_x^2 L^2$ ,  $\Delta H_y^2 = G_y^2 L^2$  (при этом, вообще говоря, не существует «единого» для  $x$ - и  $y$ -компонент намагниченности времени  $T_2$  [7]). На рис. 2 представлена экспериментальная зависимость  $1/T_1$  от  $\Delta H_y^2$  ( $\Delta H_x^2 = 0$ , температура 650° К). Видно, что она описывается формулой (32). Используя формулу (32) по наклону прямой рис. 2, оценим  $\tau_p$ . Получается для ртути  $\tau_p = 3.5 \cdot 10^{-4}$  сек, что согласуется с [1].

Случай 2,  $\omega^2 \tau_v^2 \gg 1$ . Асимптотическое выражение для ряда (27) имеет вид

$$J(L, \omega) = \frac{\tau_v}{\omega^4 \tau_v^4},$$

и времена релаксации (28) и (29) равны

$$\frac{1}{T_1} = 2\gamma_I^2 \tau_v \frac{\Delta H_x^2}{\omega_0^4 \tau_v^4}, \quad (33)$$

$$\frac{1}{T_2} = \gamma_I^2 \tau_v \left[ J(L, 0) \Delta H_x^2 + \frac{\Delta H_x^2}{\omega_0^4 \tau_v^4} \right]. \quad (34)$$

В указанном пределе ( $\omega_0^2 \tau_v^2 \gg 1$ ) (33) совпадает с формулой Рамзея—Парселла для  $1/T_1$ , полученной при анализе ширины линии водородного

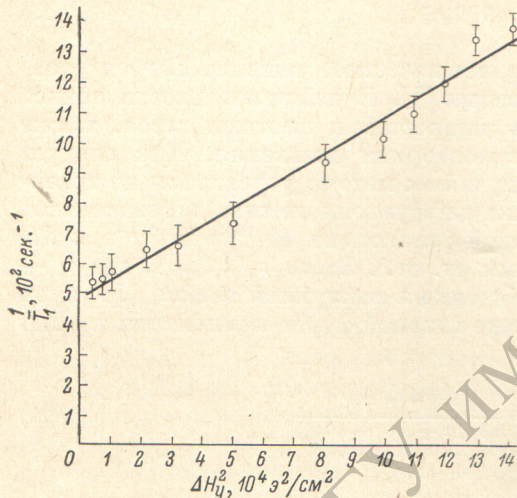


Рис. 2. Экспериментальная зависимость  $1/T_1$  от  $\Delta H_y^2$  ( $\Delta H_x^2=0$ , температура  $650^\circ \text{K}$ ) в ячейке с  $\text{Hg}^{201}$ .

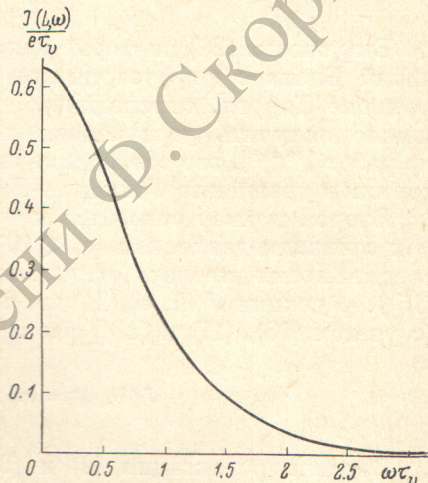


Рис. 3. Зависимость (27)  $J(L, \omega)/\epsilon \tau_v$  от параметра  $\omega \tau_v$ , рассчитанная на ЭВМ.

мазера в неоднородном магнитном поле [13]. Пренебрегая в (34) вторым слагаемым, получаем формулу Каньяка [1]

$$\frac{1}{T_2} \approx 1.72 \gamma_I^2 \Delta H_x^2 \tau_v. \quad (35)$$

В общем случае получить аналитическое выражение для  $J(L, \omega)$  (27) невозможно. График функции (27)  $J(L, \omega)/\epsilon \tau_v$ , рассчитанный на ЭВМ, приведен на рис. 3. Представляет интерес экспериментальная проверка функциональной зависимости времен релаксации в неоднородном поле при различных значениях параметра  $\omega_0 \tau_v$ .

#### Литература

- [1] В. Сagnaс. Thèse, Paris, 1960.
- [2] L. D. Scheerer, G. K. Walters. Phys. Rev., 139, 1398, 1965.
- [3] R. L. Gamblin, T. R. Carver. Phys. Rev., 138, A 946, 1965.
- [4] И. Е. Гринько, А. Н. Кузнецов, П. С. Овчаренко, Б. И. Вишневков, Ю. М. Петухов. Опт. и спектр., 34, 992, 1973.
- [5] Н. С. Тоггеу. Phys. Rev., 104, 563, 1956.
- [6] С. П. Довгопол, В. П. Путырский. Сб. «Парамагнитный резонанс» (Докл. Всесоюзной юбилейной конференции), ч. II, стр. 51. Казань, 1971.
- [7] Ч. Сликтер. Основы теории магнитного резонанса. Изд. «Мир», М., 1967.
- [8] С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Изд. «Наука», М., 1962.
- [9] В. I. Vern, I. P. Voon, S. A. Rice, J. Chem. Phys., 45, 1086, 1966.
- [10] М. Кац. Вероятность и смежные вопросы в физике, IV. Изд. «Мир», М., 1965.
- [11] M. Fixman. J. Chem. Phys., 48, 223, 1968.
- [12] Н. Н. Корст. ТМФ, 6, 265, 1971.
- [13] D. Kierrner, H. M. Goldenberg, N. F. Ramsay. Phys. Rev. 126, 603, 1962.