

УДК 539.194

## ПАРАМЕТРЫ СЛАБОСВЯЗАННЫХ МОЛЕКУЛЯРНЫХ ИОНОВ

Л. Я. Ефременкова, А. А. Радциг и Б. М. Смирнов

Рассмотрен вопрос о взаимодействии атомов инертных газов с ионами инертных газов и ионами щелочных металлов, приводящем к образованию молекулярных ионов.

1. В работе вычислены параметры потенциалов взаимодействия атомов инертного газа с ионами щелочного металла и ионами инертного газа в области расстояний между ядрами, где они притягиваются. Для рассмотренных пар взаимодействующих частиц эти расстояния оказываются большими и по сравнению с характерными атомными размерами, так что потенциал взаимодействия можно представить в виде суммы трех слагаемых, каждое из которых определяется своей областью координат валентных электронов

$$U(R) = U_{\text{дал.}}(R) + U_{\text{эл. ст.}}(R) + U_{\text{обм.}}(R). \quad (1)$$

Здесь первый член отвечает поляризационному взаимодействию иона с атомом,  $U_{\text{эл. ст.}}$  — потенциал электростатического взаимодействия иона с нескомпенсированным зарядом атома,  $U_{\text{обм.}}$  — потенциал двухэлектронного обменного взаимодействия валентных электронов атома и иона.

2. Основной вклад в потенциал дальнодействующего взаимодействия иона с атомом вносит область расстояний валентных электронов атома, расположенная вблизи остова атома частицы. Оператор электростатического взаимодействия иона с атомом имеет вид

$$Y(R) = \sum_{i,k} \left( -\frac{Z_1 e^2}{|\mathbf{r}_i + \mathbf{R}|} - \frac{Z_2 e^2}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{R}|} + \frac{e^2}{|\mathbf{r}_i + \mathbf{R} - \mathbf{r}_k|} + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \right), \quad (2)$$

здесь  $Z_1, Z_2$  — заряды ядер иона и атома;  $\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k$  — координаты электронов, принадлежащих атому и иону,  $R$  — радиус-вектор, соединяющий ядра 1 и 2,  $e$  — заряд электрона, суммирование ведется по всем валентным электронам атома и иона.

В зависимости от соотношения между расстоянием  $R$  и размерами иона и атома оператор взаимодействия (2) можно разложить в ряд по сферическим гармоникам

$$\nabla(R) = e^2 \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{R^{n+1}} \left\{ \sum_i (-1)^{n+1} Z_1 r_i^n P_n [\cos(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{R}})] - \sum_k Z_r r_k^n P_n [\cos(\hat{\mathbf{r}}_k, \hat{\mathbf{R}})] + \sum_{i,k} |\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^n P_n [\cos(\hat{\mathbf{r}}_k - \hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{R}})] + Z_1 Z_2 \delta_{n0} \right\} (r_i, k \leq R), \right. \quad (3a)$$

$$\left. \sum_{n=0}^{\infty} R^n \left\{ \sum_i \frac{(-1)^{n+1} Z_1}{r_i^{n+1}} P_n [\cos(\hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{R}})] - \sum_k \frac{Z_2}{r_k^{n+1}} P_n [\cos(\hat{\mathbf{r}}_k, \hat{\mathbf{R}})] + \sum_{i,k} \frac{P_n [\cos(\hat{\mathbf{r}}_k - \hat{\mathbf{r}}_i, \hat{\mathbf{R}})]}{|\mathbf{r}_k - \mathbf{r}_i|^{n+1}} \right\} (s_i, k \geq R), \right. \quad (3b)$$

где  $P_n(\cos \theta)$  — полином Лежандра,  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{R}$ ,  $\delta_{mn}$  — символ Кронекера.

В предположении, что  $r_i \leq R$ , из разложения (3а) получим первый неисчезающий член разложения оператора  $V(R)$  по степеням  $R^{-1}$

$$V_{\text{дал.}}(R) = \frac{(Z_1 - N_1)e(\mathbf{D}_2 \mathbf{n})}{R^2} \quad (r_i \leq R); \quad (4)$$

здесь  $\mathbf{D}_2 = \sum_i^{N_2} e \mathbf{r}_i$  — оператор дипольного момента атома,  $(Z_1 - N_1)$  — заряд иона, который в рассматриваемых случаях равен единице.

Для  $S$ -состояний атомов средние значения дипольного момента равны нулю; во втором порядке теории возмущений потенциал взаимодействия иона с атомом равен

$$U_{\text{дал.}}(R) = -\frac{1}{R^4} \sum_k \frac{|D_z|_{0n}^2}{E_n - E_0} = -\frac{\alpha e^2}{2R^4}, \quad (5)$$

где по определению  $\alpha = 2 \sum_n' |D_z|_{0n}^2 / (E_n - E_0)$  — поляризуемость атома в основном состоянии.

Здесь сумма и матричные элементы берутся по всем состояниям атома, кроме основного;  $E_n$ ,  $E_0$  — энергии соответствующих состояний;  $(D_z)_{0n}$  — матричный элемент оператора проекции дипольного момента атома на ось, соединяющую ион с атомом.

Матричные элементы  $(D_z)_{0n}$  вычисляются с помощью невозмущенных волновых функций системы, выражаяющихся произведением невозмущенных волновых функций иона и атома, а интегрирование ведется по бесконечному координатному пространству валентных электронов системы. Ввиду резкой зависимости радиальных волновых функций внешних электронов от расстояний до ядра, основной вклад в величину матричных элементов  $(D_z)_{0n}$  вносит область координат атомных электронов вблизи атомного остатка. Именно этой областью координат валентных электронов атома определяется поляризационный потенциал (5).

3. Как видно, к дальнодействующему потенциалу взаимодействия мы отнесли часть оператора (2), отвечающую области координат валентных электронов атома  $r_i \leq R$ . Включим ту часть оператора взаимодействия, которая не вошла в дальнодействующее взаимодействие в оператор электростатического взаимодействия, имеющий вид

$$V_{\text{эл. ст.}}(R) = \sum_i V_i. \quad (6)$$

$$V_i = e^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{r_i^n}{R^{n+1}} - \frac{R^n}{r_i^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta_i) \quad (r_i \geq R).$$

Здесь суммирование ведется по всем валентным  $i$ -электронам атома. Появление первого члена в операторе  $V_i$  связано с тем, что мы неправомерно расширили область применимости оператора  $V_{\text{дал.}}(R)$ , ( $r_i \leq R$ ) при вычислении потенциала дальнодействующего взаимодействия (5).

Для выяснения физического смысла приведенного оператора электростатического взаимодействия рассмотрим случай сферически симметричного распределения валентных электронов в атоме. При этом, согласно формуле (6), потенциал равен

$$U_{\text{эл. ст.}}(R) = \sum_i e^2 \int_R^{\infty} \left( \frac{1}{R} - \frac{1}{r_i} \right) \rho(r_i) dr_i,$$

где  $\rho(r_i = |\varphi_i(r)|^2)$ ,  $\varphi_i(r)$  — сферически симметрична волновая функция  $i$ -го валентного электрона в атоме. Используя определение напряженности поля  $eE = -\Delta U$ , получим

$$E = -\frac{1}{e} \frac{\partial U_{\text{эл. ст.}}(R)}{\partial R} = \sum_i e \frac{\int_R^\infty \rho(r_i) dr_i}{R^2}.$$

Здесь числитель представляет собой заряд валентных электронов атома, сосредоточенный вне сферы радиуса  $R$ . Пользуясь теоремой Гаусса, заключаем, что рассмотренное взаимодействие иона с атомными валентными электронами свелось в этом предельном случае к взаимодействию

ионы с зарядом  $\sum_i e \int_R^\infty |\varphi_i(r)|^2 dr_i$ , помещенным от него на расстоянии  $R$ .

Рассмотренные выше формулы получены в предположении, что ион неискажает распределения валентных электронов в атоме. Для того чтобы учесть это искажение, используем уравнение Шредингера для волновой функции валентного электрона в поле своего атомного остатка при наличии и отсутствии иона (ниже будем использовать систему атомных единиц —  $e^2 = \hbar = m_e = 1$ )

$$-\frac{1}{2} \Delta \varphi + V_a \varphi + V \varphi = E \varphi, \quad -\frac{1}{2} \Delta \varphi_a + V_a \varphi_a = E_a \varphi_a.$$

Здесь  $V_a$  — оператор взаимодействия электрона со своим атомным остатком,  $V = \left(-\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|} + \frac{1}{R}\right)$  — оператор взаимодействия электрона с ионом,  $E_a$  — электронная энергия изолированного атома,  $E$  — электронная энергия при наличии возмущающего иона; следовательно, по определению, разность  $(E - E_a)$  равна потенциалу взаимодействия иона с атомом.

Умножим первое из уравнений Шредингера на  $\varphi_a$ , второе — на  $\varphi$ , вычтем из первого второе и проинтегрируем полученную разность по бесконечному объему. В области координат, где в основном сосредоточен валентный электрон, волновые функции  $\varphi$  и  $\varphi_a$  совпадают, так что из условия нормировки функций следует, что  $\int_{-\infty}^\infty \varphi \varphi_a d\mathbf{r} = 1$ . В результате получим

для потенциала электростатического взаимодействия иона с атомом

$$U_{\text{эл. ст.}}(R) = E - E_a = \int \varphi_a V \varphi d\mathbf{r}. \quad (7)$$

На больших расстояниях электрона от ядер по сравнению с размером иона и атома волновая функция электрона  $\varphi$  удовлетворяет уравнению Шредингера

$$\left(-\frac{1}{2} \Delta - \frac{1}{r} - \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|} + \frac{1}{R}\right) \varphi = -\frac{\gamma^2}{2} \varphi, \quad (8)$$

где  $(-\gamma^2/2)$  — энергия связи электрона в атоме,  $r$  — расстояние валентного электрона от ядра атома. При  $r \ll R$  волновая функция  $\varphi$  совпадает с волновой функцией невозмущенного атома  $\varphi_a$ . В области координат электрона, где  $r\gamma^2 \gg 1$  и  $|r - R| \varphi^2 \gg 1$ , справедливо квазиклассическое приближение. Найдя в этой области вид волновой функции  $\varphi$ , сопьем полученное квазиклассическое решение уравнения (8) с атомной волновой функцией при  $r \ll R$ .

В итоге получим

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\mathbf{r}) &= \varphi_a(\mathbf{r}) \chi(r, \theta), \\ \chi(r, \theta) &= \exp \left[ \frac{1}{\gamma} \int_0^r \left( \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}|} - \frac{1}{R} \right) dr \right], \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

причем при нахождении функции  $\chi(r, \theta)$  мы пренебрегли производными от функции  $\varphi$  по угловым переменным, считая, что основное изменение волновой функции электрона в квазиклассической области происходит по радиусу-вектору  $r$ ;  $\theta$  — угол между векторами  $r$  и  $R$ .

Подставив выражения (9), (6) в (7), найдем величину потенциала электростатического взаимодействия иона с нескомпенсированным зарядом атома

$$U_{\text{эл. ст.}}(R) = \sum_i \int_R^{\infty} \int_{-1}^1 d\varphi \cos \theta_i |\varphi_a^{(i)}(r)|^2 r_i^2 dr_i \chi(r_i, \theta_i) \sum_n \left( \frac{r_i^n}{R^{n+1}} - \frac{R^n}{r_i^{n+1}} \right) P_n.$$

Здесь  $i$  — номер валентного электрона атома и суммирование ведется по всем валентным электронам. При вычислении интеграла по  $dr$  используем то, что интеграл сходится в малой окрестности  $\Delta r \sim 1/\gamma \ll R$  точки  $r$ .

Введя обозначения  $\chi(\theta) = e^{-1/\gamma} \left[ 1 + \sqrt{\frac{1}{1 - \cos \theta}} \right]^{1/\gamma}$ ,  $\varphi_a(r) = \varphi_a(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$ , где  $\varphi_a(r)$  — радиальная волновая функция электрона с орбитальным моментом  $l$  и его  $z$ -проекцией  $m$ , получим в пределе  $R\gamma^2 \gg 1$

$$U_{\text{эл. ст.}}(R) = \sum_i \int_{-1}^1 2\pi d \cos \theta_i Y_{lm}^2 | \varphi_a^{(i)}(R) |^2 \chi(\theta_i) \frac{1}{4\gamma^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n. \quad (10)$$

Полученный числовой ряд  $\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \theta)$  надо понимать как асимптотический. Сохраняя лишь те члены последнего ряда, которые последовательно убывают с ростом  $n$ , приходим к следующему результату:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) P_n(\cos \theta) = \begin{cases} 1, & |\cos \theta| > 1/3, \\ 1 + 3 \cos \theta, & |\cos \theta| < 1/3. \end{cases} \quad (11)$$

В рассмотренном нами пределе  $R\gamma^2 \gg 1$  в качестве волновой функции невозмущенного валентного электрона в атоме  $\varphi_a(r)$  можно использовать асимптотическую атомную волновую функцию электрона

$$\varphi_{ac.}(r) = Br^{\frac{1}{\gamma}-1} \exp(-r\gamma) Y_{lm} = \frac{B}{\sqrt{4\pi}} r^{\frac{1}{\gamma}-1} e^{-r\gamma} \sqrt{(2l+1) \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!}} P_l^m, \quad (12)$$

здесь  $(-\gamma^2/2)$  — энергия связи валентного электрона;  $l, m$  — квантовые числа орбитального момента и его  $z$ -проекции на ось, соединяющую ядро;  $B$  — асимптотический коэффициент, характеризующий поведение внешнего электрона на больших расстояниях его от ядра атомной частицы;  $P_l^m(\cos \theta)$  — сопряженная шаровая функция.

Подставляя зависимости (12), (11) в (10), придем к окончательному результату

$$U_{\text{эл. ст.}}(R) = \frac{2l+1}{8\gamma^2} B^2 R^{\frac{2}{\gamma}-2} \exp(-2R\gamma) \sum_i q_{lm}(\gamma), \quad (13)$$

$$q_{lm}(\gamma) = e^{-1/\gamma} \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \int_{-1}^1 dx \left[ 1 + \sqrt{\frac{2}{1-x}} \right]^{1/\gamma} [P_l^m(x)]^2 f(x),$$

где  $f(x) = 1$ , если  $|x| > 1/3$ , и  $f(x) = 1 + 3x$ , если  $|x| < 1/3$ , и суммирование ведется по всем внешним электронам атома. В табл. 1 приводятся значения интеграла  $q_{lm}(\gamma)$  для ряда значений параметров  $\gamma (l=0, 1)$ . Используя значения суммы

$$\sum_{m=-l}^l \frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} (P_l^m)^2 = 1,$$

найдем, что для атомов с замкнутой электронной оболочкой  $\sum_i q_{l_i m_i}(\gamma) = 2g_{00}(\gamma)$ , поскольку суммирование по  $i$  включает и перебор значений спиновых переменных электронов.

Таблица 1

Значение интегралов  $q_{lm}(\gamma)$  [Формула (13)] для атомов с  $s$ - и  $p$ -валентными электронами

lm	$\gamma$									
	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
00	2.54	2.39	2.25	2.19	2.15	2.12	2.10	2.08	2.07	2.06
10	1.24	1.06	0.95	0.90	0.86	0.83	0.80	0.79	0.77	0.76
11	0.65	0.65	0.65	0.64	0.64	0.64	0.64	0.65	0.65	0.66

Потенциал электростатического взаимодействия атомов инертного газа с ионами щелочного металла и инертного газа равен, таким образом,

$$U_{\text{дал.}}(R) + U_{\text{эл. ст.}}(R) = -\frac{\alpha e^2}{2R^4} + \frac{2l+1}{4\gamma^2} g_{00}(\gamma) B^2 R^{\frac{2}{\gamma}-2} e^{2R\gamma}, \quad (14)$$

и для заданного  $R$  полностью определяется параметрами валентных электронов атомов инертного газа. В табл. 3 приведены значения поляризуемости  $\alpha$  атомов инертного газа [1] и значения энергии связи валентных электронов  $\gamma = \sqrt{2I}$ , где  $I$  — потенциал ионизации соответствующего атома (значения даны в ат. ед.).

4. Рассмотрим квазимолекулу, составленную из иона и атома. Гамильтониан такой системы должен быть инвариантен относительно перестановок валентных электронов атома и иона, а волновые функции квазимолекулы при этой операции — либо менять знак, либо оставаться неизменными. Собственные значения энергии квазимолекулы зависят от типа симметрии полной волновой функции системы. Вычислим изменение электронной энергии иона и атома, вызванное наличием обменных сил взаимодействия.

При больших расстояниях  $R$  между ионом и атомом по сравнению с их размерами основной вклад в потенциал обменного взаимодействия вносят интегралы перекрытия, отвечающие обмену одним валентным электроном между взаимодействующими ионом и атомом. В этом приближении потенциал обменного взаимодействия иона с атомом определяется областью координат внешних валентных электронов, расположенной вблизи оси квазимолекулы, и может быть получен из потенциала взаимодействия двух многоэлектронных атомов, приведенного в работе [2].

В случае взаимодействия ионов щелочного металла с атомами инертного газа потенциал обменного взаимодействия равен

$${}^1\Sigma\text{-терм: } U_{\text{обм.}}(R) = (2l_a + 1)(2l_i + 1) \Delta_0(R);$$

если рассматривается взаимодействие ионов инертного газа с атомами инертного газа, то результаты таковы:

$${}^2\Sigma\text{-терм: } U_{\text{обм.}}(R) = \frac{(2l_a + 1)(2l_i + 1)}{2} \Delta_0(R),$$

$${}^2\Pi\text{-терм: } U_{\text{обм.}}(R) = (2l_a + 1)(2l_i + 1) \Delta_0(R).$$

В написанных выше равенствах  $l_a$ ,  $l_i$  — орбитальные моменты валентных электронов атома и иона,  $\Delta_0(R)$  — обменное расщепление термов квазимолекулы, составленной из одноэлектронных атома и иона с  $s$ -валентными электронами.

При определении спинового обменного расщепления термов  $\Delta_0(R)$  квазимолекулы из иона и атома воспользуемся результатами работ [3, 4], в которых проделаны аналогичные вычисления для потенциала обменного расщепления двух одноэлектронных атомов с  $s$ -валентными электронами. В нашем случае мы должны учесть то, что двухэлектронная волновая функция валентных электронов атома и иона, учитывающая межэлектронное взаимодействие в основной области электронных координат, зависит от заряда ионного остатка ( $Z_i = 2$ ). Пользуясь асимптотическим приближением ( $R\gamma^2 \gg 1, R\beta^2 \gg 1$ ), получим значение  $\Delta_0(R)$  для обменного взаимодействия иона с атомом; мы приведем окончательный результат

$$\begin{aligned} \Delta_0(R) = & J(\gamma, \beta, R) R^{\frac{2}{\gamma} + \frac{4}{\beta} - \frac{1}{\gamma+\beta}-1} e^{-R(\gamma+\beta)} = R^{\frac{2}{\gamma} + \frac{4}{\beta} - \frac{1}{\gamma+\beta}-1} e^{-R(\gamma+\beta)} \times \\ & \times \left\{ \frac{4A^2B^2\Gamma(1/(\gamma+\beta))}{[2(\gamma+\beta)]^{2+\frac{1}{\gamma+\beta}}} \left[ \left( \frac{\beta+\gamma}{2\beta} \right)^{\frac{2}{\gamma} - \frac{2}{\gamma+\beta}} \int_0^1 (1+y)^{\frac{1}{\gamma+\beta} + \frac{2}{\gamma} - \frac{4}{\beta}} (1-y)^{\frac{4}{\beta} - \frac{1}{\gamma+\beta}} \right. \right. \right. \\ & \times \frac{e^{R(\beta-\gamma)y+2\frac{y-1}{\beta}}}{\left[ 1 + \frac{\beta-\gamma}{\beta+\gamma} y \right]^{2+\frac{1}{\gamma+\beta}}} dy + \frac{\left( \frac{\beta+\gamma}{2\gamma} \right)^{\frac{2}{\beta} - \frac{2}{\gamma+\beta}}}{2^{\frac{2}{\beta} - \frac{2}{\gamma}}} \int_0^1 \frac{(1+y)^{\frac{1}{\gamma+\beta} + \frac{4}{\beta} - \frac{4}{\gamma}} (1-y)^{\frac{2}{\gamma} - \frac{1}{\gamma+\beta}} e^{R(\gamma-\beta)y+2\frac{y-1}{\gamma}}}{\left[ 1 + \frac{\gamma-\beta}{\gamma+\beta} y \right]^{2+\frac{1}{\gamma+\beta}}} dy \right\}. \end{aligned} \quad (15)$$

5. Входящие в выражения для обменного (15) и электростатического (13) потенциалов взаимодействия асимптотические коэффициенты  $A$  и  $B$  отвечают поведению невозмущенных радиальных волновых функций валентных электронов при  $r \rightarrow \infty$  в центральноносимметрическом поле соответственно ионного и атомного остатков. Эти коэффициенты входят в асимптотическое выражение для волновой функции валентного электрона, которое имеет вид [1]

$$\psi_{ac.}(r) = A e^{-r\gamma} r^{\frac{Z}{\gamma}-1} \left\{ 1 + \frac{\left(l + \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{Z}{\gamma} - \frac{1}{2}\right)^2}{2r\gamma} + O\left(\frac{1}{r^2}\right) \right\},$$

Таблица 2

Параметры обменного взаимодействия ионов и атомов в основных состояниях  
 $J_k$  (ат. ед.)

Атом	интеграл	Ион									
		$Li^+$ $\beta = 2.357$ $A = 6.3$	$Na^+$ $\beta = 1.865$ $A = 3.8$	$K^+$ $\beta = 1.529$ $A = 4.0$	$Rb^+$ $\beta = 1.409$ $A = 4.0$	$Cs^+$ $\beta = 1.311$ $A = 4.1$	$Ne^+$ $\beta = 1.738$ $A = 3.2$	$Ar^+$ $\beta = 1.424$ $A = 3.2$	$Kr^+$ $\beta = 1.393$ $A = 3.3$	$Xe^+$ $\beta = 1.245$ $A = 3.3$	
He	$J_0$	12.4	4.80	5.81	6.14	6.83	3.50	3.90	4.21	4.65	
$\gamma=1.344$	$J_1$	1.17	-0.40	-1.02	-1.33	-1.72	-0.40	-0.82	-0.92	-1.29	
$B=2.8$	$J_2$	2.02	0.78	1.02	1.13	1.34	0.71	0.71	0.78	0.93	
Ne	$J_0$	4.19	1.60	1.91	2.01	2.23		1.28	1.38	1.52	
$\gamma=1.259$	$J_1$	0.17	-0.08	-0.28	-0.38	-0.50	-	-0.23	-0.27	-0.38	
$B=1.7$	$J_2$	0.66	0.25	0.32	0.35	0.41		0.22	0.24	0.28	
Ar	$J_0$	5.16	1.92	2.21	2.28	2.49			1.56	1.67	
$\gamma=1.076$	$J_1$	0.61	0.06	-0.13	-0.24	-0.36	-	-	-0.17	-0.29	
$B=2.1$	$J_2$	0.78	0.27	0.28	0.34	0.39			0.23	0.27	
Kr	$J_0$	5.22	1.92	2.18	2.23	2.26				1.61	
$\gamma=1.014$	$J_1$	0.77	0.13	-0.06	-0.15	-0.28	-	-	-	-0.23	
$B=2.2$	$J_2$	0.77	0.26	0.30	0.31	0.35				0.24	
Xe	$J_0$	4.75	1.72	1.92	1.94	2.08					
$\gamma=0.944$	$J_1$	0.86	0.18	0.03	0.08	-0.14	-	-	-	-	
$B=2.2$	$J_2$	0.70	0.23	0.25	0.23	0.28					

где  $l$  — момент валентного электрона,  $(-\gamma^2/2)$  — потенциал ионизации соответствующего электрона,  $Z$  — заряд атомного остатка.

Асимптотический коэффициент  $A$  можно найти путем спшивания асимптотической волновой функции валентного электрона  $\phi_{ac}$  с численным решением, найденным по методу Хартри—Фока и справедливым в основной области распределения электронных координат. Соответствующие результаты расчетов по методу Хартри—Фока для элементов до Кг включительно приведены в работе [5]. В табл. 2 даны вычисленные нами значения коэффициентов  $A$  и  $B$  для элементов  $Rb^+$ ,  $Cs^+$ ,  $Xe^+$  и  $Xe$ , полученные путем экстраполяции зависимости  $A(\beta)$  и  $B(\gamma)$  для более легких элементов.

Отметим, что вычисляемые ниже параметры потенциалов взаимодействия ион-атом не слишком чувствительны к вариациям в значениях асимптотических коэффициентов  $A$ ,  $B$  в той области расстояний между ядрами  $R$ , где справедлива предлагаемая методика расчетов.

Для не очень больших  $R$  входящий в определение  $\Delta_0(R)$  интеграл  $J(\gamma, \beta, R)$  можно разложить в некоторых случаях по степеням  $(\beta - \gamma)R$ , ( $\beta > \gamma$ )

$$J(\gamma, \beta, R) = J_0 + (\beta - \gamma) RJ_1 + \frac{(\beta - \gamma)^2}{2} R^2 J_2. \quad (16)$$

В табл. 2 приведены вычисленные значения  $J_k(\gamma, \beta)$  для исследованных пар ионов и атомов. В тех случаях, когда в интересующей нас области  $R$  разложение (16) не работает, интеграл  $J$  был вычислен непосредственно.

Найденные значения параметров потенциалов взаимодействия для различных пар атомов инертного газа и ионов щелочного металла и инертного газа сведены в табл. 3. Эти параметры суть:  $\epsilon$  — минимальное значение потенциала, совпадающее с энергией диссоциации молекулярного иона, если пренебречь энергией нулевых колебаний ядер (в единицах —  $10^{-2}$  эв),  $r_m$  — расстояние между ядрами, которому соответствует энергия взаимодействия  $\epsilon$  (в  $\text{\AA}$ ), и  $r_0$  — расстояние между ионом и атомом, при котором  $U(r_0) = 0$  (в ед.  $\text{\AA}$ ).

Таблица 3  
Параметры молекулярных ионов

Атом	параметры молекулярного иона	Ион				
		$Li^+$	$Na^+$	$K^+$	$Rb^+$	$Cs^+$
$He$ $(\alpha = 1.39,$ $q_{00} = 2.08)$	$r_0, \text{\AA}$	1.85; 1.6 *; 1.94 **	2.17; 2.0 *; 2.06 **	2.75	3.07	3.44; 2.96 **
	$r_m, \text{\AA}$	2.12; 2.0 *; 2.22 **	2.54; 2.4 *; 2.35 **	3.12	3.49	3.92; 3.36 **
	$\epsilon, 10^{-2}$ эв	4.52; 6.5 *; 4.74 **	2.47; 2.4 *; 4.03 **	1.11	0.74	0.49; 1.4 *
$Ne$ $(\alpha = 2.76,$ $q_{00} = 2.09)$	$r_0, \text{\AA}$	1.85	2.22	2.75	3.07	3.44
	$r_m, \text{\AA}$	2.17	2.54	3.12	3.49	3.86
	$\epsilon, 10^{-2}$ эв	7.84	4.48	2.12	1.45	0.98
$Ar$ $(\alpha = 11.1,$ $q_{00} = 2.43)$	$r_0, \text{\AA}$	2.76	2.54	3.07; 2.63 **	3.33	3.65
	$r_m, \text{\AA}$	2.65	2.96	3.49; 3 **	3.81	4.13
	$\epsilon, 10^{-2}$ эв	13.5	8.96	4.97; 12.1 **	3.69	2.68
$Kr$ $(\alpha = 16.8,$ $q_{00} = 2.15)$	$r_0, \text{\AA}$	2.43	2.7	3.18	3.44; 2.93 **	3.76
	$r_m, \text{\AA}$	2.86	3.18	3.65	3.97; 3.34 **	4.29
	$\epsilon, 10^{-2}$ эв	17	11.9	6.91	5.25; 11.9 **	3.9
$Xe$ $(\alpha = 27.2,$ $q_{00} = 2.17)$	$r_0, \text{\AA}$	2.7	2.91	3.39	3.65	3.97; 3.4 **
	$r_m, \text{\AA}$	3.18	3.44	3.92	4.18	4.5; 3.88 **
	$\epsilon, 10^{-2}$ эв	18.7	14	8.66	6.77	5.15; 10.6 **
Терм молекулярного иона	--	${}^1\Sigma^+$	${}^1\Sigma^+$	${}^1\Sigma^+$	${}^1\Sigma^+$	${}^1\Sigma^+$

АТОМ	параметры молекуляр- ного иона	Ион						Хе+	
		Ne <sup>+</sup>	Ar <sup>+</sup>	Kr <sup>+</sup>	Xe <sup>+</sup>				
He ( $\alpha = 1.39$ , $q_{oo} = 2.08$ )	$r_o, \text{ \AA}$ $r_m, \text{ \AA}$ $\epsilon, 10^{-2} \text{ эв}$	1.96 2.28 3.35	2.22 2.54 2.3	2.65 3.02 1.23	2.86 3.28 0.93	2.75 3.17 1.06	3.02 3.39 0.8	3.33 3.81 0.53	3.6 4.07 0.42
Ne ( $\alpha = 2.76$ , $q_{oo} = 2.09$ )	$r_o, \text{ \AA}$ $r_m, \text{ \AA}$ $\epsilon, 10^{-2} \text{ эв}$			2.59 2.96 2.51	2.86 3.28 1.83	2.7 3.12 2.15	2.96 3.39 1.6	3.28 3.78 1.09	3.55 4.02 0.84
Ar ( $\alpha = 11.1$ , $q_{oo} = 2.13$ )	$r_o, \text{ \AA}$ $r_m, \text{ \AA}$ $\epsilon, 10^{-2} \text{ эв}$					2.91 4.33 5.66	3.23 3.7 4.12	3.44 3.92 3.21	3.7 4.23 2.45
Kr ( $\alpha = 16.8$ , $q_{oo} = 2.15$ )	$r_o, \text{ \AA}$ $r_m, \text{ \AA}$ $\epsilon, 10^{-2} \text{ эв}$							3.49 4.02 4.82	3.81 4.34 3.65
Xe ( $\alpha = 27.2$ , $q_{oo} = 2.17$ )	$r_o, \text{ \AA}$ $r_m, \text{ \AA}$ $\epsilon, 10^{-2} \text{ эв}$								
Терм молеку- лярного иона	—	$^2\Sigma^+$	$^2\Pi$	$^2\Sigma^+$	$^2\Pi$	$^2\Sigma^+$	$^2\Pi$	$^2\Sigma^+$	$^2\Pi$

\* Хартри-Фоковский расчет [7].

\*\* Обработка экспериментов по подвижности ионов [6].

Для сравнения в табл. 3 для некоторых пар ионов и атомов указаны параметры потенциалов взаимодействия, восстановленные из данных по подвижности ионов в газе [6]. При этом использовался модельный потенциал взаимодействия, с его помощью рассчитывалось сечение упругого рассеяния иона на атоме и далее была определена подвижность иона в атомарном газе. Из совпадения рассчитанных и экспериментально измеренных значений подвижности иона при разных напряженностях поля и температурах были найдены параметры потенциала взаимодействия. В той же таблице приведены результаты машинных расчетов потенциалов взаимодействия пар HeLi<sup>+</sup> и HeNa<sup>+</sup> [7].

Из приведенных в табл. 3 результатов расчетов по асимптотическим формулам видно, что найденные значения минимальной энергии взаимодействия  $\epsilon$  малы по сравнению с энергией связи валентных электронов в атоме и ионе ( $\epsilon \ll \gamma^2/2, \beta^2/2$ ). Кроме того, величины  $r_o, r_m$ , в общем, превышают характерные атомные размеры. Это подтверждает справедливость асимптотических методов, использованных нами при расчете потенциалов слабовзаимодействующих ионов и атомов.

### Литература

- [1] Б. М. Смирнов. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. Атомиздат, М., 1968.
- [2] Е. Л. Думан, Б. М. Смирнов. Опт. и спектр., 29, 425, 1970.
- [3] Л. П. Горьков, Л. П. Питаевский. ДАН СССР, 151, 822, 1963.
- [4] Б. М. Смирнов, М. И. Чубисов. ЖЭТФ, 48, 939, 1965.
- [5] E. Clementi. Tables of Atomic Functions. Supplement to IBM Res. Dev., № 1, 1965.
- [6] A. Mason, H. W. Schamp. Ann. Phys., 4, 233, 1958.
- [7] M. Krauss, P. Maldonado, A. C. Wahl. J. Chem. Phys., 54, 4944, 1971.

Поступило в Редакцию 14 апреля 1972 г.