УДК 533.9.082.5

О ВОЗМОЖНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОПТИЧЕСКИ ПЛОТНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПЛАЗМЫ ПО ИНТЕГРАЛЬНЫМ ИНТЕНСИВНОСТЯМ ИЗЛУЧЕНИЯ САМООБРАЩЕННЫХ ЛИНИЙ

И. А. Васильева, Б. Я. Шумяцкий, Д. Н. Юндев

В работе проводится анализ влияния пространственной неоднородности оптически плотной плазмы на определение распределения температуры методом относительных интегральных интенсивностей излучения линии. Показано, что возможность применения метода определяется вариацией функции отклонения при переходе с одного направления наблюдения на другое. Получено аналитическое выражение для функции отклонения с помощью введенных в работе параметров неоднородности. В качестве примера показана возможность применения этого метода для диагностики низкотемпературной химически реагирующей плазмы продуктов сгорания.

Исследование характеристик равновесной плазмы по интегральным интенсивностям излучения линий играет не менее важную роль, чем с помощью контуров тех же линий, особенно в тех случаях, когда объектом исследования является плазма в установках промышленного и полупромышленного типа. Однако в таких установках (МГД генераторы, плазмотроны, горелки Меккера и т. п.) плазма обычно пространственно неоднородна и возможность ее оптической диагностики по интегральным характеристикам излучения реализуется, если имеется связь между параметрами плазмы, например, в области с однородным распределением температуры по направлению наблюдения, и интегральной интенсивностью излучения линии по этому направлению наблюдения. Эту связь дает модельная теория интегральной интенсивности для неоднородной плазмы, развитая Преображенским [1] при использовании им моделей Коуэна—Дике [2], Бартельса [3] и модели с обобщенной функцией источника [4–6].

В настоящей работе сделана попытка учесть аналитическим путем влияние пространственной неоднородности на определение распределения температуры методом относительных интегральных интенсивностей самообращенных линий в оптически плотной плазме, для которой выполняется закон Кирхгофа. Некоторые применения этого метода изложены в [7, 8].

Использование вышеуказанных моделей неоднородной плазмы и конкретизация соответствующих им аналитических выражений для интегральной интенсивности в рассматриваемом нами случае выполнения закона Кирхгофа являются затруднительными, и анализ влияния неоднородности плазмы на интегральные характеристики излучения проводится несколько иным способом. Отличие заключается, во-первых, в том, что сначала находится общее выражение для интегральной интенсивности излучения линии, а затем вводятся параметры, характеризующие неоднородность источника, и, во-вторых, в выборе этих параметров.

Выражение для интегральной интенсивности излучения линии симметричного источника в случае, когда выполняется закон Кирхгофа, в безразмерных координатах, имеет вид

$$I=\int\limits_{-\infty}^{\infty} J(u)\,du=\int\limits_{-\infty}^{\infty} du\left\{2l_0 e^{-l_0\int\limits_0^{1/2}\varkappa(u,\,x')\,dx'}\times\right.$$

$$\left.\times\int\limits_0^{1/2}\varkappa(u,\,x)\,B(u,\,x)\,\mathrm{ch}\left[l_0\int\limits_0^x\varkappa(u,\,x')\,dx'\right]dx\right\},\qquad (1)$$

где l_0 — общая толщина плазмы, $x=(2l-l_0)/2l_0$ — безразмерная координата, $\varkappa(u,\ x)$ — локальный коэффициент поглощения излучения, $B(u,x)$ — планковская спектральная яркость излучения, $u=\nu-\nu_0$ — текущее значение частоты, ν_0 — частота центра линии.

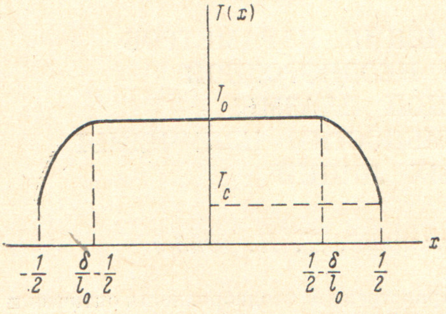

Рис. 1. Распределение температуры в источнике излучения на пути излучения к приемнику.

T_0 — температура ядра плазмы, T_c — температура на границе плазмы (на стенке), x — безразмерная координата, δ — толщина области неоднородности (пограничного слоя), l_0 — общая толщина плазмы по данному направлению наблюдения.

Так как в случае выполнения закона Кирхгофа локальный коэффициент поглощения зависит только от температуры и частоты, то интегральная интенсивность характеризуется только распределением температуры по направлению наблюдения, которое в рассматриваемом случае имеет вид, показанный на рис. 1.

Введем следующие обозначения:

$$\frac{B(u,\,x)}{B(u,\,0)}=\varphi(u,\,x),\qquad \frac{I}{B(u,\,0)}=A,\qquad (2)$$

а также учтем, что $B(u,x)$ слабо меняется на ширине линии: $B(u,x)\simeq B(0,x)=B(x)$. Полученное выражение для A

$$A=\int\limits_{-\infty}^{\infty}du\int\limits_0^{1/2}2l_0 e^{-l_0\int\limits_0^{1/2}\varkappa(u,\,x')\,dx'}\varkappa(u,\,x)\,\varphi(x)\,\mathrm{ch}\left[l_0\int\limits_0^x\varkappa(u,\,x')\,dx'\right]dx\qquad (3)$$

проинтегрируем сначала по u. Из выражения (3) следует, что это возможно, если функция, описывающая контур коэффициента поглощения $\varkappa(u,x)$, представима в виде произведения двух других функций $\psi(u)$ и $\alpha(x)$

$$\varkappa(u,\,x)=\psi(u)\,\alpha(x).\qquad (4)$$

Выражение (4) справедливо для крыльев смешанного и чисто дисперсионного контура [3], причем

$$\psi(u)=u^{-2}.\qquad (5)$$

Подставив в (3) значение $\psi(u)$ из (5) и вводя новые переменные интегрирования

$$u_1=\sqrt{l_0\int\limits_0^{1/2}\alpha(x')\,dx'-l_0\int\limits_0^x\alpha(x')\,dx'}\Big/u$$

и

$$u_2=\sqrt{l_0\int\limits_0^{1/2}\alpha(x')\,dx'+l_0\int\limits_0^x\alpha(x')\,dx'}\Big/u,$$

вычисление интеграла в (3) можно свести к известному интегралу $\int\limits_0^{\infty}e^{-x^2}dx=\sqrt{\pi}/2$. Интегрирование выражения (3) при использовании (5) без выбрасывания области вблизи $u=0$ является законным, так как подынтегральная функция имеет в этой точке разрыв первого рода, а интеграл сходится.

При вычислении выражения (3) считалось, что форма линии излучения симметрична относительно центра линии. В результате получаем

$$A=\int\limits_0^{1/2}\sqrt{\pi l_0\alpha_0}\,\varphi(x)\,\beta(x)\left[\frac{1}{\sqrt{\int\limits_0^{1/2}\beta(x')\,dx'-\int\limits_0^{x}\beta(x')\,dx'}}+\frac{1}{\sqrt{\int\limits_0^{1/2}\beta(x')\,dx'+\int\limits_0^{x}\beta(x')\,dx'}}\right]dx, \tag{6}$$

где $\alpha_0=\alpha(0)$, $\beta(x)=\alpha(x)/\alpha_0$.

Полученное выражение можно использовать в области значений $\varkappa(u, x)$, определяемой соотношением [1]: $\varkappa_0 l_0 \geqslant 15$, где $\varkappa_0$ — максимальный коэффициент поглощения линии с чисто допплеровской полушириной. В этой области линия значительно самообращена, а приращение ее интегральной интенсивности с ростом оптической плотности $\varkappa_0 l_0$ практически полностью обусловлено крыльями контура, распределение интенсивности в которых подчиняется формуле (5). В этой области тангенс угла наклона кривых роста для неоднородной плазмы, вводимых в [1], равен 0.5 и лишь в некоторых случаях несколько превышает это значение при $\varkappa_0 l_0 \geqslant 100$.

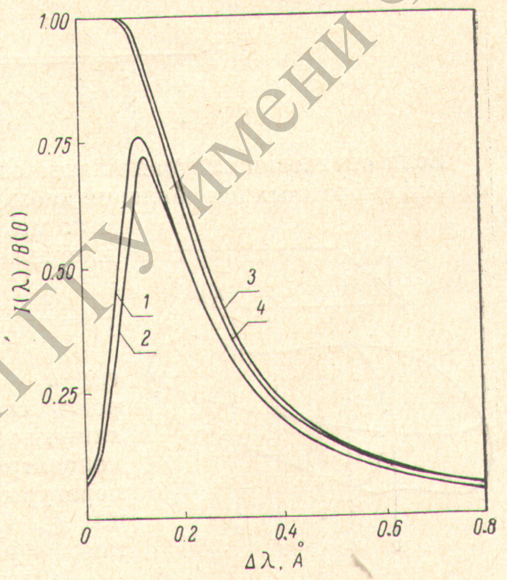

Рис. 2. Контур излучения линии натрия 5890 Å (половина).

1, 2 — t=0.312, 3, 4 — t=0; $\Delta\lambda$ — расстояние от центра линии.

В качестве подтверждения вышеизложенного на рис. 2 приведены результаты расчетов на ЭВМ профилей резонансной D-линии натрия 5890 Å°, излучаемой неоднородной плазмой продуктов сгорания природного газа в воздухе с добавками солей щелочных металлов. При расчете кривых 1, 3 считалось, что форма контура коэффициента поглощения обусловлена совместным действием допплеровского уширения и уширения, обусловленного столкновениями атомов натрия с молекулами продуктов сгорания, сечение которого составляет $84.5\cdot10^{-16}$ см². Кривые же 2, 4 рассчитаны с помощью формулы (5). Температура ядра плазмы T_0=2600° K, температура на границе T_c=500° K, парциальное давление соединений натрия $p_{\mathrm{Na}_\Sigma}=0.35\cdot10^{-5}$ атм. Параметр $t=2\delta/l_0$ (рис. 1) составляет 0 и 0.312, l_0=6.4 см. Распределение температуры в области неоднородности описывается турбулентным профилем [11]. Видно, что формы линии излучения для соответствующих значений температур практически совпадают. Рассчитанные на ЭВМ значения величины A для кривых 1 и 2 составили 0.47 и 0.49. Как будет показано ниже, отличие, составляющее приблизительно 4%, не оказывает сколько-нибудь существенного влияния на применимость метода. Аналогичный результат получается и при $t=0$ (кривые 3, 4).

Выражение (6) переходит в известную формулу Райхе для полного поглощения [9] в случае однородной в направлении наблюдения плазмы. Действительно, в этом случае $\alpha_0 \sim n$, где n — концентрация поглощающих атомов, $\beta(x) \equiv 1$ и $\varphi(x) \equiv 1$, тогда получаем: $A_{\text{одн.}} = \text{const}\sqrt{\pi n l_0}$.

В случае неоднородной плазмы вводят функцию отклонения

$$D = \frac{A_{\text{одн.}} - A}{A_{\text{одн.}}} 100\%, \tag{7}$$

характеризующую влияние неоднородности плазмы на наблюдаемую интегральную интенсивность излучения линии. В дальнейшем будет удобней пользоваться величиной $d=1-(D/100)$, которая при помощи (6) представляется в виде интеграла

$$d = \int\limits_0^{1/2} \varphi(x)\,\beta(x)\left[\frac{1}{\sqrt{\int\limits_0^{1/2}\beta(x')\,dx' - \int\limits_0^{x}\beta(x')\,dx'}} + \frac{1}{\sqrt{\int\limits_0^{1/2}\beta(x')\,dx' + \int\limits_0^{x}\beta(x')\,dx'}}\right] dx. \tag{8}$$

Если оптически плотная плазма однородна по каждому из двух произвольно выбранных направлений наблюдения a и b, то отношение интегральных интенсивностей, излучаемых по этим направлениям, будет равно

$$\frac{I_a}{I_b} = \frac{A_a B_a}{A_b B_b} \simeq \sqrt{\frac{n_a l_a}{n_b l_b}} \exp\left[-\frac{hc}{k\lambda_0}\left(\frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_b}\right)\right], \tag{9}$$

где k — постоянная Больцмана, c — скорость света, h — постоянная Планка, λ_0 — длина волны центра линии, n_a, n_b, T_a, T_b — концентрации поглощающих атомов и температуры по направлениям наблюдения a и b, l_a, l_b — толщина плазмы в направлениях a и b соответственно.

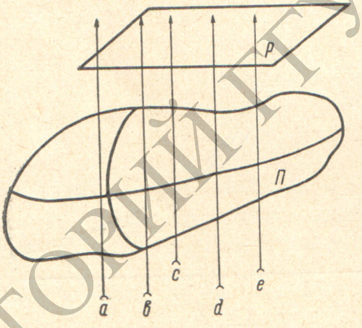

Рис. 3.

П — плазма, P — плоскость регистрации, $a, b, c, d\ldots$ — направления наблюдения.

Из выражения (9) по экспериментально найденным значениям I_a/I_b, l_a, l_b и известной зависимости концентрации поглощающих атомов от температуры $n(T)$ можно определить величину $(1/T_a)-(1/T_b)$, т. е. найти относительное распределение температуры в источнике излучения в сечении, перпендикулярном направлениям наблюдения $a, b, \ldots$ (рис. 3).

Для неоднородной в произвольно выбранных направлениях наблюдения a и b оптически плотной плазмы из выражений (6)÷(8) легко можно получить

$$\frac{I_a}{I_b} = \frac{d_a}{d_b}\sqrt{\frac{n_{0a} l_a}{n_{0b} l_b}} \exp\left[-\frac{hc}{k\lambda_0}\left(\frac{1}{T_{0a}} - \frac{1}{T_{0b}}\right)\right], \tag{10}$$

где d_a, d_b характеризуют фукнции отклонения для соответствующих направлений наблюдений a и b; n_{0a}, n_{0b}, T_{0a}, T_{0b} — концентрации поглощающих атомов и температуры в области с максимальной температурой по направлениям a и b соответственно.

Если функция отклонения для неоднородной плазмы заранее неизвестна, то возможность применения формулы (10) и в целом метода относительных интегральных интенсивностей для нахождения температурных полей определяет степень изменения ее при переходе с одного направления наблюдения на другое. Если $d_a = d_b$, то выражение (10) автоматически переходит в (9) с той лишь разницей, что величины n_a, n_b, T_a, T_b относятся теперь к областям с максимальными температурами по направлениям a и b. Если же $d_a \neq d_b$, то определение распределения температуры можно вести тоже при помощи (9), но при этом с какой-то ошибкой, которая зависит от величины изменения функции отклонения при переходе с одного направления наблюдения на другое. Зависимость ошибки ΔT_b в определении T_{0b} при известных T_{0a} и I_a/I_b от величины $d_{ab} = d_a/d_{bb}$ можно получить из формул (9) и (10)

$$\Delta T_b = \frac{T_{0b}^2}{hc} k\lambda_0 \ln d_{ab} \tag{11}$$

при условии, что $n(T_{0b}) \simeq n(T_{0b} \pm \Delta T_b)$ и $T_{0b} \gg \Delta T_b$. Например, для $\lambda_0 = 5890$ Å, $\Delta T_b = \pm 25°$ K. $T_{0b} = 2600°$ K мы получаем, что $0.91 \leqslant d_{ab} \leqslant 1.09$.

Резюмируя вышеизложенное, можно отметить, что применение метода относительных интегральных интенсивностей реабсорбированных линий излучения дает незначительные погрешности в тех случаях, когда величина d_{ab} близка к единице независимо от того, однородна или нет плазма в направлении наблюдения. Как будет показано ниже, это реализуется для потока плазмы в канале прямоугольной формы.

Вернемся к выражению (8). При наличии локального термодинамического равновесия неоднородность плазмы характеризуется двумя основными величинами: параметром $t = 2\delta/l_0$ и распределением температуры $T(x)$ в области неоднородности. Воспользоваться, однако, аппроксимацией только для $T(x)$ не удается, ввиду того что $\varphi(x)$ и $\beta(x)$ — неявные функции от температуры, причем $\beta(T)$ в химически реагирующей плазме может иметь довольно сложную зависимость от температуры. В результате выражение (8) аналитически не интегрируется. Поэтому для приближенной аналитической оценки величины d удобным является представить $\varphi(x)$ и $\beta(x)$ в следующем виде:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant \dfrac{1-t}{2}; \\ \left(\dfrac{1-2|x|}{t}\right)^q, & \dfrac{1}{2} \geqslant |x| \geqslant \dfrac{1-t}{2}. \end{cases}$$

$$\beta(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leqslant \dfrac{1-t}{2}; \\ \left(\dfrac{1-2|x|}{t}\right)^p, & \dfrac{1}{2} \geqslant |x| \geqslant \dfrac{1-t}{2}. \end{cases} \tag{12}$$

Подобные аппроксимации хорошо соответствуют реальным распределениям температуры и концентрации поглощающих атомов, наиболее часто встречающихся в рассматриваемых в настоящей работе установках. Граничные условия $\varphi(1/2) = 0$, $\beta(1/2) = 0$ хорошо выполняются, например, в химически реагирующей плазме, если для температуры на границе плазмы (рис. 1) справедливо соотношение

$$T_c \leqslant T_s \ll T_0, \tag{13}$$

где T_s — температура, при которой поглощающие атомы связываются с атомами другого вида, образуя устойчивые химические соединения. Параметр q, введенный для области неоднородности, характеризует неоднородность только в распределении температуры, а параметр p также и концентрации поглощающих атомов по направлению наблюдения. Параметры q и p по своему выбору не зависят от t. Значения $q = p = 0$ соответствуют случаю однородной плазмы, при q, $p \to \infty$ неоднородность плазмы возрастает. В таблице приведены в качестве примера значения параметров q и p, рассчитанные для химически реагирующей плазмы продуктов сго-

T_c, °K	m	T_0, °K	$P_{Na_\Sigma} \cdot 10^5$, атм.	q	p
500	7	2600	0.35	1.09	0.2
			0.70		0.3
			2.8		0.6
		1800	0.35	1.40	1.3
			0.70		1.4
			2.8		1.5
	1	2600	0.35	7.9	2.0
			0.70		2.2
			2.8		2.7
		1800	0.35	10.0	10.5
			0.70		11.0
			2.8		12.0
2000	7	2600	0.35	0.3	0.005
			0.70		0.01
			2.8		0.025
		2200	0.35	0.15	0.035
			0.70		0.06
			2.8		0.08
	1	2600	0.35	1.9	0.1
			0.70		0.22
			2.8		0.42
		2200	0.35	0.6	0.2
			0.70		0.32
			2.8		0.36

рания природного газа в воздухе с присадкой водного раствора K_2CO_3 и NaCl. Излучающим элементом является натрий. При расчете зависимости концентрации атомарного натрия от температуры учитывались следующие основные химические реакции, в которые он вступает с другими компонентами:

$$NaCl \rightleftarrows Na + Cl, \quad Na + OH \rightleftarrows NaOH, \tag{14}$$

и использовались соответствующие значения констант химического равновесия этих реакций [10]. Давление 0.5 атм., парциальное давление всех соединений натрия $P_{Na_\Sigma} = 0.35 \cdot 10^{-5}$ атм., $0.7 \cdot 10^{-5}$ атм. и $2.8 \cdot 10^{-5}$ атм. Распределение температуры в области неоднородности (пограничном слое) (рис. 1) описывается зависимостью

$$\frac{T(x) - T_c}{T_0 - T_c} = \left(\frac{1 - 2x}{t}\right)^{1/m}. \tag{15}$$

В таблице приведены результаты аппроксимации для значений $m=7$ (так называемый турбулентный профиль) [11] и $m=1$ (линейный профиль). Максимальная температура плазмы по направлению наблюдения изменяется от 2600° до 1800° K, температура плазмы на границе — от 500 до 2000° K. Точность аппроксимации реальных распределений температуры и концентрации с помощью параметров q и p лучше 1% во всей области неоднородности, за исключением тех случаев, когда не выполняется соотношение (13). Однако даже в этих неблагоприятных случаях основная погрешность приходится на довольно узкую область близ стенки, так что, как показывают численные расчеты, влияние ее на величину интеграла (8) незначительно. В дальнейшем станет ясно также, что ни q, ни p не оказывают существенного влияния на величину функции отклонения при малых значениях параметра t (размер области неоднородности мал по сравнению с общей толщиной плазмы).

Вычислим величину d при выбранных аппроксимациях (12). Интегрируя, получаем

$$d=\sqrt{1-t+\frac{t}{2(p+1)}}-\sqrt{\frac{t}{2(p+1)}}+\sqrt{\frac{p+1}{2}}\times$$

$$\times\frac{1}{t^{\frac{p}{2}+q}}\left[\frac{t^{\frac{p+2q+1}{2}}}{p+2q+1}+\int\limits_{\frac{1}{2}-\frac{t}{2}}^{1/2}\frac{(1-2x)^{p+q}}{\sqrt{2(p+1)\left(1-t+\frac{t}{p+1}\right)-(1-2x)^{p+1}}}\,dx\right]. \quad (16)$$

Разлагая в ряд функцию $1/\sqrt{2(p+1)[1-t+(t/p+1)]-(1-2x)^{p+1}}$ под знаком интеграла по степеням $(1-2x)^{p+1}$ и проводя почленное интегрирование полученного ряда, после громоздких преобразований, которые мы здесь опускаем, находим

$$d=\sqrt{1-t+\frac{t}{2(p+1)}}-\sqrt{\frac{t}{2(p+1)}}+\frac{\sqrt{\frac{t}{2(p+1)}}}{1+\frac{2q}{p+1}}+$$

$$+\frac{\frac{t}{2(p+1)}}{2\sqrt{1-\frac{tp}{p+1}}\left(1+\frac{q}{p+1}\right)}\left\{1+\sum_{j=1}^{\infty}\frac{1.3\ldots(2j-1)}{j!\,2^{j}\left[1+\frac{(p+1)j}{p+1+q}\right]}\left[\frac{\frac{t}{2(p+1)}}{1-\frac{tp}{p+1}}\right]^{j}\right\}. \quad (17)$$

Мажорирование суммы ряда в (17) с помощью выражения $\sum\limits_{j=1}^{\infty}(1/2^{j+1})$ дает остаток

$$R_j \leqslant \int\limits_{j}^{\infty}\frac{1}{2^{\mu+1}}\,d\mu=\frac{1}{2^{j+1}\ln 2}. \quad (18)$$

Требуемая точность в вычислении d из выражения (17) определяется ошибкой в измерении температуры ΔT_b (11). Для приведенного выше примера ($\Delta T_b/T_{0b}=1\%$, $T_{0b}=2600°$ К, $\lambda_0=5890$ Å) она составляет 0.1. В этом случае достаточно взять только три члена суммы ряда в (17). Зависимость величины $d(p, q)$ от параметров q и p для двух значений t показана на рис. 4. В качестве примера, иллюстрирующего вышеизложенное, воспользуемся значениями q и p из таблицы при расчете $d(p, q)$ для излучения резонансной D-линии натрия 5890 Å в неоднородной плазме продуктов сгорания, получаемой в МГД генераторах и горелках. На рис. 4 нанесены области изменения функции $d(p, q)$ для $t=0.2$, соответствующие наиболее важным случаям, имеющим место в этих устройствах. Если $T_{0a}=2600°$ К и $T_{0b}=1800°$ К, то, как видно из рис. 4, в указанных случаях величина $d_{ab}=d_a(p, q)/d_b(p, q)$ не менее 0.9, что составляет ошибку в измерении температуры не более 25° К. Таким образом, можно говорить о применимости формулы (9) и, метода относительных интегральных интенсивностей реабсорбированных линий в широком диапазоне условий работы вышеперечисленных устройств.

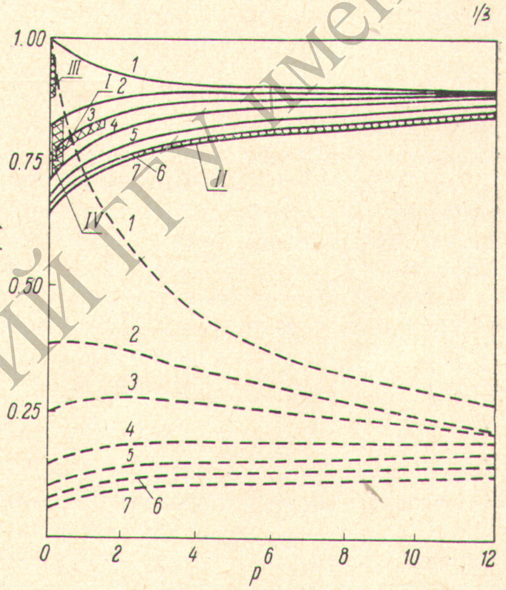

Рис. 4. Зависимость величины d от параметров p и q.

Сплошные кривые — $t=0.2$, штриховые кривые — $t=1.0$; 1 — $q=0$, 2 — $q=0.5$, 3 — $q=1.0$, 4 — $q=2.0$, 5 — $q=4.0$, 6 — $q=8.0$, 7 — $q=10.0$. I — $T_c=500°$ K, $m=7$, II — $T_c=500°$ K, $m=1$, III — $T_c=2000°$ K, $m=7$, IV — $T_c=2000°$ K, $m=1$.

При рассмотрении вопроса о применимости метода для нахождения пространственного распределения параметров плазмы в других условиях можно руководствоваться соотношениями (6), (12), (17), полученными в настоящей работе. Примерная оценка функции отклонения в двух крайних для данных условий случаях даст ответ на вопрос о применимости метода интегральных интенсивностей.

Литература

[1] Н. Г. Преображенский. Спектроскопия оптически плотной плазмы. Изд. «Наука», СО, Новосибирск. 1971.
[2] R. Cowan, G. Dieke, Rev. Mod. Phys., *20*, 418, 1948. (рус. перев. в сб. «Оптическая пирометрия плазмы». М., ИЛ, 1960).
[3] H. Bartels. Zs. Phys., *125*, 597, 1949.
[4] Н. Г. Преображенский. Опт. и спектр. *17*, 8, 1964.
[5] Н. Г. Преображенский. Изв. вузов, физика, № 3, 84, 1959.
[6] Н. Г. Преображенский. Физ. проблемы спектроскопии, *1*, 90. Изд. АН СССР, М., 1962.
[7] G. F. Hohnstreiter, C. H. Kruger, R. M. Evans, M. Mitchner. Electricity from MHD, Vienna, vol. 1, 3, 1968.
[8] В. И. Залкинд, В. В. Кириллов, А. П. Нефедов, Е. И. Новиков, Д. Н. Юндев. Сб. «Магнитогидродинамический метод получения электроэнергии», вып. 2. Изд. «Энергия», М., 1972.
[9] С. Э. Фриш. Оптические спектры атомов. Физматгиз. М.—Л., 1963.
[10] И. А. Васильева, Л. В. Депутатова, А. П. Нефедов. Опт. и спектр., *33*, 825, 1972.
[11] Г. Шлихтинг. Теория пограничного слоя. Изд. «Наука», М., 1967.

Поступило в Редакцию 7 августа 1972 г.