Д. А. Синица
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Метод функциональной идентификации применим для решения обратных задач теплопроводности без предварительной аппроксимации искомых функций. В нем используются новые представления оператора, сопряженного к оператору подстановки (внутренней суперпозиции). Этот метод существенно отличается от традиционного подхода к нахождению $\lambda(x,t)$, в котором используется конечномерная аппроксимация коэффициента по системе базисных функций. В основе метода функциональной идентификации лежит градиентный метод численного решения обратных задач теплопроводности. Идентификация $\lambda(x,t)$ представляет собой итерационный процесс минимизации функционала невязки методом сопряженных градиентов и алгоритм восстановления нестационарных потенциалов и коэффициентов теплопроводности сводится к многократному решению начально-краевых задач.

В теории обратных задач важную роль играют линейные уравнения, определяемые оператором подстановки (суперпозиции). Поэтому в работе доказаны необходимые и достаточные условия разрешимости неоднородных уравнений с оператором подстановки. Рассмотрены также связи условий разрешимости таких уравнений с подходом Оцисика-Орландо решения обратной задачи восстановления нелинейных коэффициентов теплопроводности.

Методами функциональной идентификации с привлечением современных средств вычислительной техники можно эффективно решить обратную задачу теплопроводности. Для реализации численного решения обратных задач теплопроводности используется названный выше метод, основанный на минимизации функционала методом сопряженных градиентов. Также, с этой целью, рассмотрен метод Оцисика-Орландо, при котором обратная задача может быть сведена к функции оценки задачи.

Теорема. 1) Уравнение

$$v(h(z)) = f(z)\,,\ \forall z \in \Omega \tag{1}$$

разрешимо тогда и только тогда, когда произвольная страта функционала f является объединением каких-либо страт функционала h.

2) Если (1) разрешимо, то оно разрешимо однозначно и решение $v : |h| \to |f|$ определяется из соотношения $S_{hd} \subseteq S_{f v(d)} \quad \forall d \in |h|$.

Теорема доказывает необходимость и достаточность условий разрешимости линейных неоднородных уравнений с оператором подстановки и указано применение этих результатов для исследования итерационной процедуры Оцисика-Орландо восстановления коэффициентов уравнения теплопроводности.