УДК 535.853

К ВОПРОСУ О ВЫИГРЫШЕ ФЕЛЖЕТА В ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРИИ

В. И. Цой и *Т. Н. Соколова*

Сделана попытка оценить отношение сигнал—шум на различных участках спектрограммы Фурье-спектрометра в случае фотонного шума и производится сравнение со сканирующими приборами.

Как известно, Фурье-спектрометры обеспечивают более высокое отношение сигнал—шум в измеренном спектре, чем сканирующие приборы, если уровень шумов на выходе приемно-регистрирующей системы не зависит от уровня полезного сигнала [1–4]. Сопоставление Фурье-спектрометров с обычными при одинаковой прозрачности и геометрическом факторе с помощью критериев сравнения приводит к выводу, что подобное преимущество теряется в случае фотонных шумов, уровень которых пропорционален квадратному корню из полезного сигнала [1–4]. Эти критерии показывают, что усредненный по спектру сигнал должен измеряться в Фурье-спектрометрии и сканирующими спектрометрами одинаково точно, а лежащие ниже среднего сигналы лучше измерять сканирующими приборами [1]. К тому же результату приводят соображения, основанные на оценках средних мощностей шума в интерферограмме и спектрограмме Фурье-спектрометра [2].

В настоящей статье сделана попытка произвести оценку возможностей Фурье-спектрометрии в присутствии фотонных шумов более детально, подобно тому, как такой вопрос исследовался для случая тепловых шумов в работах Конн [1] и Паршина [3].

Дисперсия фотонного шума в измеренном спектре

Будем предполагать, что наблюдаемый спектральный контур мало отличается от истинного и что можно пренебречь влиянием конечной апертуры на разрешающую силу Фурье-спектрометра. Тогда интерферограмму Фурье-спектрометра можно записать в виде [1,3,4]

$$F(l) \equiv G(t) = \frac{\theta u}{2} \int_0^\infty B(\sigma) \cos 2\pi\sigma l \, d\sigma, \tag{1}$$

где $l \equiv vt$ — разность хода между интерферирующими лучами, накопленная к моменту измерения t, θ — средняя прозрачность, u — геометрический фактор, σ — волновое число, $B(\sigma)$ — спектральная яркость источника. Измеряемый спектр определяется преобразованием

$$B(\sigma) = \frac{8}{\theta u} \int_0^L F(l) \cos 2\pi\sigma l \, dl = \frac{8v}{\theta u} \int_0^T G(t) \cos \omega t \, dt, \tag{2}$$

где L — максимальная разность хода, T — время полного измерения, $\omega \equiv$

$=2\pi v\sigma$. При этом спектральный элемент, соответствующий пределу разрешения, имеет протяженность [1]

$$\delta\sigma=\frac{1}{2L}=\frac{1}{2vT}. \tag{3}$$

Будем предполагать, что флуктуации интенсивности исследуемого излучения достаточно малы, так что распределение количества фотоэлектронов в детекторе приемно-регистрирующей системы является пуассоновским [5]. В этом случае корреляционная функция шумов на входе приемной системы определится выражением [6]

$$K(t, t')=q\Phi(t)\,\delta(t-t'), \tag{4}$$

где $\Phi(t)$ — световой поток на выходе оптической части прибора, q — постоянная чувствительности приемной системы, $\delta(t-t')$ — дельта-функция Дирака. Корреляционную функцию шума на выходе приемно-регистрирующей системы найдем с помощью известного выражения [6]

$$K_h(t_1, t_2)=\int\limits_{-\infty}^{t_1} h(t_1-t')\int\limits_{-\infty}^{t_2} h(t_2-t'')\,K(t', t'')\,dt'dt'', \tag{5}$$

где $h(t)$ — переходная функция.

Рассмотрим типичный случай, когда приемно-регистрирующая система имеет переходную функцию вида [3, 4].

$$h(t)=\frac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}, \tag{6}$$

где τ — постоянная времени системы. Поскольку полное время измерения, T много больше постоянной времени τ, формулы (4)$\div$(6) приводят к выражению

$$K_h(t, t')=\frac{q}{2\tau}\,e^{-|t-t'|/\tau}\,\Phi(\min\{t, t'\}). \tag{7}$$

В соответствии с преобразованием интерферограммы в спектр (2) дисперсия шума в спектрограмме Фурье-спектрометра равна

$$D_\sigma=\left(\frac{8v}{\theta u}\right)^2\int\limits_0^T\int\limits_0^T K_h(t, t')\cos\omega t\cos\omega t'\,dt\,dt'. \tag{8}$$

Используя условие $\tau\ll T$ и выражение (7), нетрудно получить приближенную формулу для D_σ в виде

$$D_\sigma=\left(\frac{8v}{\theta u}\right)^2 q\int\limits_0^T\Phi(t)\cos^2\omega t\,dt. \tag{9}$$

Световой поток на выходе Фурье-спектрометра можно записать в виде [1,4]

$$\Phi(t)=\frac{\theta uB}{2}+G(t), \tag{10}$$

где $B=\int\limits_0^\infty B(\sigma)\,d\sigma$ — интегральная яркость источника. Пользуясь равенствами (2), (3), (9), (10), получим, что дисперсия шума в спектрограмме $B(\sigma)$ Фурье-спектрометра для волновых чисел $\sigma\gg\delta\sigma$ равна

$$D_\sigma=\frac{4q}{\theta uT\delta\sigma}\left[\frac{B}{\delta\sigma}+\frac{B(0)+B(2\sigma)}{2}\right]. \tag{11}$$

В сканирующем спектрометре сигналом на входе приемной системы является величина $\theta' u' B(\sigma)\delta\sigma$, где θ' — прозрачность, u' — геометрический фактор. Заменяя на эту величину сигнал $\Phi(t)$ в равенствах (4) и (7), получим для дисперсии шума, рассчитанной на один спектральный элемент, выражение

$$D'_{\delta\sigma} = \frac{q\theta' u'}{2\tau} B(\sigma)\delta\sigma, \tag{12}$$

откуда дисперсия шума на контуре $B(\sigma)$ равна

$$D'_{\sigma} = \frac{1}{(\theta' u' \delta\sigma)^2} D'_{\delta\sigma} = \frac{qB(\sigma)}{2\theta' u' \tau \delta\sigma}. \tag{13}$$

Отношение сигнал—шум

Согласно выражению (11), отношение сигнала к среднеквадратичному уровню фотонного шума в спектрограмме Фурье-спектрометра определяется формулой

$$P(\sigma) = \frac{B(\sigma)}{\sqrt{D_\sigma}} = B(\sigma)\delta\sigma \sqrt{\frac{\theta u T}{2q\,[2B + B(0)\delta\sigma + B(2\sigma)\delta\sigma]}}. \tag{14}$$

Аналогично для сканирующего прибора в соответствии с равенством (13) получим

$$P'(\sigma) = \sqrt{\frac{2\theta' u' \tau B(\sigma)\delta\sigma}{q}}. \tag{15}$$

Из выражений (14) и (15) имеем следующую связь между отношениями сигнал—шум обычного и Фурье-спектрометров с одинаковой разрешающей силой:

$$P(\sigma) = P'(\sigma) \sqrt{\frac{\theta u T B(\sigma)\delta\sigma}{4\theta' u' \tau\,[2B + B(0)\delta\sigma + B(2\sigma)\delta\sigma]}}. \tag{16}$$

Для наиболее типичного случая, когда спектральные элементы, соответствующие пределу разрешения $\delta\sigma$, имеют интенсивность $B(\sigma)\delta\sigma$ значительно меньшую, чем интегральная интенсивность B, равенство (16) принимает вид

$$P(\sigma) = P'(\sigma) \sqrt{\frac{\theta u T B(\sigma)\delta\sigma}{8\theta' u' \tau B}}. \tag{17}$$

Рассмотрим спектр, ограниченный волновыми числами σ_1, σ_2. Такой спектр содержит $(\sigma_2 - \sigma_1)/\delta\sigma$ спектральных элементов. Так как на измерение каждого элемента необходимо время порядка нескольких постоянных τ приемной системы, то из соотношения (17) следует, что

$$P(\sigma) \simeq P'(\sigma) \sqrt{\frac{\theta u}{\theta' u'} \frac{B(\sigma)(\sigma_2 - \sigma_1)}{B}}. \tag{18}$$

Равенство (18) показывает, что при одинаковых разрешающих силах, прозрачностях, геометрических факторах и временах измерения отношение сигнал—шум обычного и Фурье-спектрометров примерно одинаково для участков спектра, где $B(\sigma) = B/(\sigma_2 - \sigma_1)$. Участки спектра с более высокими интенсивностями лучше регистрировать Фурье-спектрометром, а с меньшими — сканирующим. Этот результат согласуется с оценками, производимыми путем расчета шумов в интерферограмме для случая прямоугольного спектрального распределения [1,2].

Литература

[1] Инфракрасная спектроскопия высокого разрешения. Сборник статей. Изд. «Мир», М., 1972.
[2] Л. Мерц. Интегральные преобразования в оптике. Изд. «Мир», М., 1969.
[3] П. Ф. Паршин. Опт. и спектр., *16*, 507, 1964.
[4] К. И. Тарасов. Спектральные приборы. Изд. «Машиностроение», Л., 1968.
[5] L. Mandel, Proc. Phys. Soc., *71*, 1037, 1958.
[6] С. М. Рытов. Введение в статистическую радиофизику. Изд. «Наука», М., 1966.

Поступило в Редакцию 23 июня 1972 г.