

РАСЩЕПЛЕНИЕ ЧАСТОТ ГЕНЕРАЦИИ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОМ ЛАЗЕРЕ С ГАУССОВОЙ ДИАФРАГМОЙ

В. Ф. Бойцов, Т. А. Мурина и Э. Е. Фрадкин

В работе теоретически определяются частота и пространственное распределение амплитуды бегущей волны в кольцевом лазере с «безграничными» плоскими зеркалами и гауссовой диафрагмой. Если длина трубки с активной средой меньше периметра резонатора, то при несимметричном положении трубки относительно диафрагмы частоты генерации встречных волн оказываются различными. Изучается зависимость разности частот генерации от ширины диафрагмы.

В экспериментальных работах [1-3] было обнаружено и исследовано дифракционное расщепление частот генерации встречных волн в кольцевом лазере. Теоретическое объяснение этого явления для кольцевого лазера со сферическими зеркалами было дано в работах [5, 6]. В данной статье рассмотрено дифракционное расщепление частот генерации встречных волн в резонаторе с плоскими зеркалами и гауссовой диафрагмой.

В работе установлен ход амплитуды генерирующей волны внутри нелинейной среды, рассчитаны нелинейные сдвиги частот генерации, расщепление частот встречных волн в зависимости от ширины гауссовой диафрагмы, расположения ее относительно трубки с активной средой, продольных размеров трубки и комплексной нелинейной поляризуемости активной среды.

Объяснение эффекта расщепления частот состоит в следующем. Поля встречных волн $E_1(x, y, z)$ и $E_2(x, y, z)$ в пустом кольцевом резонаторе в произвольном сечении $z = z_1$ неодинаковы из-за дифракции на диафрагме и различного расстояния по ходу волны от диафрагмы, стоящей в сечении $z = 0$, до z_1 .¹ Для одной волны расстояние равно z_1 , для другой $L - z_1$ (L — периметр резонатора). При помещении в резонатор короткой трубки с активной средой амплитуды и частоты генерации волн определяются нелинейным комплексным коэффициентом усиления A_i

$$A_i = \chi^{(1)} - \chi^{(3)} |E_i(x, y, z)|^2 \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

который записан в предположении, что встречные волны не взаимодействуют между собой. Коэффициенты линейной поляризуемости $\chi^{(1)}$ и нелинейной поляризуемости $\chi^{(3)}$ одинаковы для обеих волн. Однако при различном поперечном распределении встречных волн $E_1(x, y, z)$ и $E_2(z, y, z)$ в среде возникает разность коэффициентов усиления

$$A_1 - A_2 = -\chi^{(3)} (|E_1(x, y, z)|^2 - |E_2(x, y, z)|^2), \quad (2)$$

которая приводит к расщеплению частот генерации встречных волн.

¹ Поля встречных бегущих волн в кольцевых резонаторах с гауссовой диафрагмой найдены в работе [4].

Постановка задачи

Рассмотрим кольцевой оптический резонатор, образованный тремя плоскими зеркалами (рис. 1). Зеркала расположены в вершинах произвольного треугольника (резонаторный треугольник), периметр которого L . Нормали к центрам зеркал лежат на биссектрисах соответствующих углов резонаторного треугольника. Зеркала предполагаются полностью отражающими, а их апертуры «бесконечными». Последнее условие обеспечивает отсутствие дифракции на краях зеркал. В резонатор помещена диафрагма D перпендикулярно соответствующему плечу и трубка T с активной нелинейной средой. Предполагается, что отражение от диафрагмы, стенок трубки и активной среды отсутствует. Поперечные размеры трубки T будем считать большими, чтобы пренебречь дифракцией на ней.

В режиме генерации в данной системе возникают две совокупности волн, бегущих навстречу друг другу. В дальнейшем предполагается, что

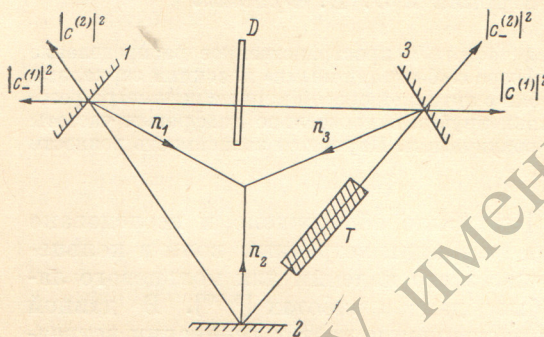


Рис. 1.

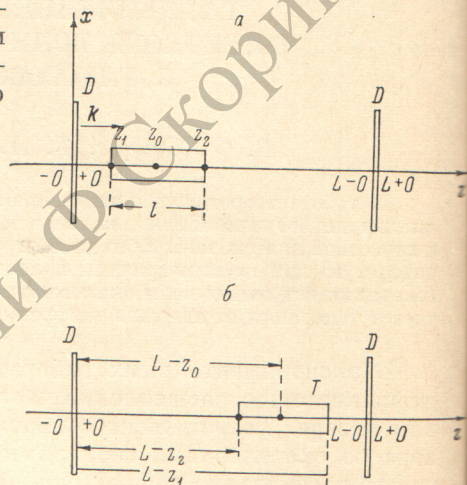


Рис. 2.

между встречными волнами взаимодействия нет. Такая ситуация приближенно реализуется в кольцевом He—Ne лазере на 50% смеси изотопов $Ne^{20} : Ne^{22}$. Кольцевой лазер с плоскими зеркалами и диафрагмой при отсутствии взаимодействия между встречными волнами имеет аналогию с периодическим волноводом [7], образованным совокупностью равноотстоящих друг от друга диафрагм D , между которыми находится нелинейная среда T . Схематически изображение волновода приводится на рис. 2. Для аналитического описания распределения полей в лазере введем прямоугольную систему координат (x, y, z) , направление ортов показаны на рис. 2, а. Рис. 2, а соответствует физической ситуации для волн, бегущих по часовой стрелке в кольцевом лазере, а рис. 2, б — волнам, бегущим против часовой стрелки. Очевидно, что изучение свойств двух встречных совокупностей резонансных волн кольцевого лазера можно свести к изучению одной совокупности волн, например волн, бегущих по часовой стрелке. Переход к совокупности встречных волн осуществляется заменой координаты z на $L-z$. Коэффициент пропускания диафрагмы $T(x, y)$ задается гауссовой функцией

$$T(x, y) = e^{-\frac{x^2 + y^2}{a^2}} \quad (3)$$

Для определения частоты стационарной генерации и пространственного распределения скалярного поля бегущей волны

$$E(x, y, z, t) = e^{-i\omega t} \Phi(x, y, z) + \text{к. с.} \quad (4)$$

необходимо решить уравнение Гельмгольца с нелинейной правой частью

$$\Delta \Phi + k^2 \Phi = 2k [\chi^{(1)} - \chi^{(3)}] \Phi^2 \Phi, \quad (5)$$

$$k = \frac{c}{v}$$

(6)

Здесь $\chi_{(1)}$ и $\chi_{(3)}$ — комплексные постоянные, определяющие линейную и нелинейную поляризуемость активной среды. Будем считать, что среда занимает область внутри резонатора с ограниченными продольным размером и неограниченными поперечными размерами, т. е. $\chi_{(1)}$ и $\chi_{(3)}$ отличны от нуля в области $z_1 \leq z \leq z_2$, в которой они имеют значения, не зависящие от координат x, y, z . В «пустой» части резонатора $0 \leq z \leq z_1$; $z_2 \leq z \leq L$ $\chi_{(1)} = \chi_{(3)} = 0$. Конкретные значения $\chi_{(1)}$ и $\chi_{(3)}$ определяются свойствами среды и накачкой.

Решение уравнения (5) дает пространственное распределение поля в среде. Поле в «пустой» части резонатора определяется уравнением Гельмгольца с правой частью, равной нулю.

На границах раздела сред $z = z_1, z = z_2$ функции пространственного распределения в обеих частях резонатора равны, на дифракте удовлетворяют условию

$$\Phi(x, y, L + 0) = \Phi(x, y, L - 0) e^{-\frac{v}{x^2 + y^2}} \quad (7)$$

а в любом сечении кольцевого резонатора условием периодичности

$$\Phi(x, y, z + L) = \Phi(x, y, z). \quad (8)$$

Поле в пустом резонаторе $F_{gm}^m(x, y, z)$ описывается решением уравнения Гельмгольца, удовлетворяющим условию (7) на дифракте.

Функцию F_{gm}^m представим в виде

$$F_{gm}^m = e^{ik_{gm}z} W_{gm}^m(x, y, z). \quad (9)$$

Здесь q — продольный индекс, а m, n — поперечные индексы моды. В известных приближенных квазиоптике функции $W_{gm}^m(x, y, z)$ удовлетворяет параболическому уравнению [8], обычным неравенствам параболического приближения и условию, учитывающему потери на дифракте при обходе резонатора

$$W_{gm}^m(x, y, z + L) = W_{gm}^m(x, y, z) L^{gm}. \quad (10)$$

где L^{gm} не зависит от координат. Функция F_{gm}^m (9) вместо условия (8) удовлетворяет условию периодичности фазы

$$\arg F_{gm}^m(x, y, z + L) = \arg F_{gm}^m(x, y, z) + 2\pi q. \quad (11)$$

При подстановке (9) в (10) в (11) определяется спектр частот

$$k_{gm}^m L = 2\pi q - \arg L^{gm}. \quad (12)$$

Потери на один проход $\alpha_{gm}^m = 1 - |L^{gm}|^2$.

В работе [7] получены выражения для распределения $W_{gm}^m(x, y, z)$, а также числа L^{gm} , с помощью которых рассчитываются частотный спектр пустого резонатора с гальсовою дифракцией и потери. Приведем эти формулы

$$W_{(\pm)}^m(x, y, z) = D^m(u(x) D^n(u(y) \exp\{\pm \phi(x, y, z)\}),$$

$$\frac{d}{1} = \sqrt{\frac{d}{1 - \frac{d^2}{z^2}}}, \quad \frac{d}{1} = \frac{d}{1 + i} \sqrt{\frac{L + i}{z(L - z)}}, \quad b = 1 + iN, \quad N = \frac{ky^2}{L},$$

$$D^m(u(x)) = \sqrt{\frac{2m! \sqrt{\pi}}{n}} D^m(u(x)), \quad D^m(u) = (-1)^m \exp\left(\frac{z^2}{2}\right) \frac{d^m}{d^m} \exp(-z^2),$$

$$\phi(x, y, z) = \frac{2kz^2}{L} (x^2 + y^2), \quad \int_{-\infty}^{\infty} D^m(u(x) D^n(u(x) D^m(u(x) dx = \delta_{nm}.$$

(13)

где

$$k = \frac{w}{c}. \quad (6)$$

Здесь $\chi^{(1)}$ и $\chi^{(3)}$ — комплексные постоянные, определяющие линейную и нелинейную поляризуемость активной среды. Будем считать, что среда занимает область внутри резонатора с ограниченным продольным размером и неограниченными поперечными размерами, т. е. $\chi^{(1)}$ и $\chi^{(3)}$ отличны от нуля в области $z_1 \leq z \leq z_2$, в которой они имеют значения, не зависящие от координат x, y, z . В «пустой» части резонатора ($0 \leq z \leq z_1$; $z_2 \leq z \leq L$) $\chi^{(1)} = \chi^{(3)} = 0$. Конкретные значения $\chi^{(1)}$ и $\chi^{(3)}$ определяются свойствами среды и накачкой.

Решение уравнения (5) дает пространственное распределение поля в среде. Поле в «пустой» части резонатора определяется уравнением Гельмгольца (5) с правой частью, равной нулю.

На границах раздела сред $z = z_1, z = z_2$ функции пространственного распределения в обеих частях резонатора равны, на диафрагме удовлетворяют условию

$$\Phi(x, y, L+0) = \Phi(x, y, L-0) e^{-\frac{x^2+y^2}{a^2}}, \quad (7)$$

а в любом сечении кольцевого резонатора условиям периодичности

$$\Phi(x, y, z+L) = \Phi(x, y, z). \quad (8)$$

Поле в пустом резонаторе $F_{qmn}(x, y, z)$ описывается решением уравнения Гельмгольца, удовлетворяющим условию (7) на диафрагме.

Функцию F_{qmn} представим в виде

$$F_{qmn} = e^{ik_{qmn}z} W_{mn}(x, y, z). \quad (9)$$

Здесь q — продольный индекс, а m, n — поперечные индексы моды. В известных приближениях квазиоптики функция $W_{mn}(x, y, z)$ удовлетворяет параболическому уравнению [8], обычным неравенствам параболического приближения и условию, учитывающему потери на диафрагме при обходе резонатора

$$W_{mn}(x, y, z+L) = W_{mn}(x, y, z) \Gamma_{mn}, \quad (10)$$

где Γ_{mn} не зависит от координат. Функция F_{qmn} (9) вместо условия (8) удовлетворяет условию периодичности фазы

$$\arg F_{qmn}(x, y, z+L) = \arg F_{qmn}(x, y, z) + 2\pi q. \quad (11)$$

При подстановке (9) в (11) определяется спектр частот

$$k_{qmn}L = 2\pi q - \arg \Gamma_{mn}. \quad (12)$$

Потери на один проход $\alpha_{mn} = 1 - |\Gamma_{mn}|^2$.

В работе [4] получены выражения для распределения $W_{mn}(x, y, z)$, а также числа Γ_{mn} , с помощью которых рассчитываются частотный спектр пустого резонатора с гауссовой диафрагмой и потери. Приведем эти формулы

$$\left. \begin{aligned} W_{mn}^{(\pm)}(x, y, z) &= D_m(ux) D_n(uy) \exp\{\pm \varphi(x, y, z)\}, \\ u &= \frac{\sqrt[4]{1-g^2}}{p}, \quad \frac{1}{p} = \sqrt{\frac{k}{L + i \frac{2z(L-z)}{ka^2}}}, \quad q = 1 + iN, \quad N = \frac{L}{ka^2}, \\ D_m(ux) &= \sqrt{\frac{u}{2^{m+1} \sqrt{\pi}}} d_m(ux), \quad d_m(v) = (-1)^m \exp\left(\frac{v^2}{2}\right) \frac{d^m}{dv^m} \exp(-v^2), \\ \varphi(x, y, z) &= \frac{2z-L}{2ka^2 p^2} (x^2 + y^2), \quad \int_{-\infty}^{\infty} D_m(ux) D_n(ux) dx = \delta_{mn}, \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

знак «+» соответствует волне, бегущей по оси z , а знак «-» соответствует встречной волне. Легко видеть, что функции W_{mn} для встречных волн ортогональны. Γ_{mn} определяется следующим образом:

$$\Gamma_{mn} = (-1)^m \exp \{-i(m+n+1) \arccos g\}. \quad (14)$$

Построение решения уравнения (5)

Решение нелинейного уравнения (5) будем искать методом разложения функции $\Phi(x, y, z)$ по модовым функциям $F_{qmn}(x, y, z)$ пустого резонатора с диафрагмой²

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{m,n} C_{mn}(z) e^{ik_{qmn}z} W_{mn}(x, y, z). \quad (15)$$

Причем в соответствии с экспериментом^[3] предполагается, что генерация происходит на одной продольной моде с индексом q . Подставляя разложение (15) в уравнение (5) и учитывая, что функции W_{mn} удовлетворяют параболическому уравнению, получим в обычных приближениях квазиоптики

$$\begin{aligned} & \sum_{m_1, n_1} \left\{ C''_{m_1, n_1}(z) + 2ik_{qm_1, n_1} C'_{m_1, n_1}(z) + (k^2 - k_{qm_1, n_1}^2 - 2k\chi^{(1)}) C_{m_1, n_1}(z) + \right. \\ & \left. + 2k\chi^{(3)} C_{m_1, n_1}(z) \left[\sum_{\substack{m_2, n_2 \\ m_3, n_3}} C_{m_2, n_2}(z) C_{m_3, n_3}(z) W_{m_2, n_2}(x, y, z) W_{m_3, n_3}^*(x, y, z) e^{i(k_{qm_2, n_2} - k_{qm_3, n_3})z} \right] \right\} \times \\ & \times W_{m_1, n_1}(x, y, z) e^{ik_{qm_1, n_1}z} = 0, \quad (16) \end{aligned}$$

Умножаем (16) на функцию распределения поля встречной волны и интегрируем полученное выражение по x и y на промежутке $(-\infty, \infty)$. Используя свойства ортогональности, получим систему нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка для определения функций $C_{mn}(z)$. Предполагая $C_{mn}(z)$ слабо меняющейся функцией, $|C''_{mn}(z)| \ll k_{qmn} |C'_{mn}(z)|$, отбрасываем вторую производную $C''_{mn}(z)$. После этого система уравнений примет вид

$$\begin{aligned} C'_{mn}(z) + ig_0 C_{mn}(z) + \chi^{(3)} \sum_{\sigma} C_{m_1, n_1}(z) C_{m_2, n_2}^*(z) C_{m_3, n_3}(z) \mu_{mn\sigma}(z) = 0 \\ (m, n = 0, 1, 2, \dots), \quad (17') \end{aligned}$$

где σ пробегает всю совокупность индексов $\{m_j, n_j\}$ ($j = 1, 2, 3$)

$$g_0 = \chi^{(1)} + k_{qmn} - k, \quad (18)$$

$$\mu_{mn\sigma} = -i \int_{-\infty}^{\infty} dx dy W_{mn}^{(-)}(x, y, z) W_{m_1, n_1}^{(+)}(x, y, z) [W_{m_2, n_2}^{(+)}(x, y, z)]^* W_{m_3, n_3}^{(+)}(x, y, z). \quad (19)$$

Поля в пустых частях резонатора ищем в виде

$$\Phi(x, y, z) = \sum_{m,n} C_{mn}^{(j)}(z) e^{ik_{qmn}z} W_{mn}(x, y, z) \quad (j = 1, 2). \quad (20)$$

Здесь $C_{mn}^{(1)}(z)$ — амплитуда поля в части резонатора, где z меняется в интервале $0 \leq z \leq z_1$, $C_{mn}^{(2)}(z)$ — амплитуда поля в другой части резонатора, где $z_2 \leq z \leq L$. Эти амплитуды удовлетворяют системе дифференциальных уравнений, которая получается из (16), если положить $\chi^{(1)} = \chi^{(3)} = 0$. Граничные условия на диафрагме в силу (7), (8), (10) запишутся через амплитуду $C_{mn}^{(j)}(z)$ следующим образом:

$$C_{mn}^{(1)}(+0) e^{2\pi q i} = \Gamma_{mn} C_{mn}^{(2)}(L-0) e^{ik_{qmn}L}. \quad (21)$$

² В отличие от теории возбуждения открытого резонатора, изложенной в книге [8], здесь производится лишь частичное разложение по собственным функциям резонатора. В ряд (15) включены только поперечные моды, поэтому коэффициенты разложения $C_{mn}(z)$ являются функциями продольной координаты z .

Из непрерывности функции пространственного распределения поля $\Phi(x, y, z)$ на границах раздела $z = z_1, z_2$ получаем еще два граничных условия

$$C_{mn}^{(j)}(z) = C_{mn}(z_j) \quad \left(\begin{array}{l} j=1, 2 \\ m, n=0, 1, 2, \dots \end{array} \right). \quad (22)$$

В дальнейшем будем рассматривать задачу для нулевой поперечной моды разложения, т. е. выделим из системы (16) уравнения для амплитуды моды с $m = n = 0$. Без учета «деформации моды» уравнение имеет вид

$$C'(z) + ig_0 C(z) + \chi^{(3)\mu} C(z) |C(z)|^2 \mu(z) = 0. \quad (23)$$

Это приближение соответствует тому, что вклад в нулевую моду со стороны мод с $m, n \neq 0$ пренебрежимо мал, т. е. поперечное распределение поля в нелинейной среде совпадает с поперечным распределением поля в пустом резонаторе. Решение уравнения (23) с граничными условиями для нулевой моды (21)–(22) имеет вид

$$\left. \begin{aligned} C(z) &= v(z) e^{i[\varphi(z) - zg]}, \quad \varphi(z) = - \int_{z_1}^z \frac{f_2(z') dz'}{2 \int_{z_1}^{z'} f_1(z'') dz'' + C_1}, \\ v(z) &= \left[2 \int_{z_1}^z f_1(z') dz' + C_1 \right]^{-1/2}, \\ C_1 &= \frac{2 \int_{z_1}^{z_2} f_1(z) dz}{|\Gamma|^2 e^{2l \operatorname{Im} g} - 1}, \quad l \equiv z_2 - z_1, \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где введено обозначение

$$\chi^{(3)\mu}(z) e^{2z \operatorname{Im} g} = f_1(z) + if_2(z). \quad (25)$$

Амплитуда и частота генерации кольцевого лазера с диафрагмой

Амплитуды и частоты генерации определим с помощью решения (24)–(25) и граничных условий (21)–(22). Подставляя решения в граничные условия и решая полученную систему, находим

$$|C^{(1)}|^2 = \frac{e^{2z_1 \operatorname{Im} g}}{C_1}, \quad |C^{(2)}|^2 = \frac{|C^{(1)}|^2}{|\Gamma|^2}, \quad (26)$$

C_1 определяется из формулы (24) и $|\Gamma| \equiv |\Gamma_{00}|$. $|C^{(1)}|^2$ пропорционально мощности поля, прошедшего через диафрагму. Мощность поля, выходящего из нелинейной среды и падающего на диафрагму, пропорциональна $|C^2|^2$. Частота генерации волны, бегущей по часовой стрелке,

$$\omega_+ = \frac{c}{L} \left[2\pi q - \arg \Gamma + \left(l \operatorname{Re} \chi^{(1)} - \int_{z_1}^{z_2} \frac{f_2(z') dz'}{2 \int_{z_1}^{z'} f_1(z'') dz'' + C_1} \right) \right]. \quad (27)$$

Первые два члена в этой формуле являются обычными для частотного спектра пустого резонатора. Выражение в круглых скобках дает величину, пропорциональную сдвигу между частотой пустого резонатора и частотой резонатора, частично заполненного средой.

Чтобы получить амплитуду и частоту генерации ω_- для волны, бегущей против часовой стрелки, надо перейти к переменным (рис. 2, б) $z_1 \rightarrow L - z_2$;

$z_2 \rightarrow L - z_1$ тогда разность частот встречных волн будет иметь следующий вид:

$$\delta\omega = \omega_+ - \omega_- = \frac{c}{L} \left[\int_{L-z_2}^{L-z_1} \frac{f_2(z')}{2 \int_{L-z_2}^{z'} f_1(z'') dz'' + C_2} - \int_{z_1}^{z_2} \frac{f_2(z') dz'}{2 \int_{z_1}^{z'} f_1(z'') dz'' + C_1} \right], \quad (28)$$

где C_2 получается из C_1 в формуле (24) с помощью указанной выше замены. Перепишем формулу (25) в новом виде

$$\left. \begin{aligned} f_1(z) + if_2(z) &= \chi_2^{(3)} e^{s\chi_2^{(1)}} \mu_2(z) [(rR(z) + 1) + i(R(z) - r)], \\ \chi^{(j)} &= \chi_1^{(j)} + i\chi_2^{(j)}, \quad (j=1, 3); \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

$$r = \frac{\chi_1^{(3)}}{\chi_2^{(3)}}, \quad R(z) = \frac{\mu_1(z)}{\mu_2(z)}, \quad \mu(z) = \mu_1(z) - i\mu_2(z). \quad (30)$$

Отметим, что $\chi_2^{(1)}$ и $\chi_2^{(3)}$ — четные функции расстройки $\omega - \omega_0$, r — нечетная функция расстройки. В новых обозначениях формулы (28), (26), (24) примут следующий вид:

$$\delta\omega = \frac{c}{2L} \left[\int_{L-z_2}^{L-z_1} \frac{e^{s\chi_2^{(1)}} (R(z) - r) \mu_2(z) dz}{\int_{L-z_2}^z e^{s'\chi_2^{(1)}} (rR(z') + 1) \mu_2(z') dz' + \frac{C_2}{\chi_2^{(3)}}} - \int_{z_1}^{z_2} \frac{e^{s\chi_2^{(1)}} (R(z) - r) \mu_2(z) dz}{\int_{z_1}^z e^{s'\chi_2^{(1)}} (rR(z') + 1) \mu_2(z') dz' + \frac{C_2}{\chi_2^{(3)}}} \right]; \quad (31)$$

$$C_1 = \frac{\chi_2^{(3)} \int_{z_1}^{z_2} e^{s\chi_2^{(1)}} (rR(z) + 1) \mu_2(z) dz}{|\Gamma|^2 e^{l\chi_2^{(1)}} - 1}, \quad |C^{(1)}|^2 = \frac{e^{s\chi_2^{(1)}}}{C_1}.$$

В приближении короткой трубки ($l \ll L$) разность частот генерации встречных волн будет иметь вид

$$\left. \begin{aligned} \delta\omega &= \frac{c}{2L} B \Delta R \ln \{ |\Gamma|^2 \exp(l\chi_2^{(1)}) \}, \quad \Delta R = R(z_0) - R(L - z_0), \\ B &= \frac{1 + r^2}{[rR(L - z_0) + 1][rR(z_0) + 1]}. \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Эту формулу можно записать в ином виде

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega_p}{2} \eta B \Delta R, \quad (33)$$

где $\Delta\omega_p = -c \ln |\Gamma|^2 / L$ — ширина полосы резонатора, $\eta = (l\chi_2^{(1)} / -\ln |\Gamma|^2) - 1$ — превышение накачки над пороговой.

Поскольку r есть нечетная функция расстройки частоты генерации ω от центра линии ω_0 , $\delta\omega$ содержит как четную, так и нечетную зависимость относительно расстройки. Вблизи центра линии $r \ll 1$ и $B \approx 1$. Зависимость ΔR для $z_0/L = 0.365$ от безразмерной ширины диафрагмы $2a\sqrt{k/L}$, рассчитанная на ЭВМ, приведена на рис. 3 (сплошная линия). Штриховая кривая дает значение ΔR от $2a\sqrt{k/L}$, полученное с помощью асимптотического выражения

$$\Delta R \approx \frac{2}{9a} \sqrt{\frac{L}{k}} \left(1 - \frac{2z_0}{L}\right) \left(1 + \frac{4}{a} \sqrt{\frac{L}{k}}\right), \quad (34)$$

справедливого при больших значениях величины $2a\sqrt{k/L} \gg 1$.

Обозначим мощность излучения, падающего на диафрагму в направлении оси z через $I^{(+)}$, а в противоположном $I^{(-)}$. Эти величины пропорциональны $|C^{(2)}(z_0)|^2$ и $|C^{(2)}(L_1 - z_0)|^2$. Функция $v[(z_0/L), N] = (I^{(+)} - I^{(-)}) / (I^{(+)} + I^{(-)})$ в приближении короткой трубки имеет вид

$$v\left(\frac{z_0}{L}, N\right) = \frac{\mu_2(L - z_0) - \mu_2(z_0)}{\mu_2(L - z_0) + \mu_2(z_0)}. \quad (35)$$

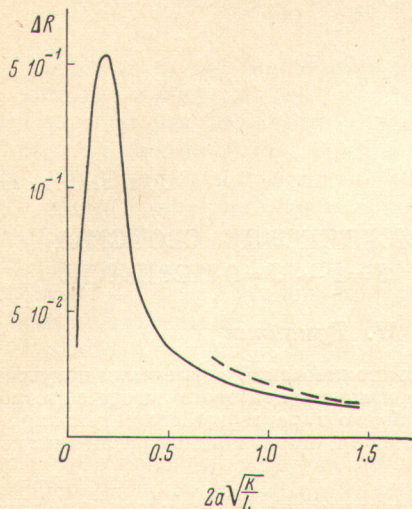


Рис. 3.

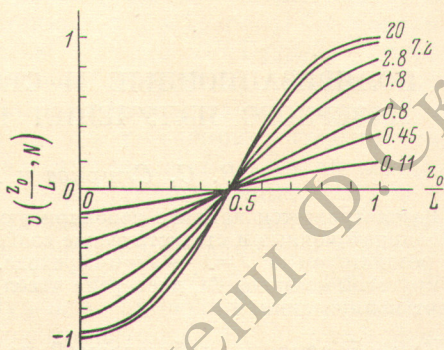


Рис. 4.

На рис. 4 приведена зависимость этой функции от положения центра трубки z_0/L для разных значений параметра N .

В заключение отметим, что от конкретной формы дифракционного элемента зависит только явный вид функции $\mu(z)$ (19). Если известны решения линейной задачи с учетом дифракции на данном элементе, то изложенным выше методом могут быть определены амплитудная и частотная невязности генерирующих встречных волн в этом резонаторе.

Литература

- [1] Р. К. Шео, С. У. Неер. Appl. Opt., 3, 788, 1964.
- [2] И. А. Андронов, И. Л. Берштейн. ЖЭТФ, 57, 1, 1969.
- [3] А. Д. Валуев, С. А. Савранский, А. И. Савушкин, Б. А. Шок. Опт. и спектр., 29, 410, 1970.
- [4] В. Ф. Бойцов. Опт. и спектр., 31, 961, 1971.
- [5] Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., 31, 952, 1971.
- [6] Э. Е. Фрадкин. Опт. и спектр., 32, 132, 1972.
- [7] В. Ф. Бойцов, Т. А. Мурина. Опт. и спектр., 34, 572, 1973.
- [8] Л. А. Вайнштейн. Открытые резонаторы и открытые волноводы. Изв. «Сов. радио», М., 1967.

Поступило в Редакцию 21 июля 1972 г.