УДК 535.36

ИЗОТРОПНОЕ И АНИЗОТРОПНОЕ РАССЕЯНИЕ СВЕТА В РЕЛАКСИРУЮЩИХ ЖИДКОСТЯХ

В. П. Романов, В. А. Соловьев и *Л. С. Филатова*

Теоретически анализируется спектральный состав рассеянного света в среде, содержащей произвольное число тензорных и скалярных релаксационных параметров. Показано, что из измерений спектра рассеяния при двух углах, но при одном и том же векторе рассеяния можно строго разделить вклады флуктуаций изотропных и анизотропных величин. В случае малой дисперсии вычислены спектральные и интегральные интенсивности корреляторов термодинамических величин, которые вносят вклад в спектр рассеяния. Предлагается общий метод вычисления интегральных вкладов корреляторов в отдельные гидродинамические процессы при сильном разнесении характерных частот. В качестве примера рассмотрен случай двух внутренних релаксационных процессов.

Исследования оптических и акустических свойств вязких жидкостей показывают, что в этих системах, как правило, наблюдается несколько релаксационных процессов. В акустических измерениях эти процессы проявляются в частотной зависимости скорости и коэффициента затухания продольных и поперечных волн. В поперечной звуковой волне сказывается релаксация только анизотропных внутренних параметров, что позволяет непосредственно их изучать, но возбуждение и исследование поперечных волн в широком диапазоне частот представляет собой трудную экспериментальную задачу. В продольной волне представлена релаксация как изотропных, так и анизотропных параметров, поэтому прежде всего возникает необходимость разделить их с помощью измерений на поперечных волнах. Однако и после этого остается нерешенной проблема разделения вкладов изотропных релаксационных параметров в энтальпию и объем системы (термическая и объемная релаксация), которые в адиабатической волне нераздельно связаны.

Форма спектров светорассеяния определяется теми же самыми релаксационными процессами в веществе. Поэтому изучение спектров может дать такую же, и даже более богатую информацию об этих процессах, что и акустические измерения. В частности, используя различные поляризации рассеянного света, можно разделить релаксацию изотропных и анизотропных параметров. Интенсивность рассеянного света определяется суммой вкладов корреляторов различных термодинамических величин; это позволяет разделить термическую и объемную релаксацию. Существенную трудность при таком исследовании спектров представляет наличие дополнительных неизвестных коэффициентов, определяющих вклады релаксационных параметров в оптические свойства вещества; с другой стороны, сами эти коэффициенты могут служить дополнительным источником информации. Ясно, что совместное применение акустических и оптических методов открывает большие возможности для изучения релаксационных процессов, и в связи с этим возникает необходимость подробного теоретического изучения спектрального состава рассеянного света. Для случая чисто изотропного рассеяния такое исследование было проведено в [1]. В данной работе исследуется вид спектра рассеяния при наличии как изотропных, так и анизотропных релаксационных процессов.

В работах [2, 3] была построена общая феноменологическая теория рассеяния света в среде с произвольным числом тензорных и скалярных релаксационных процессов. Было показано, что интенсивность рассеяния с точностью до множителя имеет вид

$$I_z^z = \left\langle \left[De + H\delta T + \sum_\alpha G_\alpha \xi_\alpha - \frac{1}{2} \sum_a A_a \Phi_a \right]^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}} + \sum_a A_a^2 \langle X_a^2 \rangle_{\omega\mathrm{k}}, \tag{1}$$

$$I_{xy}^z = I_z^y = \left\langle \left(\sum_a A_a \zeta_{12}^a \right)^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}} \cos^2 \frac{\vartheta}{2} + \sum_a A_a^2 \langle \zeta_{23}^{a2} \rangle_{\omega\mathrm{k}} \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, \tag{2}$$

$$I_{xy}^y = \left\langle \left[\left(De + H\delta T + \sum_\alpha G_\alpha \xi_\alpha \right) \cos \vartheta + \frac{1}{2} \sum_a A_a \Phi_a \left(1 + \cos^2 \frac{\vartheta}{2} \right) \right]^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}} + \\ + \sum_a A_a^2 \langle X_a^2 \rangle_{\omega\mathrm{k}} \sin^4 \frac{\vartheta}{2} \tag{3}$$

(здесь и далее мы сохраним обозначения работы [3]). Структура анизотропной компоненты $I_{xy}^z = I_z^y$, связанной целиком с релаксацией сдвиговой вязкости, подробно исследовалась как экспериментально [4–6], так и теоретически [3, 7–9]. Эта компонента является относительно простой, поскольку в ней присутствуют только тензорные переменные. В то же время представляет интерес исследование компонент I_z^z и I_{xy}^y, обусловленных рассеянием на флуктуациях как скалярных, так и тензорных параметров.

1. Разделение вкладов флуктуаций изотропных и анизотропных величин

Для решения указанной задачи без введения каких-либо предположений необходимо провести измерения интенсивностей по крайней мере при двух длинах волн света λ_1 и λ_2 и при соответствующих углах ϑ_1 и ϑ_2, удовлетворяющих условию Вульфа—Брэггов для одного и того же волнового числа флуктуаций k: $(1/\lambda_1) \sin (\vartheta_1/2) = (1/\lambda_2) \sin (\vartheta_2/2)$. Будем считать, что экспериментальная техника позволяет измерить интенсивности для разных поляризаций в одних и тех же единицах. Тогда формулы (1)—(3) приводят к системе уравнений

$$(I_z^z)_1 = N_{ss} - N_{s\Phi} + \frac{1}{4} N_{\Phi\Phi} + N_{XX};$$

$$(I_{xy}^z)_1 = N_{\zeta\zeta} \cos^2 \frac{\vartheta_1}{2} + N_{XX} \sin^2 \frac{\vartheta_1}{2};$$

$$(I_{xy}^z)_2\, \alpha = N_{\zeta\zeta} \cos^2 \frac{\vartheta_2}{2} + N_{XX} \sin^2 \frac{\vartheta_2}{2};$$

$$(I_{xy}^y)_1 = N_{ss} \cos^2 \vartheta_1 + N_{s\Phi} \cos \vartheta_1 \left(1 + \cos^2 \frac{\vartheta_1}{2} \right) + \\ + \frac{1}{4} N_{\Phi\Phi} \left(1 + \cos^2 \frac{\vartheta_1}{2} \right)^2 + N_{XX} \sin^4 \frac{\vartheta_1}{2};$$

$$(I_{xy}^y)_{2\alpha} = N_{ss} \cos^2 \vartheta_2 + N_{s\Phi} \cos \vartheta_2 \left(1 + \cos^2 \frac{\vartheta_2}{2} \right) + \\ + \frac{1}{4} N_{\Phi\Phi} \left(1 + \cos^2 \frac{\vartheta_2}{2} \right)^2 + N_{XX} \sin^4 \frac{\vartheta_2}{2},$$

где $\alpha = (I_z^z)_1/(I_z^z)_2$. Здесь для краткости введены обозначения

$$N_{ss} = \left\langle \left(De + H\delta T + \sum_\alpha G_\alpha \xi_\alpha \right)^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}}, \quad N_{\Phi\Phi} = \left\langle \left(\sum_a A_a \Phi_a \right)^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}},$$

$$N_{s\Phi} = \left\langle \left(De + H\delta T + \sum_\alpha G_\alpha \xi_\alpha \right) \sum_a A_a \Phi_a \right\rangle_{\omega\mathrm{k}}, \quad N_{\zeta\zeta} = \left\langle \left(\sum_a A_a \zeta_{12}^a \right)^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}},$$

$$N_{XX} = \left\langle \sum_a A_a^2 X_a^2 \right\rangle_{\omega\mathrm{k}} = \left\langle \sum_a A_a^2 \zeta_{23}^{a2} \right\rangle_{\omega\mathrm{k}}.$$

Эта система легко решается относительно пяти неизвестных N_{ss}, $N_{s\Phi}$, $N_{\Phi\Phi}$, $N_{\zeta\zeta}$, N_{XX}. В некоторых случаях возможно упростить систему уравнений. Так, если сдвиговые времена релаксации малы по сравнению с временем затухания вязкой волны, то $N_{\zeta\zeta} = N_{XX}$ [3]. Кроме того, один из углов (ϑ_1) можно выбрать равным 90°, и тогда система принимает вид

$$(I^z_{xy})_1 = N_{XX};$$

$$(I^y_{xy})_1 - \frac{1}{4}\,(I^z_{xy})_1 = \frac{9}{16}\,N_{\Phi\Phi};$$

$$(I^z_z)_1 - (I^z_{xy})_1 = N_{ss} - N_{s\Phi} + \frac{1}{4}\,N_{\Phi\Phi};$$

$$\left[(I^y_{xy})_2 - (I^z_{xy})_2 \sin^4\frac{\vartheta_2}{2}\right]\alpha = N_{ss}\cos^2\frac{\vartheta_2}{2} + N_{s\Phi}\cos\vartheta_2\left(1+\cos^2\frac{\vartheta_2}{2}\right) + \frac{1}{4}\,N_{\Phi\Phi}\left(1+\cos^2\frac{\vartheta_2}{2}\right)^2.$$

Таким образом, оказывается возможным выделить чисто скалярное рассеяние N_{ss} и чисто анизотропное N_{XX} и $N_{\zeta\zeta}$. Спектральный состав N_{XX} и $N_{\zeta\zeta}$ был исследован в работе [3]. В данной работе будет исследован в основном спектральный состав анизотропных компонент, взаимодействующих с изотропными, $N_{\Phi\Phi}$ и $N_{s\Phi}$, а также влияние Ф на скалярное рассеяние N_{ss}.

2. Решение системы гидродинамических уравнений

Для вычисления спектральных интенсивностей флуктуаций термодинамических величин, входящих в I^z_z и I^y_{xy}, мы воспользуемся флуктуационно-диссипационной теоремой (ФДТ). Согласно [3], полная система интересующих нас гидродинамических уравнений с наложенными сторонними силами имеет вид

$$\left.\begin{aligned}
&3\eta_a\left(\dot{\Phi}_a + \frac{1}{\tau_a}\,\Phi_a\right) - 2\eta_a\frac{\partial\dot{u}}{\partial x} = \Psi^a_\Phi, \quad a = 1, \ldots m,\\
&\frac{1}{L_\alpha}\left(\dot{\xi}_\alpha + \frac{1}{\tau_\alpha}\,\xi_\alpha\right) + \sum_\beta \frac{TF^\alpha_{\xi T}F^\beta_{\xi T}}{C_{V\infty}}\,\xi^\beta - \left(\rho F^\alpha_{\xi\rho} + F^\alpha_{\xi T}\frac{Tp_{T\infty}}{C_{V\infty}}\right)\frac{\partial u}{\partial x} + {}\\
&\qquad + \frac{TF^\alpha_{\xi T}}{C_{V\infty}}\,\delta S = \Psi^\alpha_\xi, \quad \alpha = 1, \ldots n\\
&\rho\ddot{u} - \left(K_{T\infty} + \frac{Tp^2_{T\infty}}{C_{V\infty}}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \sum_\alpha\left(\frac{Tp_{T\infty}F^\alpha_{\xi T}}{C_{V\infty}} + \rho F^\alpha_{\xi\rho}\right)\frac{\partial\xi^\alpha}{\partial x} - {}\\
&\qquad - \sum_a 2\mu_a\frac{\partial\Phi_a}{\partial x} + \frac{Tp_{T\infty}}{C_{V\infty}}\frac{\partial S}{\partial x} = F - \frac{2}{3}\sum_a\frac{\partial\Psi^a_\Phi}{\partial x},\\
&\frac{T}{\varkappa}\,\dot{S} - \frac{T}{C_{V\infty}}\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{Tp_{T\infty}}{C_{V\infty}}\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \sum_\alpha\frac{TF^\alpha_{\xi T}}{C_{V\infty}}\frac{\partial^2\xi^\alpha}{\partial x^2} = -\frac{\partial^2\mathscr{T}}{\partial x^2}
\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

(все экстенсивные переменные отнесены к единице объема). Латинскими индексами перенумерованы тензорные переменные Φ_a, Φ_b, ... и связанные с ними параметры, греческими — скалярные переменные ξ_α, ξ_β, ... Компоненты X_a описываются простым релаксационным уравнением и их спектральные интенсивности подробно обсуждались в [3].

Переходя к пространственно-временному спектру Фурье $f(\mathbf{r}, t) = \int f_{\omega\mathbf{k}} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+\omega t)}dkd\omega$, получаем систему алгебраических уравнений, которые легко разрешить относительно амплитуд обобщенных координат.

Поскольку диэлектрическая проницаемость сильнее всего зависит от ρ и Φ_a, главный вклад в интенсивность рассеяния будут вносить корреляторы $\langle\delta\rho^2\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\delta\rho\Phi^*_a\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\Phi_a\Phi^*_b\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, а корреляторы $\langle\delta\rho\xi^*_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\delta\rho\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\Phi_a\xi^*_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\Phi_a\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$ являются малыми поправками. Однако эти поправочные члены могут быть сравнимы с главными в отдельных контурах, на которые раскладывается спектр рассеянного света [1]. Все члены типа $\langle\xi^2_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\xi_\alpha\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $\langle\delta T^2\rangle_{\omega\mathbf{k}}$ дают поправки второго порядка малости и, как и в [1], учитываться не будут.[1] Для вычисления нужных нам корреляторов достаточно будет выписать решение системы (4) относительно переменных u и Φ_a

$$u=\frac{1}{D}\left\{F-\sum_a\frac{2}{3}\,ik\,\frac{i\omega\tau_a}{1+i\omega\tau_a}\Psi^a_\Phi-\frac{ik^3\varkappa\tilde{p}_T}{i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa}\mathcal{T}-\right.$$
$$\left.-\sum_\alpha\frac{ik}{F^\alpha_{\xi\xi}}\,\frac{\rho F^\alpha_{\xi\rho}\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)+i\omega T\tilde{p}_T F^\alpha_{\xi T}}{(1+i\omega\tau_\alpha)\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)}\Psi^\alpha_\xi\right\}, \tag{5}$$

$$\Phi_a=\frac{2}{3}\,\frac{iki\omega\tau_a}{1+i\omega\tau_a}\,\frac{1}{D}\left\{F-\sum_\alpha\frac{ik}{F^\alpha_{\xi\xi}\,(1+i\omega\tau_\alpha)\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\rho F^\alpha_{\xi\rho}\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)+i\omega TF^\alpha_{\xi T}\tilde{p}_T\right]\Psi^\alpha_\xi-\frac{ik^3\varkappa\tilde{p}_T}{i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa}\mathcal{T}\right\}+$$
$$+\sum_b\left[\frac{1}{3\mu_a\,(1+i\omega\tau_a)}\,\delta_{ab}-\frac{4}{9}\,\frac{\omega^2k^2\tau_a\tau_b}{(1+i\omega\tau_a)\,(1+i\omega\tau_b)\,D}\right]\Psi^b_\Phi, \tag{6}$$

где

$$D=-\rho\omega^2+k^2\left[\tilde{K}_T+\sum_a\frac{4}{3}\,\frac{i\omega\eta_a}{1+i\omega\tau_a}+\frac{i\omega T\tilde{p}^2_T}{i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa}\right]. \tag{7}$$

Учитывая, что $\delta\rho/\rho=-iku$ и пользуясь ФДТ, находим

$$\langle\delta\rho^2\rangle_{\omega\mathbf{k}}=-\frac{k_{\text{Б}}Tk^2\rho^2}{(2\pi)^4\,i\omega}\left(\frac{1}{D}-\text{к. с.}\right); \tag{8}$$

$$\langle\Phi^2_a\rangle_{\omega\mathbf{k}}=-\frac{k_{\text{Б}}T}{(2\pi)^4\,i\omega}\left\{\left[\frac{1}{3\mu_a\,(1+i\omega\tau_a)}-\frac{4}{9}\,\frac{\omega^2\tau^2_ak^2}{D\,(1+i\omega\tau_a)^2}\right]-\text{к. с.}\right\}; \tag{9}$$

$$\langle\Phi_a\Phi^*_b\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{4}{9}\,\frac{k_{\text{Б}}T\omega^2k^2\tau_a\tau_b}{(2\pi)^4\,i\omega}\left[\frac{1}{(1+i\omega\tau_a)\,(1+i\omega\tau_b)\,D}-\text{к. с.}\right]; \tag{10}$$

$$\langle\delta\rho\Phi^*_a\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{2}{3}\,\frac{k_{\text{Б}}Tk^2\rho}{(2\pi)^4\,i\omega}\left[\frac{i\omega\tau_a}{(1+i\omega\tau_a)\,D}-\text{к. с.}\right]; \tag{11}$$

$$\langle\delta\rho\xi^*_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{k_{\text{Б}}Tk^2\rho}{(2\pi)^4\,i\omega F^\alpha_{\xi\xi}}\left[\frac{\rho F^\alpha_{\xi\rho}\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)+i\omega T\tilde{p}_TF^\alpha_{\xi T}}{(1+i\omega\tau_\alpha)\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)D}-\text{к. с.}\right]; \tag{12}$$

$$\langle\Phi_a\xi^*_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}=-\frac{2}{3}\,\frac{k_{\text{Б}}Tk^2}{(2\pi)^4\,i\omega F^\alpha_{\xi\xi}}\left\{\frac{i\omega\tau_a}{D\,(i\omega\tau_a+1)\,(i\omega\tau_\alpha+1)\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)}\times\right.$$
$$\left.\times\left[\rho F^\alpha_{\xi\rho}\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)+i\omega TF^\alpha_{\xi T}\tilde{p}_T\right]-\text{к. с.}\right\}; \tag{13}$$

$$\langle\delta\rho\delta S^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{k_{\text{Б}}Tk^2\rho}{(2\pi)^4\,i\omega}\left(\frac{k^2\varkappa\tilde{p}_T}{\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)D}-\text{к. с.}\right), \tag{14}$$

$$\langle\Phi_a\delta S^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}=-\frac{2}{3}\,\frac{k_{\text{Б}}Tk^2}{(2\pi)^4\,i\omega}\left[\frac{i\omega k^2\varkappa\tilde{p}_T\tau_a}{(1+i\omega\tau_a)\left(i\omega\tilde{C}_V+k^2\varkappa\right)D}-\text{к. с.}\right]. \tag{15}$$

Используя уравнение состояния

$$\delta T=\frac{T}{C_{V\infty}}\,\delta S+\frac{Tp_{T\infty}}{C_{V\infty}}\,\frac{\delta\rho}{\rho}+\sum_\alpha\frac{F^\alpha_{\xi T}T}{C_{V\infty}}\,\xi_\alpha,$$

---

[1] В некоторых случаях, например, вблизи точек фазового перехода II рода, для которых ξ является параметром упорядочения, флуктуации $\langle\xi^2\rangle_{\omega\mathbf{k}}$ и их вклады в рассеяние могут быть аномально велики [10]. Пока неизвестно, встречаются ли подобные ситуации в жидкостях, за исключением жидких кристаллов.

можно получить выражения для корреляторов $\langle\delta\rho\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$ и $\langle\Phi_a\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$

$$\langle\delta\rho\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{T}{C_{V\infty}}\langle\delta\rho\delta S^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}+\frac{Tp_{T\infty}}{\rho C_{V\infty}}\langle\delta\rho^2\rangle_{\omega\mathbf{k}}+\sum_\alpha\frac{TF^\alpha_{\xi T}}{C_{V\infty}}\langle\delta\rho\xi^*_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}, \tag{16}$$

$$\langle\Phi_a\delta T^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{T}{C_{V\infty}}\langle\Phi_a\delta S^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}+\frac{Tp_{T\infty}}{\rho C_{V\infty}}\langle\Phi_a\delta\rho^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}+\sum_\alpha\frac{TF^\alpha_{\xi T}}{C_{V\infty}}\langle\Phi_a\xi^*_\alpha\rangle_{\omega\mathbf{k}}. \tag{17}$$

Для анализа формул (7)—(17) нужно прежде всего найти корни дисперсионного уравнения $D=0$. Это уравнение $(m+n+3)$ степени относительно $z\equiv i\omega$ при всех разумных значениях параметров имеет два комплексно-сопряженных корня $z_{1,2}=\pm i\Omega-\Gamma$ и отрицательные вещественные корни $z_3=-\gamma_T$, $z_a=-\gamma_a\,(a=1, 2, \ldots m)$, $z_\alpha=-\gamma_\alpha\,(\alpha=1, 2, \ldots n)$ (смысл обозначений будет ясен в дальнейшем). Разлагая выражения (7)—(16) на простейшие дроби, можно представить спектральные интенсивности в следующем виде:

$$\langle x_jx^*_k\rangle_{\omega\mathbf{k}}=\frac{k_{\text{Б}}T}{(2\pi)^4}\left\{\frac{2A_{jk}\gamma_T}{\omega^2+\gamma^2_T}+\sum_a\frac{2B^a_{jk}\gamma_a}{\omega^2+\gamma^2_a}+\sum_\alpha\frac{2B^\alpha_{jk}\gamma_\alpha}{\omega^2+\gamma^2_\alpha}+\right.$$
$$+D_{jk}\left[\frac{\Gamma}{(\omega-\Omega)^2+\Gamma^2}+\frac{\Gamma}{(\omega+\Omega)^2+\Gamma^2}\right]+$$
$$\left.+\frac{D_{jk}\Gamma+C_{jk}}{\Omega}\left[\frac{\Omega-\omega}{(\omega-\Omega)^2+\Gamma^2}+\frac{\Omega+\omega}{(\omega+\Omega)^2+\Gamma^2}\right]\right\}. \tag{18}$$

В этих выражениях коэффициенты A_{jk}, B^a_{jk}, B^α_{jk} и D_{jk}, умноженные на $k_{\text{Б}}T/(2\pi)^3$, представляют собой вклады в интегральные интенсивности за счет процессов, соответствующих отдельным корням дисперсионного уравнения.

Строгий анализ полученных выражений для спектральных интенсивностей в общем виде невозможен, и поэтому мы рассмотрим два наиболее типичных случая, которые допускают приближенное рассмотрение: 1) акустическая дисперсия мала, 2) характерные частоты z_i разнесены достаточно далеко, $z_i/z_{i+1}\ll 1$, а дисперсия произвольна.

3. Случай малой дисперсии

Пусть акустическая дисперсия мала, т. е. $\sum_\alpha K^\alpha_T/K_{T\infty}\ll 1$, $\sum_\alpha C^\alpha_V/C_{V\infty}\ll 1$ и $\sum_a\mu_a/K_{T\infty}\ll 1$. Кроме того, мы будем считать, что величина $k^2\varkappa/C_{p0}$ много меньше всех других корней дисперсионного уравнения.

Тогда, если ограничиться линейным приближением относительно малых величин,[2] получим

$$\left.\begin{aligned}
&\gamma_T=k^2\varkappa/C_{p0},\\
&\Omega=\Omega_{\text{Б}}\left[1-\sum_\alpha\frac{k^2K^\alpha_S}{2\rho\Omega^2_{\text{Б}}}\frac{1}{1+\Omega^2_{\text{Б}}\tau^2_\alpha}-\sum_a\frac{2}{3}\frac{k^2\mu_a}{\rho\Omega^2_{\text{Б}}}\frac{1}{1+\Omega^2_{\text{Б}}\tau^2_a}\right],\\
&\Gamma=\sum_\alpha\frac{k^2K^\alpha_S}{2\rho}\frac{\tau^2_\alpha}{1+\Omega^2_{\text{Б}}\tau^2_\alpha}+\sum_a\frac{2}{3}\frac{k^2\mu_a}{\rho}\frac{\tau^2_a}{1+\Omega^2_{\text{Б}}\tau^2_a},\\
&\gamma_a=\frac{1}{\tau_a}\left(1-\frac{4}{3}\frac{k^2\mu_a}{\rho}\frac{\tau^2_a}{1+\Omega^2_{\text{Б}}\tau^2_a}\right),\\
&\gamma_\alpha=\frac{1}{\tau_\alpha}\left(1-\frac{k^2K^\alpha_S}{\rho}\frac{\tau^2_\alpha}{1+\Omega^2_{\text{Б}}\tau^2_\alpha}\right),
\end{aligned}\right\} \tag{19}$$

где

$$\Omega_{\text{Б}}=\left[\frac{k^2}{\rho}\left(K_{S\infty}+\sum_a\frac{4}{3}\mu_a\right)\right]^{1/2}.$$

[2] Для Ω бывают нужны также поправки следующего порядка, о них см. [11, 12]

Корни γ_T, γ_a, γ_α являются характеристическими частотами процессов теплопроводности и релаксации анизотропных и изотропных параметров. Корень $\pm i\Omega - \Gamma$ — частота и коэффициент затухания продольной звуковой волны. Далее нужно найти числители дроби (18), которые определяют вклады различных корреляторов в интегральные интенсивности. В этих коэффициентах мы будем сохранять линейные по дисперсии и γ_T члены для флуктуаций ρ и Φ_a и только главные члены для флуктуаций ξ_α и T.

Скалярное рассеяние N_{ss} складывается из флуктуаций плотности

$$\left.\begin{gathered}
A_{\rho\rho} = \frac{\rho^2}{K_{S0}} \frac{C_{p0} - C_{V0}}{C_{V0}}, \quad B^a_{\rho\rho} = \frac{4}{3} \frac{k^4 \mu_a \tau_a^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2)^2} \ (a = 1,\ 2 \ldots m), \\
B^\alpha_{\rho\rho} = \frac{k^4 K_S^\alpha \tau_\alpha^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2)^2} \ (\alpha = 1,\ 2 \ldots n), \\
D_{\rho\rho} = \frac{\rho^2}{K_{S0}} - \sum_\alpha \frac{k^4 K_S^\alpha \tau_\alpha^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2)^2} - \sum_a \frac{4}{3} \frac{k^4 \mu_a \tau_a^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2)^2},
\end{gathered}\right\} \tag{20}$$

и поправок на флуктуации T и ξ_α

$$A_{\rho T} = -\rho T p_T / K_S C_V, \quad D_{\rho T} = -A_{\rho T}, \tag{21}$$

$$B^\alpha_{\rho\xi} = \frac{k^2 \tau_\alpha^2 (C_V^\alpha p_{T\infty} - p_T^\alpha C_{V\infty})}{F^\alpha_{\xi T} C_{V\infty} (1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2)} = \frac{k^2 \tau_\alpha^2 \rho^2 U^\alpha_{\xi\rho}}{F^\alpha_{\xi\xi} (1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2)}, \tag{22}$$

где $\rho U^\alpha_{\xi\rho} = \rho F^\alpha_{\xi\rho} + \dfrac{F^\alpha_{\xi T} T p_{T\infty}}{C_{V\infty}}$. Вклады $\langle \delta\rho \delta T^* \rangle_{\omega \mathbf{k}}$ и $\langle \delta\xi \delta\rho^* \rangle_{\omega \mathbf{k}}$ в другие контуры имеют более высокий порядок малости.

Главными членами в рассеянии $N_{s\Phi}$ будут смешанные корреляторы

$$\left.\begin{gathered}
A_{\rho\Phi_a} = \frac{2}{3} \frac{k^2 \varkappa}{K_{S0}} \frac{C_{p0} - C_{V0}}{C_{p0} C_{V0}} \rho \tau_a; \quad B^a_{\rho\Phi_a} = -\frac{2}{3} \left[\frac{k^2 \tau_a^2}{1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2} - \right. \\
- \frac{16}{3} \frac{k^4 \mu_a}{\rho} \frac{\tau_a^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2)^3} - \sum_\alpha \frac{k^2 K_S^\alpha}{\rho} \frac{\tau_a^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2)(1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2)^2 \left(1 - \frac{\tau_\alpha}{\tau_a}\right)} - \\
- \sum_b \frac{4}{3} \frac{k^4 \mu_b}{\rho} \frac{\tau_a^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_b^2)^2 (1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2)^2 \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_a}\right)}; \\
B^b_{\rho\Phi_a} = \frac{8}{9} \frac{k^4 \mu_b}{\rho} \frac{\tau_b^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_b^2) \left(1 - \frac{\tau_b}{\tau_a}\right)}; \\
B^\alpha_{\rho\Phi_a} = \frac{2}{3} \frac{k^4 K_S^\alpha}{\rho} \frac{\tau_\alpha^4}{(1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2)^2 \left(1 - \frac{\tau_\alpha}{\tau_a}\right)}; \\
-D_{\rho\Phi_a} = A_{\rho\Phi_a} + \sum_b B^b_{\rho\Phi_a} + \sum_\alpha B^\alpha_{\rho\Phi_a}.
\end{gathered}\right\} \tag{23}$$

Кроме того, в $N_{s\Phi}$ войдут поправочные члены

$$B^b_{\Phi_a T} = -\frac{2}{3} \frac{T p_T}{C_V K_S} \delta_{ab}, \quad D_{\Phi_a T} = -B^a_{\Phi_a T}; \tag{24}$$

$$\left.\begin{gathered}
B^a_{\Phi_a \xi_\alpha} = -\frac{2}{3} \frac{k^2 \tau_a^2 \rho U^\alpha_{\xi\rho}}{F^\alpha_{\xi\xi} (1 + \Omega_Б^2 \tau_a^2) \left(1 - \frac{\tau_\alpha}{\tau_a}\right)}; \\
B^\alpha_{\Phi_a \xi_\alpha} = \frac{2}{3} \frac{k^2 \tau_\alpha^2 \rho U^\alpha_{\xi\rho}}{F^\alpha_{\xi\xi} (1 + \Omega_Б^2 \tau_\alpha^2) [1 - (\tau_\alpha / \tau_a)]}.
\end{gathered}\right\} \tag{25}$$

Анизотропное рассеяние $N_{\Phi\Phi}$ складывается из автокорреляторов типа $\langle \Phi_a^2 \rangle_{\omega\mathbf{k}}$

$$\left.\begin{aligned}
&A_{\Phi_a\Phi_a}=0; \quad B^b_{\Phi_a\Phi_a}=\frac{16}{27}\frac{k^4\mu_b}{\rho^2}\frac{\tau_b^4}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_b^2)^2\left(1-\dfrac{\tau_b}{\tau_a}\right)^2};\\
&B^a_{\Phi_a\Phi_a}=\frac{1}{3\mu_a}\left[1+\frac{4}{3}\frac{k^2\mu_a}{\rho}\frac{\tau_a^2}{1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^2}-\frac{8}{3}\frac{k^2\mu_a}{\rho}\frac{\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^4}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^2)^2}\right];\\
&B^\alpha_{\Phi_a\Phi_a}=\frac{4}{9}\frac{k^4K_S^\alpha}{\rho^2}\frac{\tau_\alpha^4}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_\alpha^2)^2\left(1-\dfrac{\tau_\alpha}{\tau_a}\right)};\\
&D_{\Phi_a\Phi_a}=\frac{1}{3\mu_a}-\sum_b B^b_{\Phi_a\Phi_a}-\sum_\alpha B^\alpha_{\Phi_a\Phi_a}
\end{aligned}\right\} \qquad (26)$$

и перекрестных корреляторов

$$\left.\begin{aligned}
&A_{\Phi_a\Phi_b}=0; \quad B^c_{\Phi_a\Phi_b}=\frac{16}{27}\frac{k^4\mu_c}{\rho^2}\frac{\tau_c^4}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_c^2)^2\left(1-\dfrac{\tau_c}{\tau_a}\right)\left(1-\dfrac{\tau_c}{\tau_b}\right)};\\
&B^a_{\Phi_a\Phi_b}=-\frac{4}{9}\frac{k^2\tau_a^2}{\rho\,(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^2)\left(1-\dfrac{\tau_a}{\tau_b}\right)}\left[1+\frac{4}{3}\frac{k^2\mu_a}{\rho}\frac{\tau_a^2}{1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^2}\times\right.\\
&\times\left(1-\frac{\tau_b}{\tau_a}\frac{1}{1-(\tau_b/\tau_a)}\right)+\sum_\alpha\frac{k^2K_S^\alpha}{\rho}\frac{\tau_a^2}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^2)\left(1-\dfrac{\tau_\alpha}{\tau_a}\right)}+\\
&\left.+\sum_{c\neq a}\frac{4}{3}\frac{k^2\mu_c}{\rho}\frac{\tau_a^2}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_a^2)\,[1-(\tau_c/\tau_a)]}\right];\\
&B^\alpha_{\Phi_a\Phi_b}=\frac{4}{9}\frac{k^4K_S^\alpha}{\rho^2}\frac{\tau_\alpha^4}{(1+\Omega_{\text{Б}}^2\tau_\alpha^2)^2\left(1-\dfrac{\tau_\alpha}{\tau_a}\right)\left(1-\dfrac{\tau_\alpha}{\tau_b}\right)};\\
&-D_{\Phi_a\Phi_b}=\sum_c B^c_{\Phi_a\Phi_b}+\sum_\alpha B^\alpha_{\Phi_a\Phi_b}.
\end{aligned}\right\} \qquad (27)$$

Флуктуации плотности $\langle \delta\rho^2 \rangle_{\omega\mathbf{k}}$ содержат в рассмотренном случае малого γ_T в точности ту же информацию о релаксационных процессах, что и акустические измерения на продольных волнах. В частности, сдвиговая релаксация в них неотличима от адиабатической объемной. Поправочные члены $\langle \delta\rho\xi_\alpha^* \rangle_{\omega\mathbf{k}}$ и $\langle \delta\rho\delta T^* \rangle_{\omega\mathbf{k}}$ могут позволить разделить термические и объемные вклады в релаксационные адиабатические модули.

Сдвиговые контуры в спектре $\langle \delta\rho^2 \rangle_{\omega\mathbf{k}}$, $B^a_{\rho\rho}$, а также спектры $N_{s\Phi}$, $N_{\Phi\Phi}$, N_{XX}, $N_{\zeta\zeta}$ содержат информацию о сдвиговой релаксации в различных формах, причем только в $B^a_{\rho\rho}$ эта информация совпадает с акустической. Совместное использование всех этих спектров может позволить определить весь набор коэффициентов, характеризующих анизотропную релаксацию — A_a, μ_a и τ_a.

4. Случай разнесенных корней дисперсионного уравнения

Пусть все корни дисперсионного уравнения сильно различаются между собой: $z_1 \ll z_2 \ll \ldots \ll z_n$. В этом случае интегральные вклады различных флуктуаций в контуры, соответствующие отдельным корням, можно вычислить чисто термодинамическим методом, обобщающим известное соотношение Ландау—Плачека. Вначале мы рассмотрим эту задачу в общем виде, а затем разберем некоторые конкретные случаи.

Функция временной корреляции обобщенных координат x_α, x_β может быть представлена в виде

$$\langle x_\alpha(0)\, x_\beta(t)\rangle = \sum_k \langle x_\alpha(0)\, y_{\beta k}(0)\rangle\, e^{-z_k t}, \tag{28}$$

где $y_{\beta k}$ — изменение переменной x_β в k-процессе, т. е. «нормальном колебании», соответствующем корню z_k. Набор этих «нормальных колебаний» включает все релаксационные процессы, акустические колебания и затухание волны энтропии. Когда корни разнесены, то каждому процессу можно сопоставить одну из естественных термодинамических координат x_k,[3] т. е. этот процесс целиком описывается как изменение x_k при определенных условиях. Именно, в k-процессе остаются постоянными все координаты x_i, для которых $z_i < z_k$, и все термодинамические силы f_j, для которых $z_j > z_k$.

Самый медленный процесс ($k=1$) происходит при равновесии по отношению ко всем остальным процессам, т. е. при постоянстве всех сил f_j ($j = 1, 2\ldots$). Тогда величины $y_{\beta 1}$ равны

$$y_{\beta 1} = \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_1}\right)_{f_2, \ldots f_n} \delta x_1.$$

Второй процесс ($k=2$) происходит при постоянной координате x_1 и фиксированных силах $f_3, \ldots f_n$. Изменение координаты x_β во втором процессе будет

$$y_{\beta 2} = \left[\frac{\partial x_\beta}{\partial (x_2 - y_{21})}\right]_{x_1, f_3 \ldots f_n} (\delta x_2 - y_{21}) = \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_2}\right)_{x_1, f_3 \ldots f_n} \left[\delta x_2 - \left(\frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right)_{f_2 \ldots f_n} \delta x_1\right]$$

(так как при фиксированном x_1 $y_{21} = 0$). Аналогично при третьем процессе имеем

$$y_{\beta 3} = \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_3}\right)_{x_1, x_2, f_4 \ldots f_n} \left\{\delta x_3 - \left(\frac{\partial x_3}{\partial x_1}\right)_{f_2 \ldots f_n} \delta x_1 - \left(\frac{\partial x_3}{\partial x_2}\right)_{x_1, f_3 \ldots f_n} \times\right.$$
$$\left.\times \left[\delta x_2 - \left(\frac{\partial x_2}{\partial x_1}\right)_{f_2 \ldots f_n} \delta x_1\right]\right\} = \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_3}\right)_{x_1, x_2, f_4 \ldots f_n} \times$$
$$\times \left[\delta x_3 - \left(\frac{\partial x_3}{\partial x_1}\right)_{x_2, f_3 \ldots f_n} \delta x_1 - \left(\frac{\partial x_3}{\partial x_2}\right)_{x_1, f_3 \ldots f_n} \delta x_2\right].$$

Нетрудно убедиться, что в общем случае

$$y_{\beta k} = \begin{cases} \left(\dfrac{\partial x_\beta}{\partial x_k}\right)_{\substack{x_1 \ldots x_{k-1} \\ f_{k+1} \ldots f_n}} \left\{\delta x_k - \sum\limits_{l=1}^{k-1} \left(\dfrac{\partial x_k}{\partial x_l}\right)_{\substack{x_1 \ldots x_{k-1} \\ f_k \ldots f_n}} \delta x_l\right\} & \text{при } k \leqslant \beta, \\ 0 & \text{при } k > \beta \end{cases} \tag{29}$$

(здесь и далее, естественно, не считается фиксированной переменная, по которой производится дифференцирование). Таким образом, мы получаем

$$\langle x_\alpha(0)\, y_{\beta k}(0)\rangle = \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_k}\right)_{\substack{x_1 \ldots x_{k-1} \\ f_{k+1} \ldots f_n}} \left\{\langle x_\alpha x_k\rangle - \sum_{l=1}^{k-1} \left(\frac{\partial x_k}{\partial x_l}\right)_{\substack{x_1 \ldots x_{k-1} \\ f_k \ldots f_n}} \langle x_\alpha x_l\rangle\right\},$$

т. е. вклад флуктуаций координат в каждый из процессов есть линейная комбинация обычных термодинамических флуктуаций. В дальнейшем мы для удобства положим $\alpha \geqslant \beta$.

---

[3] Точнее, можно всегда выбрать координаты x_k так, чтобы это было верно.

Если учесть, что $\langle x_\alpha x_l \rangle = -k_{\text{Б}} T \left(\frac{\partial x_l}{\partial f_\alpha}\right)_{f_i}$[13], то

$$\langle x_\alpha y_{\beta k} \rangle = -k_{\text{Б}} T \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_k}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_{k+1}, \dots f_n}} \left\{ \left(\frac{\partial x_k}{\partial f_\alpha}\right)_{f_i} - \sum_{l=1}^{k-1} \left(\frac{\partial x_k}{\partial x_l}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_k, \dots f_n}} \left(\frac{\partial x_l}{\partial f_\alpha}\right)_{f_i} \right\} =$$

$$= -k_{\text{Б}} T \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_k}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_{k+1} \dots f_n}} \left(\frac{\partial x_k}{\partial f_\alpha}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_k \dots f_n}} =$$

$$= -k_{\text{Б}} T \left[\left(\frac{\partial x_\beta}{\partial f_\alpha}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_k \dots f_n}} - \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial f_\alpha}\right)_{\substack{x_1 \dots x_k \\ f_{k+1} \dots f_n}} \right]. \qquad (30)$$

При $k > \beta$ $\langle x_\alpha y_{\beta k} \rangle = 0$, т. е. коррелятор $\langle x_\alpha x_\beta \rangle$ не дает вклада в k-процесс.

Аналогичные расчеты можно провести и для флуктуаций сил

$$\langle f_\alpha(0) f_\beta(t) \rangle = \sum_k \langle f_\alpha(0)\, Y_{\beta k}(0) \rangle e^{-z_k t}, \qquad (31)$$

$$\langle f_\alpha(0)\, Y_{\beta k}(0) \rangle = -k_{\text{Б}} T \left[\left(\frac{\partial f_\beta}{\partial x_\alpha}\right)_{\substack{x_1 \dots x_k \\ f_{k+1} \dots f_n}} - \left(\frac{\partial f_\beta}{\partial x_\alpha}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_k \dots f_n}} \right]. \qquad (32)$$

Точно так же для смешанных флуктуаций

$$\langle f_\alpha(0)\, x_\beta(t) \rangle = \sum_k \langle f_\alpha(0)\, y_{\beta k}(0) \rangle e^{-z_k t}, \qquad (33)$$

$$\langle f_\alpha(0)\, y_{\beta k}(0) \rangle = -k_{\text{Б}} T \left(\frac{\partial x_\beta}{\partial x_k}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_{k+1} \dots f_n}} \left[\delta_{\alpha k} - \sum_{l=1}^{k-1} \left(\frac{\partial x_k}{\partial x_l}\right)_{\substack{x_1 \dots x_{k-1} \\ f_k \dots f_n}} \delta_{\alpha l} \right] \qquad (34)$$

(в этом случае мы не предполагаем, что $\alpha \geqslant \beta$).

Полученные коэффициенты при экспонентах, умноженные на 2π, дают при переходе к ω-представлению вклады соответствующих корреляторов в интегральные интенсивности отдельных контуров, на которые разбивается спектр.

Вычисление корней дисперсионного уравнения в случае, когда они сильно разнесены, не представляет труда. Записывая определитель (7) в виде полинома $D = a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots + a_0$, имеем вещественные корни в порядке возрастания их абсолютной величины: $z_1 = -a_0/a_1$, $z_2 = -a_1/a_2, \dots$. Корни, соответствующие релаксационным процессам, если они больше $\Omega_{\text{Б}}$, определяются адиабатическими временами релаксации, если они лежат между γ_T и $\Omega_{\text{Б}}$ — адиабатическими временами запаздывания, и если они меньше γ_T, то изотермическими временами запаздывания. Различие между временами релаксации и запаздывания существенно только при большой дисперсии.

Анализ спектров при разнесенных корнях должен вестись так же, как для случая малой дисперсии. Дополнительные упрощения возникают ввиду большей легкости разбиения спектров на контуры, а также ввиду отсутствия членов, содержащих отношения характерных частот, в формулах для интегральных интенсивностей.

В интересующем нас случае корни дисперсионного уравнения будут соответствовать процессам теплопроводности и акустических колебаний с координатами δS и $\delta\rho$, изотропным релаксационным процессам с координатами ξ^α и анизотропным релаксационным процессам. Для последних удобными термодинамическими координатами и силами будут $\varphi^a = \frac{2}{3}\frac{\partial u}{\partial x} - \Phi_a$ и $\Psi^a_\varphi = -\Psi^a_\Phi$.[4] Для того чтобы найти по формулам (30)—(34) интеграль-

[4] Непосредственно использовать переменные Φ_a для этих расчетов неудобно, так как они не являются «правильными» релаксационными переменными в смысле Мандельштама—Леонтовича. Переход от флуктуаций φ_a к флуктуациям Φ_a не представляет труда.

Таблица 1

$$\gamma_T \ll \gamma_\xi \ll \gamma_\varphi \ll \Omega_Б$$

Коррелятор	Интегральные вклады корреляторов в отдельные процессы			
	$\gamma_T = \frac{\varkappa k^2}{C_{p_0}}$	$\gamma_\xi = \frac{1}{\tau_\alpha}\frac{K_{S0}}{K_{S\infty}}$	$\gamma_\varphi = \frac{1}{\tau_\alpha}\frac{K_{S\infty}}{K_{S\infty}+4/3\mu}$	$\Omega_Б$
$\langle\delta\rho^2\rangle$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_{T0}}-\frac{1}{K_{S0}}\right)$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_{S0}}-\frac{1}{K_{S\infty}}\right)$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_{S\infty}}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{\rho^2}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\delta\rho\delta T\rangle$	$-\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}K_{S0}}$	$\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}}\left(\frac{1}{K_{S0}}-\frac{1}{K_{S\infty}}\right)$	$\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}}\left(\frac{1}{K_{S\infty}}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\delta\rho\xi\rangle$	$\frac{\rho^2}{F_{\xi\xi}}\left(\frac{F_{\xi\rho}}{K_{T0}}-\frac{U_{\xi\rho}}{K_{S0}}\right)$	$\frac{\rho^2 U_{\xi\rho}}{F_{\xi\xi}K_{S0}}$	0	0
$\langle\Phi^2\rangle$	0	0	$\frac{1}{3\mu}-\frac{4}{9}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$	$\frac{4}{9}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\Phi\delta\rho\rangle$	0	0	$-\frac{2}{3}\rho\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$	$\frac{2}{3}\rho\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\Phi\delta T\rangle$	0	0	$-\frac{2}{3}\frac{T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$	$\frac{2}{3}\frac{T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\Phi\xi\rangle$	0	0	0	0

Таблица 2

$$\gamma_\varphi \ll \gamma_T \ll \gamma_\xi \ll \Omega_Б$$

Коррелятор	Интегральные вклады корреляторов в отдельные процессы			
	$\gamma_\varphi = \frac{1}{\tau_a}\frac{K_{T0}}{K_{T0}+4/3\mu_a}$	$\gamma_T = \frac{\varkappa k^2}{C_{p_0}}$	$\gamma_\xi = \frac{1}{\tau_a}\frac{K_{S0}+4/3\mu}{K_{S\infty}+4/3\mu}\frac{C_{p\infty}}{C_{p_0}}$	$\Omega_Б$
$\langle\delta\rho^2\rangle$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_{T0}}-\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}\right)$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}\right)$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{\rho^2}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\delta\rho\delta T\rangle$	0	$-\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}$	$\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}}\left(\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{\rho T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\delta\rho\xi\rangle$	$\frac{\rho^2 F_{\xi\rho}}{F_{\xi\xi}}\left(\frac{1}{K_{T0}}-\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}\right)$	$\frac{\rho^2}{F_{\xi\xi}}\left(\frac{F_{\xi\rho}}{K_{T0}+4/3\mu}-\frac{U_{\xi\rho}}{K_{S0}+4/3\mu}\right)$	$\frac{\rho^2 U_{\xi\rho}}{F_{\xi\xi}}\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}$	0
$\langle\Phi^2\rangle$	$\frac{1}{3\mu}-\frac{4}{9}\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}$	$\frac{4}{9}\left(\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}\right)$	$\frac{4}{9}\left(\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{4}{9}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\Phi\delta\rho\rangle$	$-\frac{2}{3}\rho\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}$	$\frac{2}{3}\rho\left(\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}\right)$	$\frac{2}{3}\rho\left(\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{2}{3}\rho\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\Phi\delta T\rangle$	$-\frac{4}{3}\frac{T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{T0}+4/3\mu}$	$\frac{2}{3}\frac{T p_{T0}}{C_{V0}}\left(\frac{2}{K_{T0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}\right)$	$\frac{2}{3}\frac{T p_{T0}}{C_{V0}}\left(\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}-\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}\right)$	$\frac{2}{3}\frac{T p_{T0}}{C_{V0}}\frac{1}{K_{S\infty}+4/3\mu}$
$\langle\Phi\xi\rangle$	$-\frac{2}{3}\frac{F_{\xi\rho}}{F_{\xi\xi}(K_{T0}+4/3\mu)}$	$\frac{2}{3}\frac{1}{F_{\xi\xi}}\left(\frac{F_{\xi\rho}}{K_{T0}+4/3\mu}-\frac{U_{\xi\rho}}{K_{S0}+4/3\mu}\right)$	$\frac{2}{3}\frac{U_{\xi\rho}}{F_{\xi\xi}}\frac{1}{K_{S0}+4/3\mu}$	0

Таблица 3

$$\gamma_T \ll \gamma_b \ll \Omega_Б \ll \gamma_a$$

Коррелятор	Интегральные вклады корреляторов в отдельные процессы			
	$\gamma_T = \frac{k^2 \varkappa}{C_p}$	$\gamma_b = \frac{1}{\tau_b} \frac{K_S}{K_S + 4/3\mu_b}$	$\Omega_Б$	$\gamma_a = \frac{1}{\tau_a}$
$\langle \delta\rho^2 \rangle$	$\rho^2 \left(\frac{1}{K_T} - \frac{1}{K_S} \right)$	$\rho^2 \left(\frac{1}{K_S} - \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b} \right)$	$\frac{\rho^2}{K_S + 4/3\mu_b}$	0
$\langle \delta\rho\delta T \rangle$	$-\frac{\rho T p_T}{C_V K_S}$	$\frac{\rho T p_T}{C_V} \left(\frac{1}{K_S} - \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b} \right)$	$\frac{\rho T p_T}{C_V} \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	0
$\langle \Phi_a^2 \rangle$	0	0	0	$\frac{1}{3\mu_a}$
$\langle \Phi_b^2 \rangle$	0	$\frac{1}{3\mu_b} - \frac{4}{9} \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	$\frac{4}{9} \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	0
$\langle \Phi_a \Phi_b \rangle$	0	0	0	0
$\langle \delta\rho\Phi_a \rangle$	0	0	0	0
$\langle \delta\rho\Phi_b \rangle$	0	$-\frac{2}{3} \rho \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	$\frac{2}{3} \rho \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	0
$\langle \Phi_a \delta T \rangle$	0	0	0	0
$\langle \Phi_b \delta T \rangle$	0	$-\frac{2}{3} \frac{T p_T}{C_V} \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	$\frac{2}{3} \frac{T p_T}{C_V} \frac{1}{K_S + 4/3\mu_b}$	0

Таблица 4

$$\gamma_T \ll \gamma_a \ll \gamma_b \ll \Omega_{Б}$$

Коррелятор	Интегральные вклады корреляторов в отдельные процессы			
	$\gamma_T = \frac{k^2\varkappa}{C_{p0}}$	$\gamma_a = \frac{1}{\tau_a}\,\frac{K_S}{K_S + 4/3\mu_a}$	$\gamma_b = \frac{1}{\tau_b}\,\frac{K_S + 4/3\mu_a}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$	$\Omega_{Б}$
$\langle\delta\rho^2\rangle$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_T} - \frac{1}{K_S}\right)$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_S} - \frac{1}{K_S + 4/3\mu_a}\right)$	$\rho^2\left(\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a} - \frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}\right)$	$\frac{\rho^2}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\delta\rho\delta T\rangle$	$-\frac{\rho T p_T}{C_V K_S}$	$\frac{\rho T p_T}{C_V}\left(\frac{1}{K_S} - \frac{1}{K_S + 4/3\mu_a}\right)$	$\frac{\rho T p_T}{C_V}\left(\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a} - \frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}\right)$	$\frac{\rho T p_T}{C_V}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\Phi_a^2\rangle$	0	$\frac{1}{3\mu_a} - \frac{4}{9}\,\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a}$	$\frac{4}{9}\left(\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a} - \frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}\right)$	$\frac{4}{9}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\Phi_b^2\rangle$	0	0	$\frac{1}{3\mu_b} - \frac{4}{9}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$	$\frac{4}{9}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\Phi_a\Phi_b\rangle$	0	0	$-\frac{4}{9}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$	$\frac{4}{9}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\delta\rho\Phi_a\rangle$	0	$-\frac{2}{3}\,\rho\,\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a}$	$\frac{2}{3}\,\rho\left(\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a} - \frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}\right)$	$\frac{2}{3}\,\rho\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\delta\rho\Phi_b\rangle$	0	0	$-\frac{2}{3}\,\rho\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$	$\frac{2}{3}\,\rho\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\Phi_a\delta T\rangle$	0	$-\frac{2}{3}\,\frac{T p_T}{C_V}\,\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a}$	$\frac{2}{3}\,\frac{T p_T}{C_V}\left(\frac{1}{K_S + 4/3\mu_a} - \frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}\right)$	$\frac{2}{3}\,\frac{T p_T}{C_V}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$
$\langle\Phi_b\delta T\rangle$	0	0	$-\frac{2}{3}\,\frac{T p_T}{C_V}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$	$\frac{2}{3}\,\frac{T p_T}{C_V}\,\frac{1}{K_S + 4/3\,(\mu_a+\mu_b)}$

ные вклады флуктуаций в различные процессы, необходимо знать термодинамические производные при разных условиях. Их можно вычислить с помощью системы уравнений состояния

$$\left.\begin{aligned} \delta p &= \left(K_{T_\infty} + \frac{4}{3}\sum_a \mu_a\right)\frac{\delta\rho}{\rho} + p_{T_\infty}\delta T + \sum_a 2\mu_a\varphi_a + \sum_\alpha \rho F^{\alpha}_{\xi\rho}\xi_\alpha, \\ \delta S &= \frac{C_{V_\infty}}{T}\delta T - p_{T_\infty}\frac{\delta\rho}{\rho} - \sum_\alpha F^{\alpha}_{\xi T}\xi_\alpha, \\ \psi^a_\varphi &= -3\mu_a\varphi_a - 2\mu_a\frac{\delta\rho}{\rho}, \\ \psi^\alpha_\xi &= -F^{\alpha}_{\xi\xi}\xi_\alpha - F^{\alpha}_{\xi\rho}\delta\rho| - F^{\alpha}_{\xi T}\delta T. \end{aligned}\right\} \tag{35}$$

В качестве простых примеров рассмотрим несколько случаев систем с двумя релаксационными переменными. Наличие двух релаксационных процессов предполагалось на основании экспериментальных данных по рассеянию света для ряда вязких жидкостей [4–8]. Вклады в интегральные интенсивности контуров, вычисленные по формулам (30)—(34), представлены в табл. 1, 2 для случая одной скалярной (ξ_c) и одной тензорной (Φ_a) релаксационных переменных, а в табл. 3, 4 — для двух тензорных переменных Φ_a и Φ_b. Для каждого случая рассмотрено по два примера соотношений между характерными временами различных процессов.

5. Поправка к работе [1]

Мы пользуемся случаем, чтобы внести исправления в работу [1]. Формулу (9) следует писать в виде

$$u_i = F^{\text{ст.}}_l \frac{1}{MD}\left\{D\delta_{il} - \frac{k_i k_l}{k^2}\left[D - M\left(i\omega\rho\tilde{C}_V + k^2\varkappa\right)\right]\right\} - $$
$$- \frac{ik_i k^2\varkappa\tilde{p}_T}{D} T^{\text{ст.}} - \frac{ik_i\rho^2 N}{D\psi_\xi(1 + i\omega\tau)}\Psi^{\text{ст.}};$$

$$\delta S = \frac{ik_i k^2\varkappa\tilde{p}_T}{\rho D} F^{\text{ст.}}_i + \frac{k^2\varkappa}{(i\omega\rho\tilde{C}_V + k^2\varkappa)}\left(\frac{\tilde{C}_V}{T} + \frac{\tilde{p}^2_T k^4\varkappa}{\rho D}\right) T^{\text{ст.}} -$$
$$- \frac{k^2\varkappa\left(S_\xi - \dfrac{k^2\tilde{p}_T\rho N}{D}\right)}{\psi_\xi(1 + i\omega\tau)(i\omega\rho\tilde{C}_V + k^2\varkappa)}\Psi^{\text{ст.}};$$

$$\delta\xi = \frac{ik_i\rho N}{D\psi_\xi(1 + i\omega\tau)} F^{\text{ст.}}_i - \frac{k^2\varkappa\left(S_\xi - \dfrac{k^2\tilde{p}_T\rho N}{D}\right)}{\psi_\xi(1 + i\omega\tau)(i\omega\rho\tilde{C}_V + k^2\varkappa)} T^{\text{ст.}} +$$
$$+ \frac{1}{\psi^2_\xi(1 + i\omega\tau)^2}\left[\frac{i\omega T S^2_\xi\rho}{i\omega\rho\tilde{C}_V + k^2\varkappa} - \frac{k^2\rho^3 N^2}{D(i\omega\rho\tilde{C}_V + k^2\varkappa)} + \psi_\xi(1 + i\omega\tau)\right]\Psi^{\text{ст.}}.$$

В формуле (15) коррелятор $\langle\delta\rho\delta\xi^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$ следует заменить на $-\rho\langle\delta\rho\delta\xi^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$, а в формуле (16) коррелятор $\langle\delta\rho\delta S^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$ заменить на $\rho\langle\delta\rho\delta S^*\rangle_{\omega\mathbf{k}}$.

Ошибки допущены по вине авторов в ходе работы над рукописью и не затрагивают дальнейших вычислений.

Литература

[1] В. П. Романов, В. А. Соловьев, Л. С. Филатова. Опт. и спектр., *30*, 901, 1971.
[2] С. М. Рытов. ЖЭТФ, *58*, 2154, 1970.
[3] В. П. Романов, В. А. Соловьев. Опт. и спектр., *29*, 884, 1970.
[4] В. С. Старунов, Е. В. Тиганов, И. Л. Фабелинский. Письма в ЖЭТФ, *5*, 317, 1967.

[5] G. I. Stegeman, B. P. Stoicheff. Phys. Rev. Letters, *21*, 202, 1968.
[6] Л. А. Зубков, Н. Б. Рождественская, А. С. Хромов. Письма в ЖЭТФ, *11*, 437, 1970.
[7] V. Volterra. Phys. Rev., *180*, 156, 1969.
[8] Е. Ф. Гросс, В. П. Романов, В. А. Соловьев, Е. О. Чернышева. ФТТ, *11*, 3686, 1969.
[9] С. М. Рытов. ЖЭТФ, *59*, 500, 1970.
[10] В. Л. Гинзбург. ДАН СССР, *105*, 240, 1955.
[11] Т. А. Литовиц, Ч. Дж. Монтроз, В. А. Соловьев. Совр. пробл. физ. химии, *5*, 262, 1970.
[12] C. J. Montrose, V. A. Solovyev, T. A. Litovitz. JASA, *43*, 117, 1968.
[13] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Статистическая физика. Изд. «Наука», 1964.
[14] Л. И. Мандельштам, М. А. Леонтович. ЖЭТФ, *7*, 438, 1937.
[15] И. Г. Михайлов, В. А. Соловьев, Ю. П. Сырников. Основы молекулярной акустики, М., 1964.

Поступило в Редакцию 24 сентября 1971 г.