

СПЕКТР ВОДОРОДОПОДОБНОГО АТОМА В ПОЛЕ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Б. А. Зон, Н. Л. Манаков и Л. П. Рапопорт

Развита теория изменения спектра атома водорода в сильных полях монохроматического оптического излучения с напряженностью, сравнимой с внутриатомной напряженностью электрического поля.

1. Хорошо известно, что в постоянном электрическом поле в водородоподобном атоме имеет место линейный эффект Штарка в отличие от квадратичного эффекта Штарка в постоянном поле, возникающем в прочих атомах. В переменном поле квадратичный эффект Штарка в водородоподобном атоме также обладает интересной особенностью, связанной с вырождением по орбитальному моменту. Поскольку момент атома в поле не сохраняется, поле перемешивает состояния с разными моментами, имеющими одно и то же значение главного квантового числа.¹ В результате квазистационарными состояниями атома в поле оказываются суперпозиции состояний с различными моментами.

2. Для построения указанных квазистационарных состояний разложим волновую функцию атома в поле по собственным функциям $|nlm\rangle$ атома без поля (в работе используется атомная система единиц)

$$\Psi_{Nm}(t) = \sum_L a_L(t) e^{-iE_N t} |NLm\rangle + \sum_{nl \neq NL} b_{nl}(t) e^{-iE_n t} |nlm\rangle. \quad (1)$$

В (1) выделены слагаемые, относящиеся к рассматриваемой NL -оболочке. Предполагается, что внешнее поле поляризовано либо линейно, либо циркулярно, так что сохраняются проекции орбитальных моментов m на направление поляризации поля (в первом случае) или на направление распространения волны (во втором случае).

Коэффициенты a и b удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\left. \begin{aligned} i\dot{a}_L &= \sum_{L'} \langle NLm | V(t) | NL'm \rangle a_{L'}(t) + \sum_{nl} \langle NLm | V(t) | nlm \rangle e^{i\omega_{Nn} t} b_{nl}(t), \\ i\dot{b}_{nl} &= \sum_L \langle nlm | V(t) | NLm \rangle e^{i\omega_{nN} t} a_L(t) + \\ &+ \sum_{n'l'} \langle nlm | V(t) | n'l'm \rangle e^{i\omega_{nm'} t} b_{n'l'}(t), \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$V(t) = \text{Re}(dF e^{-i\omega t})$, $\omega_{mn'} = E_n - E_{n'}$, d — дипольный момент атома, F , ω — амплитуда и частота электрического поля волны.

Примесь коэффициентов b в a -коэффициенты можно учесть по теории возмущений, если предположить, что взаимодействие атома с полем много меньше $\omega_{N+1, N}$. Для этого опустим второе слагаемое во втором уравнении (2), а полученное равенство проинтегрируем по времени. Поскольку, как будет видно в дальнейшем, $a_L(t)$ являются медленными функциями

¹ Предполагается, что взаимодействие атома с полем значительно превышает спин-орбитальное расщепление, которым поэтому в работе пренебрегается.

времени, их можно вынести из-под интеграла. Результат подставим в первое уравнение (2)

$$i\dot{a}_L = \sum_{L'} \langle N L m | V(t) | N L' m \rangle a_{L'}(t) - \\ - i \sum_{L', nl} a_{L'}(t) \langle N L m | V(t) | n l m \rangle \int_0^t \langle n l m | V(t') | N L' m \rangle e^{i\omega_{Nn}(t-t')} dt'. \quad (3)$$

Правая часть (3) содержит слагаемые, являющиеся медленными и быстрыми (частоты $\sim \omega$) функциями времени. Как известно, основной эффект возникает от медленно изменяющихся слагаемых [1]. Численное интегрирование временного уравнения Шредингера для двухуровневой системы показывает, что роль быстро меняющихся слагаемых становится существенной при $V \sim \omega$ [2]. Если же $V \ll \omega$, то эти слагаемые можно опустить и уравнение (3) для столбца коэффициентов \mathbf{a} примет вид

$$i\dot{\mathbf{a}} = -\frac{F^2}{4} \mathbf{Q} \mathbf{a}, \quad Q_{LL'} = \sum_{nl} \left\{ \frac{\langle N L m | \mathbf{d} \mathbf{f} | n l m \rangle \langle n l m | \mathbf{d}^{+f*} | N L' m \rangle}{\omega_{Nn} + \omega} + \right. \\ \left. + \frac{\langle N L m | \mathbf{d}^{+f*} | n l m \rangle \langle n l m | \mathbf{d} \mathbf{f} | N L' m \rangle}{\omega_{Nn} - \omega} \right\}, \quad \mathbf{f} = \mathbf{F}/F. \quad (4)$$

Уравнения (4) другим способом были получены Ритусом [3].

Заметим, что в работе [4] перестройка спектра водородоподобного атома описывалась уравнением (3), в правой части которого оставлялось лишь первое слагаемое. Согласно сказанному выше, такое приближение имеет смысл для $\omega \ll \omega_{N+1, N}$ или $\omega \ll 3$ эв, если иметь в виду оболочку $N = 2$ атома водорода. При этом ограничение на напряженность поля ($V \ll \omega_{N+1, N}$) также является необходимым. С ростом N верхняя граница для ω быстро уменьшается.

Поскольку при получении уравнения (4) условие $\omega \ll \omega_{N+1, N}$ не использовалось, это уравнение позволяет описывать явление в полях оптического диапазона.

Так как матрица \mathbf{Q} в (4) не зависит от времени, вектор \mathbf{a} может быть легко найден в виде разложения по собственным векторам \mathbf{Q}

$$\mathbf{a} = \sum_k C_k \mathbf{g}^{(k)} e^{-i\varepsilon_k t}, \quad \mathbf{Q} \mathbf{g}^{(k)} = \beta_k \mathbf{g}^{(k)}, \quad \varepsilon_k = -\frac{F^2}{4} \beta_k. \quad (5)$$

C_k — произвольные постоянные, определяемые из начальных условий. Подставляя (5) в первое слагаемое (1), получим

$$\Psi_{Nm}(t) = \sum_k C_k e^{-i(E_{N+\varepsilon_k})t} \Phi_{Nm}^{(k)}, \quad \Phi_{Nm}^{(k)} = \sum_L g_L^{(k)} | N L m \rangle. \quad (6)$$

Как видно из (6), искомыми квазистационарными состояниями являются функции $\Phi_{Nm}^{(k)}$, а величины β_k имеют смысл поляризуемостей этих состояний.

Следует отметить, что при $\omega > |E_N|$, когда открыт канал однофотонной ионизации состояний NL , матрица \mathbf{Q} перестает быть самосопряженной, и функции $\Phi^{(k)}$ не ортогональны друг другу. Этот вопрос подробно обсуждается в работах [5, 6].

3. Для вычисления матрицы \mathbf{Q} удобно использовать кулоновскую функцию Грина. В случае линейно поляризованного излучения отличные от нуля матричные элементы \mathbf{Q} имеют вид

$$Q_{LL}^{(0)} = \frac{L^2 - m^2}{4L^2 - 1} S(N; L, L-1, L; \omega) + \frac{(L+1)^2 - m^2}{(2L+1)(2L+3)} S(N; L, L+1, L; \omega); \\ Q_{L, L+2}^{(0)} = Q_{L+2, L}^{(0)} = \frac{1}{2L+3} \sqrt{\frac{[(L+1)^2 - m^2][(L+2)^2 - m^2]}{(2L+1)(2L+5)}} S(N; L, L+1, L+2; \omega). \quad (7)$$

В случае циркулярно-поляризованного излучения

$$Q_{LL}^{(\pm 1)} = \frac{1}{2(4L^2 - 1)} \{ [L(L-1) + m^2] S(N; L, L-1, L; \omega) \pm m(2L-1) R(N; L, L-1, L; \omega) \} + \frac{1}{2(2L+1)(2L+3)} \{ [(L+1)(L+2) + m^2] \times S(N; L, L+1, L; \omega) \mp m(2L+3) R(N; L, L+1, L; \omega) \}, \quad (8)$$

$$Q_{L, L+2}^{(\pm 1)} = Q_{L+2, L}^{(\pm 1)} = -\frac{1}{2} Q_{L, L+2}^{(0)},$$

где

$$S(N; L_1 L_2 L_3; \omega) = M(N; L_1 L_2 L_3; -\omega) + M(N; L_1 L_2 L_3; \omega),$$

$$R(N; L_1 L_2 L_3; \omega) = M(N; L_1 L_2 L_3; -\omega) - M(N; L_1 L_2 L_3; \omega),$$

$$M(N; L_1 L_2 L_3; \pm \omega) = \int_0^\infty \int_0^\infty dr dr' (rr')^3 R_{NL_1}(r) g_{L_2}(E_N \pm \omega; r, r') R_{L_3}(r'), \quad (9)$$

$g_L(E; r, r')$ — радиальная часть кулоновской функции Грина, R_{NL} — радиальная часть волновой функции. Индексы ± 1 в (8) означают знак проекции \mathbf{f} на направление распространения волны.

Как видно из (7), (8), матрица Q разбивается в прямую сумму двух тридиагональных матриц, каждая из которых смешивает состояния с четными и нечетными L соответственно. Радиальные интегралы M в (9) можно вычислить, используя результаты работы [7]. Приведем окончательное выражение

$$M(N; L_1 L_2 L_3; \pm \omega) = \frac{(-1)^L}{Z^3} \sqrt{\frac{(N+L_1)!(N+L_2)!}{(N-L_1-1)!(N-L_2-1)!}} \left(\frac{\nu}{2}\right) \times$$

$$\times \frac{\left(\frac{2N}{N+\nu}\right)^{2L+8} \left(\frac{\nu}{N+\nu}\right)^{L_1+L_2} N^{-L_1-1}}{(2L_1+1)!(2L_2+1)!} \sum_{n_1=0}^{N-L_1-1} \frac{(L_1+1-N)_{n_1}}{(2L_1+2)_{n_1} n_1!} \left(\frac{2\nu}{N+\nu}\right)^{n_1} \times$$

$$\times \sum_{n_2=0}^{N-L_2-1} \frac{(L_2+1-N)_{n_2}}{(2L_2+2)_{n_2} n_2!} \left(\frac{2\nu}{N+\nu}\right)^{n_2} K_{L_1+3+n_1, L_2+3+n_2}, \quad (10)$$

$$K_{p+L, p+L+r} = \frac{(2L+p)! p!}{(2L+1)!} \sum_{k=0}^{p-1} \sum_{m=0}^r \frac{(1-p)_k (-r)_m}{(2L+2)_k k! m!} \times$$

$$\times \frac{\left(\frac{2N}{N+\nu}\right)^{2k} \left(\frac{\nu-N}{\nu+N}\right)^m}{(L+k+1-\nu)_p (L+k+1+m-\nu)_p} \left[\frac{(N+\nu)^{2-2L+r+k+1}}{4N\nu} \right] \times$$

$$\times {}_2F_1 \left[p, m-\nu-L-r; L+p+k+1+m-\nu; \left(\frac{\nu-N}{\nu+N}\right)^2 \right],$$

$p = 3, 4, 5, \dots$, $\nu = [-2(E_N \pm \omega)]^{-1/2}$, Z — заряд ядра. Величина K в (10) является симметричной функцией обоих своих индексов, однако вторая формула (10) определяет K лишь тогда, когда второй индекс не меньше первого ($r \geq 0$).

Следует отметить, что для матричного элемента M можно получить несколько различных аналитических выражений. Формула (10) не является, по-видимому, наиболее простой, однако именно это выражение позволяет проводить численные расчеты без потерь точности на промежуточных этапах, а сходимость гипергеометрического ряда в (10) является вполне удовлетворительной.

4. Результаты численных расчетов поляризуемостей состояний с $N = 1-6$ приведены в табл. 1 (линейно поляризованный свет) и в табл. 2 (право поляризованный свет, проекция \mathbf{f} на направление распространения волны равна $+1$) для частот рубинового ($\omega = 14\,400 \text{ см}^{-1}$) и неодимового ($\omega = 9440 \text{ см}^{-1}$) лазеров. Состояния классифицируются значениями глав-

Таблица 1

Поляризуемости уровней атома водорода для линейно поляризованного излучения

N	L	m	$\omega = 9440 \text{ см}^{-1}$		$\omega = 14400 \text{ см}^{-1}$	
			Re β	Im β	Re β	Im β
1	e	0	4.550	0	4.618	0
	e	0	181.6	0	887.9	0
2	o	0	336.5	0	1751	0
	o	1	242.1	0	1253	0
	e	0	-2036	0	-2227	86.01
3	e	0	-727.0	0	-232.6	98.60
	o	0	-1404	0	-1239	132.7
	o	1	-833.7	0	-264.4	87.19
	e	1	-1734	0	-1678	69.29
	e	2	-937.0	0	-287.9	42.19
4	e	0	-599.0	141.7	-309.9	32.84
	e	0	-525.4	201.8	-238.6	44.03
	o	0	-568.6	222.6	-293.6	53.11
	o	0	-374.4	71.56	-216.4	7.949
	o	1	-580.3	139.3	-248.0	33.44
	o	1	-399.8	66.52	-219.8	7.508
	e	1	-601.5	148.8	-295.2	26.37
	e	2	-616.9	89.21	-252.4	15.79
	o	2	-480.0	50.04	-229.7	5.817
	o	3	-612.1	28.81	-246.3	3.343
	e	0	-526.4	7.382	-236.8	25.00
	e	0	-395.7	100.2	-230.0	0.632
e	0	-551.5	73.41	-249.1	14.32	
5	o	0	-457.2	107.2	-250.6	26.67
	o	0	-333.2	44.82	-220.9	4.953
	o	1	-565.5	68.24	-240.8	16.42
	o	1	-360.7	37.06	-222.9	4.679
	e	1	-528.6	7.067	-248.3	13.01
	e	1	-462.7	71.07	-230.4	0.607
	e	2	-578.1	42.06	-242.1	7.722
	e	2	-535.1	6.250	-231.5	0.530
	o	2	-442.6	27.35	-228.9	3.551
	o	3	-573.6	15.65	-239.1	2.032
	e	3	-545.8	4.744	-233.4	0.404
	e	4	-560.9	2.646	-236.0	0.225
6	e	0	-548.6	44.55	-233.7	15.30
	e	0	-530.1	5.867	-230.9	0.546
	e	0	60.01	54.89	-237.7	7.301
	o	0	-536.8	0.684	-231.6	0.042
	o	0	-169.7	53.88	-224.2	3.103
	o	0	64.47	33.77	-239.0	15.13
	o	1	-556.6	38.52	-231.7	0.041
	o	1	-537.2	0.665	-225.5	2.913
	o	1	-30.09	21.91	-237.3	9.257
	e	1	-531.5	5.630	-237.4	7.381
	e	1	-153.6	39.71	-231.1	0.524
	e	2	-561.9	23.37	-237.9	4.364
e	2	-535.7	4.952	-231.8	0.459	
o	2	-538.5	60.74	-231.9	0.037	
o	2	-235.0	16.03	-229.5	2.180	
o	3	-558.8	9.143	-236.1	1.244	
o	3	-540.5	0.511	-232.3	0.031	
e	3	-542.5	3.743	-232.9	0.349	
e	4	-552.2	2.084	-234.4	0.194	
o	4	-534.4	0.379	-232.8	0.023	
o	5	-547.2	0.207	-233.5	0.013	

Таблица 2

Поляризуемости уровней водородоподобного атома
для правополяризованного излучения

N	L	m	$\omega = 9440 \text{ см}^{-1}$		$\omega = 14400 \text{ см}^{-1}$	
			Re β	Im β	Re β	Im β
1	e	0	4.550	0	4.618	0
	o	-1	-34.25	0	428.5	0
2	e	0	181.6	0	887.9	0
	o	0	242.1	0	1253	0
	o	1	612.8	0	2576	0
	e	-2	-547.5	0	-221.7	12.02
3	o	-1	-597.8	0	-220.0	45.53
	e	-1	-742.3	0	-254.8	27.11
	e	0	-1228	0	-830.3	64.06
	o	0	-738.6	0	-239.4	93.45
	o	1	-833.7	0	-264.4	87.19
	e	1	-1640	0	-1284	174.4
4	e	1	-1928	0	-1711	84.37
	e	2	-2920	0	-3134	126.6
	o	-3	-523.0	6.087	-228.1	0.739
	e	-2	-521.0	30.00	-227.6	5.377
	o	-2	-552.7	13.66	-234.2	1.607
	o	-1	-558.6	25.47	-237.0	2.914
	e	-1	-511.9	84.09	-227.6	19.67
	e	-1	-568.9	59.60	-240.0	10.58
	e	0	-613.4	104.6	-266.1	20.63
	o	0	-526.4	179.3	-239.7	45.66
	o	0	-578.2	140.8	-248.1	33.59
	o	1	-534.1	43.82	-236.4	4.882
5	o	1	-633.5	285.4	-314.2	67.27
	e	1	-483.5	62.52	-232.4	7.201
	e	2	-649.5	178.4	-307.6	31.58
	o	2	-682.0	267.6	-362.8	47.37
	o	2	-407.2	86.42	-225.1	10.03
	o	3	-304.8	115.2	-214.5	13.37
	e	-4	-535.5	0.454	-230.8	0.040
	o	-3	-531.9	3.797	-230.3	0.495
	e	-3	-540.4	1.002	-232.1	0.086
	e	-2	-545.1	1.807	-233.0	0.156
	o	-2	-530.5	15.83	-229.9	2.856
	o	-2	-545.8	7.748	-233.2	1.007
	o	-1	-539.5	17.52	-234.3	1.797
	e	-1	-518.3	40.94	-229.9	10.24
6	e	-1	-554.3	28.96	-236.0	5.291
	o	-1	-547.7	2.966	-233.6	0.252
	e	0	-548.0	4.419	-235.8	24.77
	o	0	-502.5	89.89	-233.8	0.378
	o	0	-560.1	54.71	-244.0	9.264
	o	0	-564.1	67.44	-240.8	16.56
	o	0	-493.2	26.16	-233.1	3.026
	o	1	-490.7	140.1	-261.5	33.25
	o	1	-430.3	35.39	-229.9	4.393
	e	1	-546.2	6.174	-254.4	15.44
	o	1	-486.5	84.16	-233.5	0.527
	e	2	-542.3	8.233	-266.6	23.16
	o	2	-394.8	126.2	-232.0	0.701
	o	2	-339.3	46.95	-224.6	6.095
	o	3	-222.2	62.59	-217.4	8.126
	e	3	-536.2	10.58	-232.0	0.901
e	4	-528.0	13.23	-230.7	1.126	

Таблица 2 (продолжение)

N	L	m	$\omega = 9440 \text{ см}^{-1}$		$\omega = 14400 \text{ см}^{-1}$		
			Re β	Im β	Re β	Im β	
6	o	-5	-537.7	0.029	-231.7	0.002	
	e	-4	-536.7	0.389	-231.5	0.036	
	o	-4	-539.6	0.065	-232.1	0.004	
	o	-3	{	-541.1	0.120	-232.4	0.007
				-535.7	2.372	-231.2	0.319
	e	-3	-540.5	0.811	-232.2	0.076	
	e	-2	{	-543.0	1.428	-232.7	0.135
				-534.8	9.264	-230.9	1.669
	o	-2	{	-543.4	4.633	-232.8	0.628
				-542.1	0.189	-232.6	0.012
	o	-1	{	-542.8	0.286	-233.3	1.118
				-461.9	16.10	-232.7	0.017
				-539.4	18.01	-230.8	5.883
	e	-1	{	-548.3	16.33	-234.4	3.018
				-544.2	2.351	-233.0	0.218
	e	0	{	-543.9	3.496	-233.9	14.42
				-345.2	45.10	-233.1	0.326
				-551.7	38.03	-237.8	5.161
	o	0	{	-543.0	0.398	-232.7	0.024
				-354.1	15.98	-232.2	1.886
				-556.3	37.56	-237.3	9.348
	o	1	{	-542.8	0.529	-232.7	0.032
				-195.6	36.68	-229.8	2.700
				-142.7	63.52	-245.5	18.83
	e	1	{	-542.3	4.876	-240.9	8.727
-167.2				46.79	-233.0	0.455	
e	2	{	-539.3	6.488	-243.9	13.09	
			227.5	70.18	-232.6	0.605	
o	2	{	-542.3	0.678	-232.6	0.041	
			73.44	27.42	-226.1	3.733	
o	3	{	-541.2	0.847	-232.4	0.052	
			389.6	36.57	-221.1	4.977	
e	3	-534.9	8.335	-232.0	0.778		
e	4	-529.1	10.42	-231.2	0.972		
o	4	-539.8	1.035	-232.1	0.063		
o	5	-538.0	1.242	-231.8	0.076		

ного и магнитного квантовых чисел, а также четностью орбитального момента: «e» соответствует четным L, «o» — нечетным. Численные значения поляризуемостей для света левой поляризации могут быть получены из табл. 2 изменением знака m.²

Как видно из приведенных результатов, с ростом N поляризуемости β_k стремятся к асимптотическому значению $-4/\omega^2$, равному -232.3 ат. ед. и -540.6 ат. ед. для рубинового и неодимового лазеров соответственно. Вообще говоря, это значение поляризуемости является пределом при $\omega \rightarrow \infty$, не зависящим от квантовых чисел рассматриваемого состояния и произвольной поляризации поля [3, 5], а соответствующий сдвиг энергии $\varepsilon_k = -(1/4)\beta_k F^2$ есть кинетическая энергия свободного электрона в поле волны. То, что в данном случае асимптотика достигается при увеличении N для фиксированного значения ω , объясняется формированием поляризуемости для больших N виртуальными состояниями с $n \approx N$.

Однако от отмеченной закономерности наблюдаются интересные отступления, если имеется сильное взаимодействие уровней NL с глубоко

² Результаты для линейной поляризации и $m=0$ опубликованы нами ранее [8].

лежащими состояниями за счет близкого к резонансному соотношения между частотами. В частности, такая ситуация возникает на частоте неодимового лазера, когда уровни с большими N сильно взаимодействуют с состояниями $n = 3$. В результате значения некоторых поляризуемостей для этой частоты далеки от асимптотического. Анализ показывает, что на асимптотику выходят поляризуемости только тех состояний, в волновые функции которых с большим весом входят состояния с большими орбитальными моментами, поскольку в дипольном приближении состояния с большими моментами не взаимодействуют с состояниями $n = 3$.

Например, для линейно поляризованного поля, $N = 6$, $m = 0$ и нечетных L значению $\beta = -536.8 + 0.68i$ соответствует волновая функция $10^{-3}(-0.63 + 3.89i)|610\rangle + |650\rangle$, а значениями $\beta = -169.7i + 53.88i$ и $64.47 + 33.77i$ волновые функции $(-0.883 + 0.207i)|610\rangle + 0.421|630\rangle$ и $0.421|610\rangle + (0.883 - 0.207i)|630\rangle$ соответственно.

5. Следует заметить, что хотя основные уравнения для квадратичного эффекта Штарка в водородоподобном атоме, включающие перемешивание состояний с разными орбитальными моментами, были получены еще в 1966 г. [3], имеется ряд работ, в которых эффект перемешивания не учитывается [9, 10].

Легко видеть, что перемешивание не изменяет среднего положения и средней ширины уровней с данным N . Действительно, это утверждение прямо следует из инвариантности следа матрицы Q , поскольку диагональные матричные элементы Q определяют, если можно так сказать, поляризуемости уровней без учета перемешивания. Однако для описания расщепления уровней атома в поле перемешивание учитывать необходимо.

Во многих разделах физики используются формулы и численные результаты для ионизационных ширин возбужденных состояний водородоподобного атома (см., например, [11]). Эти результаты также получены без учета явления перемешивания. Поэтому при напряженности ионизирующего поля такой, что энергия взаимодействия атома с полем порядка спин-орбитального расщепления NL -оболочки, эти результаты, вообще говоря, перестают быть справедливыми. Однако если состояния с разными L при данном N в начальный момент времени заселены равномерно, учет перемешивания не изменяет усредненной ширины уровней NL -оболочки. Поэтому пересмотру подлежат лишь те результаты, которые относятся к ионизации неравновесно заселенных уровней водородоподобного атома.

Отметим также, что учет спин-орбитального взаимодействия, необходимый для полей средних напряженностей, не вызывает принципиальных трудностей и может быть проведен с использованием результатов работы [6].

Выражаем благодарность Н. Б. Делоне, Я. Б. Зельдовичу и В. И. Ритусу за исключительно полезное обсуждение.

Литература

- [1] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика, ФМ, М., 1963.
- [2] W. R. Salzman. Phys. Rev. Lett., 26, 220, 1971.
- [3] В. И. Ритус. ЖЭТФ, 51, 1544, 1966.
- [4] В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман. ЖЭТФ, 60, 509, 1974.
- [5] Б. А. Зон. Опт. и спектр., 36, 838, 1974.
- [6] Б. А. Зон, Б. Г. Кацнельсон. ЖЭТФ, 65, № 9, 1973.
- [7] Б. А. Зон, Н. Л. Манаков, Л. П. Рапопорт. ЖЭТФ, 55, 924, 1968.
- [8] N. L. Manakov, L. P. Rapoport, B. A. Zon. Proc. XI Int. Conf. on ionized gas phenomena, Praha, 1973.
- [9] С. И. Ветчинкин, С. В. Христенко, А. Ф. Шестаков. Аннотации докладов, представленных на V Всесоюзную конференцию по нелинейной оптике. Изд. МГУ, 1970.
- [10] Y. Gontier, M. Trahin. Preprint, Saclay, 1972.
- [11] Г. Бете, Э. Солпитер. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами, ФМ, М., 1958.

Поступило в Редакцию 23 июля 1973 г.