

УГЛОВАЯ РАСХОДИМОСТЬ ПОЛЯ И МИНИМАЛЬНЫЕ СВЕТОВЫЕ ПЯТНА В КОЛЬЦЕВОМ ОПТИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ С ГАУССОВОЙ ДИАФРАГМОЙ

В. Ф. Бойцов и Т. А. Мурина

Рассматривается кольцевой оптический резонатор, состоящий из двух плоских «бесконечных» зеркал и цилиндрического зеркала с радиусом кривизны R . Внутри резонатора находится диафрагма с коэффициентом пропускания, который изменяется по закону Гаусса. Приводятся и анализируются результаты численных расчетов угловой расходимости полей и эффективных размеров световых пятен в шейках каустик при разных значениях R , положениях диафрагмы внутри резонатора и различных ее эффективных размерах.

Введение

Теоретическое объяснение экспериментальных результатов, опубликованных в [1-3], требует детальных сведений о полях внутри кольцевого резонатора с диафрагмой.

Пусть задан кольцевой резонатор (рис. 1) с периметром L , образованный двумя плоскими и одним цилиндрическим зеркалом с радиусом кривизны R . Зеркала предполагаем полностью отражающими, а их апертуры «бесконечными». Внутри резонатора на расстоянии l от цилиндрического зеркала (обозначения см. на рис. 1) расположена диафрагма, коэффициент пропускания которой подчиняется закону Гаусса¹

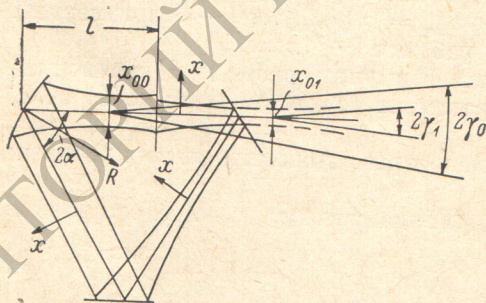


Рис. 1.

$$T(x) = \exp\left\{-\frac{x^2}{a^2}\right\}. \quad (1)$$

Если поперечное распределение поля внутри резонатора для волны, бегущей по часовой стрелке, будет $f(x, l, a, z)$, а для волны в противоположном направлении $f^{(-)}(x, L-l, a, L-z)$, то из свойств симметрии тотчас имеем $f(x, l, a, z) = f^{(-)}(x, L-l, a, L-z)$. Это равенство выполняется с точностью до несущественных здесь множителей, которые не зависят от x . Поэтому при анализе свойств полей встречных волн ограничимся лишь полем, бегущим по часовой стрелке.

В работе [4] получены аналитические формулы для полей внутри и вне резонатора с гауссовой диафрагмой. Поперечное распределение поля для наинизшего типа колебаний имеет вид экспоненты от комплексного аргумента, вещественная часть которого имеет вид $-x_j^2 F_j(z, g, t, N)$,

¹ Подобную диафрагму можно сделать с помощью засветки фотопленки нулевой модой лазера.

где безразмерные параметры g , t , N характеризуют геометрические свойства резонатора с диафрагмой

$$q = 1 - \frac{L}{R \cos \alpha}, \quad t = \frac{l}{L}, \quad N = \frac{L}{ka^2}; \quad (2)$$

$j = 0$ соответствует полю, бегущему от цилиндрического зеркала к диафрагме, $j = 1$ — полю от диафрагмы к цилиндрическому зеркалу (рис. 1), k — волновое число. Если функция $F > 0$, то резонатор устойчив. Кольцевые резонаторы устойчивые без диафрагмы ($N = 0$) сохраняют устойчивость также при наличии ее. Резонаторы, лежащие на границе устойчивости: плоский $g = 1$ и концентрический $g = -1$, а также некоторые неустойчивые резонаторы, приобретают устойчивость, если внутри них помещена диафрагма [5].

Линии постоянной амплитуды поля, значение которой в e раз меньше, чем на оси резонатора, определяются из условия $x^2 F = 1$ и являются гиперболами

$$(z_j - d_j)^2 \operatorname{tg}^2 \gamma_j = (x_j^2 - x_{0j}^2), \quad (3)$$

где d дает положение шейки каустики [5], 2γ — угол между асимптотами гипербол (угловая расходимость поля), а $2x_{0j}$ — эффективные размеры минимального светового пятна, т. е. пятна в шейке каустики.

В данной работе приводятся результаты и анализ численных расчетов угловой расходимости полей $\tilde{\gamma}_j = \sqrt{kL} \operatorname{tg} \tilde{\gamma}_j$ и эффективных размеров минимальных световых пятен $\tilde{x}_j = x_{0j} \sqrt{k/L}$ для нескольких резонаторов ($g = 0; \pm 0.5; \pm 1$) при разных положениях диафрагмы t и разных значениях N .

Результаты численных расчетов

В приведенной таблице указаны значения N , для которых рассчитаны угловые расходимости полей $\tilde{\gamma}_j$ и эффективные размеры минимальных световых пятен \tilde{x}_j . Здесь же даны размеры диафрагмы $2a$ в мм, которые соответствуют указанным N , если периметр резонатора $L = 80$ см и волновое число $k = 1.86 \cdot 10^4$ см⁻¹. Нумерация всех кривых на рис. 3—6 отвечает определенному N . Например, кривая 1 соответствует $N = 20$, кривая 2 — $N = 7.2$ и т. д. На рис. 2—6 сплошными кривыми изображены зависимости угловых расходимостей полей $\tilde{\gamma}_j$, а штриховыми — эффективные размеры минимальных световых пятен \tilde{x}_j .

	1	2	3	4	5	6	7
N	20	7.2	2.8	1.8	0.8	0.45	0.11
$2a$, мм	0.30	0.49	0.78	0.98	1.47	1.96	3.96

Численные значения $\tilde{\gamma}_j$ и x_{0j} (мм) в выбранной области изменения N составляют несколько единиц соответственно $1/\sqrt{kL}$ и $\sqrt{L/k}$ (мм). Для $k = 10^4$ см⁻¹ и $L = 10^2$ см $\tilde{\gamma}_j \approx 5 \cdot 10^{-3}$ рад и $x_{0j} \approx 5$ мм. Исключение составляют резонатор с плоскими зеркалами, у которого при $N \rightarrow 0$ (начиная с $N \approx 0.1$) $\tilde{\gamma}$ резко стремится к нулю, а x резко возрастает, а также концентрический резонатор, у которого вблизи $t \approx 0.5$ (в точке $t = 0.5$ этот резонатор неустойчив при любом N) $\tilde{\gamma}_j$ резко возрастает, а x_{0j} стремится к нулю при любых значениях N (рис. 6, а, б). Как правило, значения $\tilde{\gamma}_j$ и x_{0j} в резонаторах с диафрагмой по порядку величины совпадают с соответствующими значениями у резонаторов без диафрагмы.

В резонаторах конфокальном ($g = 0$) и с $g = \pm 0.5$ γ_1 и x_{01} слабо зависят от положения диафрагмы t , в противоположность γ_0 и x_{00} , для которых зависимость тем большая, чем больше N . В этих же резонаторах

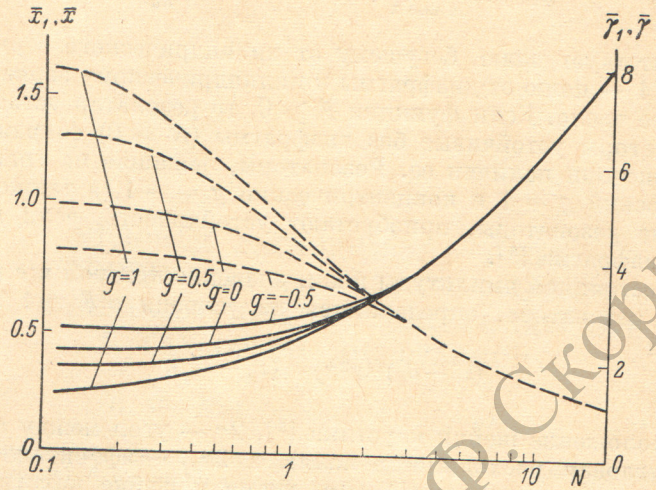


Рис. 2.

γ_1 больше, а x_{01} меньше, чем в резонаторах без диафрагмы. Однако γ_0 и x_{00} могут быть как больше, так и меньше, чем у пустого резонатора. Оба случая реализуются при любом фиксированном N , если смещать диафрагму вдоль периметра резонатора, а также при изменении N , но фиксированном l , однако в этом случае диафрагма должна находиться лишь внутри вполне определенной области (рис. 3–5).

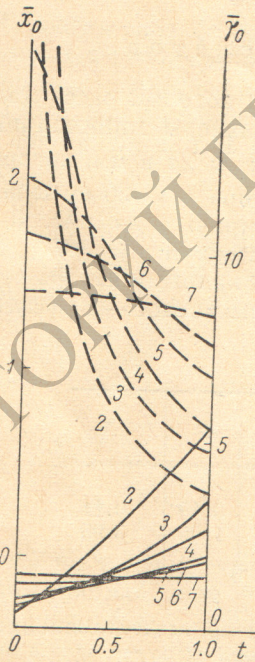


Рис. 3.

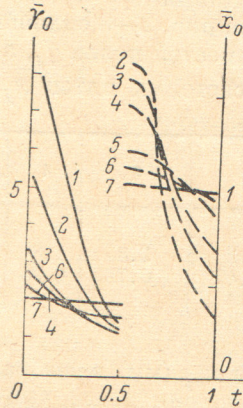


Рис. 4.

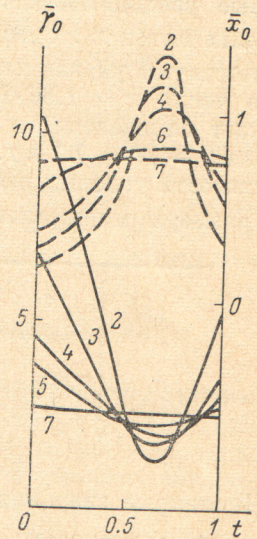


Рис. 5.

Отметим, что начиная с $N \geq 3$ как угловые расходимости полей γ_0 (γ), так и размеры световых пятен x_{00} (x_0) для разных резонаторов с $g = 0; \pm 0.5; 1$ практически совпадают (рис. 2). При $N \rightarrow 0$ $\text{tg} \gamma_j \rightarrow (2/\sqrt{kL}) \sqrt[4]{(1-g)(1+g)}$, и $x_{0j} \rightarrow \sqrt{L/k} \sqrt[4]{(1+g)/(1-g)}$.

а. Резонатор с плоскими зеркалами ($g = 1$) и диафрагмой. У резонатора существует лишь одна каустическая поверхность [5] (как отмеча-

лось выше, рассматривается лишь поле, бегущее по часовой стрелке), причем $\bar{\gamma}$ и \bar{x} зависят только от N и не зависят от положения диафрагмы внутри резонатора. На рис. 2 приведены зависимости $\bar{\gamma}$ и \bar{x} от N .

б. Резонатор с $g = 0.5$ и диафрагмой. На рис. 2 приведены $\bar{\gamma}_1$ и \bar{x}_1 как функции от N . Их зависимость от положения диафрагмы t незначительна. При разных t величины $\bar{\gamma}_1$ и \bar{x}_1 отклоняются от изображенных на рис. 2 не более, чем на 3%. На рис. 3 показаны зависимости $\bar{\gamma}_0$ и \bar{x}_0 от t при разных N .

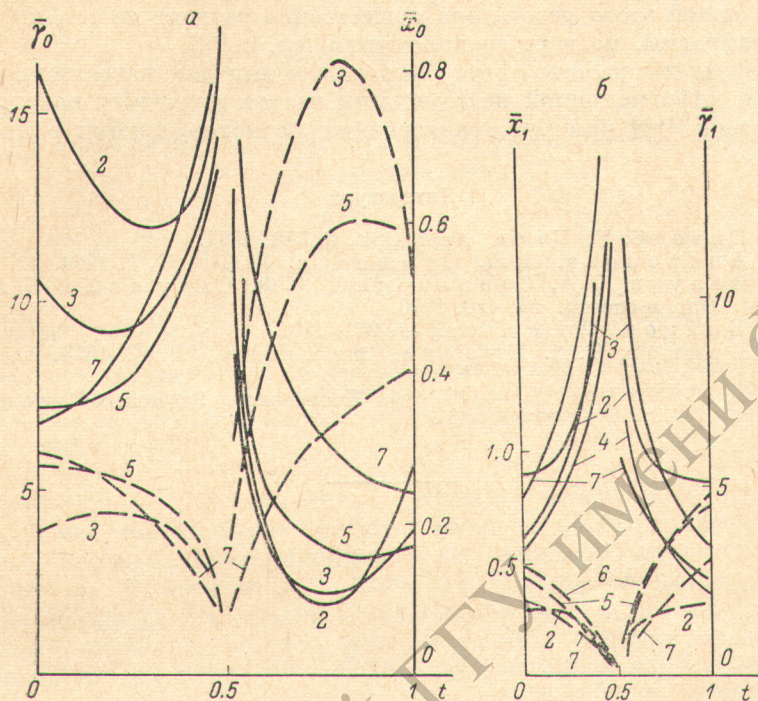


Рис. 6.

в. Конфокальный резонатор ($g = 0$) с диафрагмой. Для резонатора имеют место следующие свойства симметрии, справедливые при любом фиксированном N : $\bar{\gamma}_j(t) = \bar{\gamma}_j(1-t)$, $\bar{x}_j(t) = \bar{x}_j(1-t)$ ($j = 0, 1$). Рис. 4 дает зависимости $\bar{\gamma}_0$ и \bar{x}_0 от t при разных N . Ось $t = 0.5$ является осью симметрии рисунка. На рис. 2 приведены $\bar{\gamma}_1$ и \bar{x}_1 как функции N . В выбранной области изменения N величины $\bar{\gamma}_1$ и \bar{x}_1 при разных положениях диафрагмы отличаются от изображенных на рисунке не более, чем на 3%.

г. Резонатор с $g = -0.5$ и диафрагмой. На рис. 5 показаны зависимости $\bar{\gamma}_0$ и \bar{x}_0 от t при разных N . Величины $\bar{\gamma}_1$ и \bar{x}_1 как функции от N показаны на рис. 2. Их зависимость от положения диафрагмы незначительна. При разных t величины $\bar{\gamma}_1$ и \bar{x}_1 отличаются от изображенных на рисунке не более, чем на 8%.

д. Концентрический резонатор ($g = -1$) с диафрагмой. На рис. 6, а и б показаны соответственно $\bar{\gamma}_0$, \bar{x}_0 и $\bar{\gamma}_1$, \bar{x}_1 как функции t при разных N . В точке $t = 0.5$ резонатор неустойчив.

В ы в о д ы

1. Минимальные размеры световых пятен и угловая расходимость поля в совокупности с положением шеек каустик (см. [5]) позволяют составить достаточно полное представление о распределении поля в резонаторе с диафрагмой.

2. В резонаторах с диафрагмой можно получить большое разнообразие полей в смысле их угловой расходимости и минимальных пятен. Численные значения этих величин для резонаторов, устойчивых без диафрагмы ($g = 0; \pm 0.5$), по порядку совпадают с соответствующими значениями в пустых резонаторах.

3. Для поля после диафрагмы у резонаторов с $g = 0, 1, \pm 0.5$ размеры минимальных пятен и угловая расходимость не зависят от положения диафрагмы.

4. Особо следует выделить концентрический резонатор с диафрагмой. Свойства полей этого резонатора существенно зависят не только от размеров диафрагмы, но и от ее положения (ср. с [5]).

5. Результаты работы могут быть полезными для качественного рассмотрения дифракционной невязанности частот встречных волн в кольцевом лазере [1-3] при учете поперечных размеров трубки с активной средой.

Литература

[1] Р. К. Шео, С. В. Неер. Appl. Opt., 3, 788, 1964.

[2] И. А. Андропова, И. Л. Берштейн. ЖЭТФ, 57, 1, 1969.

[3] А. Д. Валуев, С. А. Савранский, А. Ф. Савушкин, Б. А. Шоклин. Опт. и спектр., 29, 410, 1970.

[4] В. Ф. Бойцов. Опт. и спектр., 31, 961, 1971.

[5] В. Ф. Бойцов, Т. А. Мурина. Опт. и спектр., 34, 572, 1973.

Поступило в Редакцию 6 июля 1973 г.