

РАЗЪЮСТИРОВАННЫЙ КОЛЬЦЕВОЙ ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАТОР С ГАУССОВОЙ ДИАФРАГМОЙ

В. Ф. Бойцов и Т. В. Гусева

Рассмотрен кольцевой оптический резонатор, образованный тремя плоскими зеркалами, с диафрагмой, коэффициент пропускания которой подчиняется закону Гаусса. Апертуры зеркал полагаются бесконечными и потери в резонаторе возникают только за счет диафрагмы. С учетом дифракции на диафрагме рассчитаны распределения полей внутри резонатора, центральный луч которого составляет угол α с нормалью к диафрагме. Центр диафрагмы смещен относительно центрального луча на расстояние d . Получены выражения для собственных частот такого резонатора и его дифракционные потери. Показано, что поперечные распределения полей встречных волн внутри резонатора с диафрагмой различны, однако потери и частоты встречных волн одинаковы. Результаты работы могут быть полезны при расчетах частотной невязанности встречных волн в кольцевом лазере с разъюстированным резонатором.

Введение

Для теоретического объяснения частотной невязанности встречных волн в кольцевом лазере, экспериментально исследованной в работах [1-4], необходимо знать пространственное распределение собственных полей и радиационные потери резонатора, внутри которого расположена диафрагма.

Аналитический расчет дифракции на ограниченных апертурах зеркал и диафрагм резонатора в задачах квазиоптики удастся про-

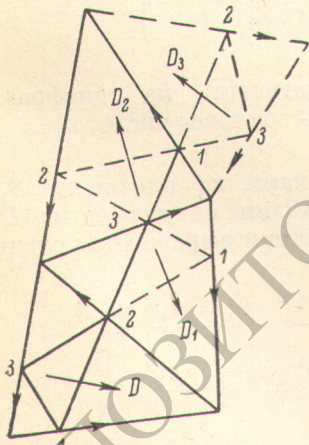


Рис. 1. Развертка оптической оси резонатора в центральную ось эквивалентного волновода.

1, 2, 3 — зеркала резонатора, D_1, D_2, D_3 — положения диафрагмы в результате последовательных отражений.

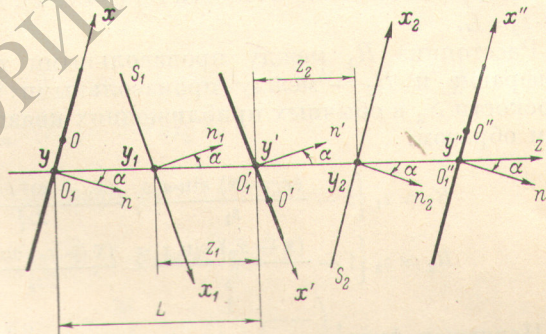


Рис. 2. Участок периодического волновода, эквивалентного резонатору с диафрагмой.

$O_1 O_1''$ — центральная ось волновода, эквивалентная резонаторному треугольнику, O, O' и O'' — центры диафрагмы. Сечения S_1 и S_2 совпадают при полном обходе луча в резонаторе.

вести лишь в исключительных случаях. Как правило, подобные расчеты проводятся численно на ЭВМ. В связи с этим особое значение приобретают модельные задачи, которые решаются аналитически в замкнутом виде.

Практический интерес представляет изучение разъюстированного кольцевого резонатора, образованного тремя «бесконечными» плоскими зер-

калами, с диафрагмой, коэффициент пропускания которой по апертуре подчиняется закону Гаусса [5]. В таком резонаторе оптическая ось¹ составляет угол α с нормалью к плоскости диафрагмы и пересекает ее на расстоянии d от ее центра.²

При составлении интегральных уравнений разъюстированного резонатора с диафрагмой удобно использовать его эквивалентность периодическому волноводу, способ построения которого показан на рис. 1. На рис. 2 представлена часть такого волновода и изображены системы координат, с помощью которых описываются диафрагмы волновода.

Коэффициент пропускания диафрагмы D во введенной системе координат будет

$$T(x', y') = \exp \left\{ -\frac{(x' - d)^2 + y'^2}{a^2} \right\}. \quad (1)$$

Распределение полей, радиационные потери и частоты разъюстированного резонатора

В кольцевом резонаторе существуют две совокупности резонансных волн, бегущих навстречу друг другу. В пустом резонаторе с диафрагмой без учета обратного рассеяния от зеркал и диафрагмы эти совокупности волн не взаимодействуют и их можно рассматривать отдельно. Для определенности рассмотрим совокупность волн, движущихся в волноводе по направлению оси z . Интегральные уравнения резонатора получим с помощью скалярного принципа Кирхгофа. Для полей в сечениях S_1 , S_2 и на диафрагме D (рис. 2) система уравнений имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x', y') &= \int_{S_1} dx_1 dy_1 \frac{k}{2\pi i z_1} \exp\{ikR_1\} \varphi_1(x_1 y_1) \cos \alpha, \\ \varphi_2(x_2, y_2) &= \int_D d\bar{x} d\bar{y} \frac{k}{2\pi i z_2} \exp\{ikR_2\} \times \\ &\times \exp \left\{ -\frac{(\bar{x} - d)^2 + y'^2}{a^2} \right\} \varphi_0(x', y') \cos \alpha, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $\varphi_0(x', y')$ — распределение поля, падающего на диафрагму, $\varphi_j(x_j, y_j)$ — поле на плоскости S_j ($j=1, 2$), k — волновое число, $\bar{x} = x' + d$, $z_1 + z_2 = L$.

Расстояние R_1 между произвольными точками на плоскости S_1 и диафрагме и R_2 — между произвольными точками на диафрагме D и плоскости S_2 в обычных приближениях квазиоптики выражаются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &\simeq z_1 \left\{ 1 - \frac{(x_1 - \bar{x}) \sin \alpha}{z_1} + \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cos^2 \alpha}{2z_1^2} + \frac{(y_1 - y')^2}{2z_1^2} \right\}, \\ R_2 &\simeq z_2 \left\{ 1 - \frac{(\bar{x} - x_2) \sin \alpha}{z_2} + \frac{(\bar{x} + x_2) \cos^2 \alpha}{2z_2^2} + \frac{(y' - y_2)^2}{2z_2^2} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Исключая функцию $\varphi_0(x', y')$ из системы (2), приходим к интегральному уравнению, связывающему поля в сечениях S_1 и S_2 ,

$$\Gamma_{mn} \varphi_{mn}(x_2, y_2, z_2) = \int_{S_1} dx_1 dy_1 \varphi_{mn}(x_1, y_1, z_1) G(x_1, y_1, x_2, y_2). \quad (4)$$

¹ Оптическая ось трехзеркального резонатора (резонаторный треугольник) есть замкнутая линия, при распространении светового луча вдоль которой последний переходит сам в себя после трех отражений от зеркал.

² Резонатор с диафрагмой, у которого $a=0$, $d=0$ (съюстированный резонатор), изучен в работах [5, 6].

Здесь собственное число Γ_{mn} в соответствии с обычной процедурой включает множитель $\exp\{-ikL\}$. Ядро $G(x_1, y_1, x_2, y_2)$ интегрального уравнения (4) имеет вид

$$G(x_1, y_1, x_2, y_2) = \int_D d\bar{x}dy' \left(\frac{k \cos \alpha}{2\pi i}\right)^2 \frac{1}{z_1 z_2} \times \\ \times \exp\{ik(R_1 + R_2 - L)\} \exp\left\{-\frac{(\bar{x} - d)^2 + y'^2}{a^2}\right\}. \quad (5)$$

Переменные в интегральном уравнении (4) разделяются, индекс m относится к полю по оси x , а n — по оси y . Собственные значения Γ_{mn} уравнения (4) определяют дифракционные потери α_{mn} моды (mn) на один проход волной резонатора и резонаторные частоты ν_{qmn}

$$\alpha_{mn} = 1 - |\Gamma_{mn}|, \quad (6)$$

$$\nu_{qmn} = \nu_0 \left[q - \frac{1}{2\pi} \arg \Gamma_{mn} \right], \quad (7)$$

$\nu_0 = c/L$, q — продольный индекс моды, c — скорость света. Введем безразмерные координаты X, Y по формулам

$$X_j = \frac{x_j}{p_x} - X_0; \quad Y_j = \frac{y_j}{p_y} \quad (j=1, 2), \quad (8)$$

где

$$X_0 = i \frac{d(z_2 - z_1)}{ka^2 \cos^2 \alpha} \frac{1}{p_x \left(2 + i \frac{L}{ka^2 \cos^2 \alpha}\right)}, \quad (9)$$

$$\frac{1}{p_x} = \sqrt{\frac{k \cos^2 \alpha}{L + i \frac{2z_1 z_2}{ka^2 \cos^2 \alpha}}}; \quad \frac{1}{p_y} = \sqrt{\frac{k}{L + i \frac{2z_1 z_2}{ka^2}}}. \quad (10)$$

В новых обозначениях интегральное уравнение (4) примет вид

$$\Gamma_{mn} \Phi_{mn}(X_2, Y_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dX_1 dY_1}{2\pi i} \Phi_{mn}(X_1 Y_1) \times \\ \times \exp\left\{-i \left[\frac{1}{2} (X_1^2 + X_2^2) g_1 + \frac{1}{2} (Y_1^2 + Y_2^2) g_2 - X_1 X_2 - Y_1 Y_2 \right]\right\}, \quad (11)$$

где

$$\Phi_{mn}(X, Y) = \varphi_{mn}(X + X_0, Y) \exp\left\{-i \left[\frac{1}{2} B_1 X^2 + \frac{1}{2} B_2 Y^2 - \mathcal{D}X \right]\right\}, \quad (12)$$

$$\Gamma_{mn} = \Gamma_{mn} (-1)^m \exp\{E\}, \quad (13)$$

$$g_1 = 1 + i \frac{L}{ka^2 \cos^2 \alpha}, \quad g_2 = 1 + i \frac{L}{ka^2}, \quad (14)$$

$$B_1 = i \frac{z_2 - z_1}{ka^2 \cos^2 \alpha}, \quad B_2 = i \frac{z_2 - z_1}{ka^2}, \quad (15)$$

$$D = kp_x \left(\sin \alpha + i \frac{2d}{ka^2} \frac{1}{2 + i \frac{L}{ka^2 \cos^2 \alpha}} \right), \quad (16)$$

$$E = \frac{2d^2}{a^2} \frac{1}{2 + i \frac{L}{ka^2 \cos^2 \alpha}}. \quad (17)$$

Решение уравнения (11) имеет вид

$$\Gamma_{mn} = \exp\left\{-i \left[\left(m + \frac{1}{2}\right) \arccos g_1 + \left(n + \frac{1}{2}\right) \arccos g_2 \right]\right\}, \quad (18)$$

$$\Phi_{mn}(X, Y) = \Phi_m(X) \Phi_n(Y), \quad (19)$$

$$\Phi_m(X) = D_m(X \sqrt[4]{1-g_1^2}) \equiv H_m(X \sqrt[4]{1-g_1^2}) \exp \left\{ -\frac{1}{2} X^2 \sqrt{1-g_1^2} \right\}, \quad (20)$$

$$\Phi_n(Y) = D_n(Y \sqrt[4]{1-g_2^2}) \equiv H_n(Y \sqrt[4]{1-g_2^2}) \exp \left\{ -\frac{1}{2} Y^2 \sqrt{1-g_2^2} \right\}, \quad (21)$$

$$H_l(t) = (-1)^l \exp \{t^2\} \frac{d^l}{dt^l} \{-t^2\}. \quad (22)$$

Для всех интегралов предполагалась их сходимость. Это условие является необходимым для существования решений (18)–(22) интегрального уравнения (11), а тем самым исходного уравнения (4). Для сходимости интегралов необходимо, чтобы $a \neq \infty$. Таким образом, решение интегрального уравнения (4) резонатора с диафрагмой выражается формулами (18)–(22) для всех конечных эффективных размеров диафрагмы при любом ее положении внутри резонатора.

Из равенств (13), (17) и (18) следует, что

$$\Gamma_{mn} = (-1)^m \exp \{-E\} \bar{\Gamma}_{mn} \quad (23)$$

не зависит от z_1 и z_2 , поэтому радиационные потери α_{mn} (6) и частоты ν_{qmn} (7) для встречных волн одинаковы.

Распределение поля в произвольном сечении S_1 на основании формул (8), (12), (20) и (21) будет

$$\begin{aligned} \varphi_{mn}(x_1, y_1) = & D_m \left[\left(\frac{x_1}{p_x} - X_0 \right) \sqrt[4]{1-g_1^2} \right] D_n \left(\frac{y_1}{p_y} \sqrt[4]{1-g_2^2} \right) \times \\ & \times \exp \left\{ -i \left[\frac{1}{2} B_1 \left(\frac{x_1}{p_x} - X_0 \right)^2 + \frac{1}{2} B_2 \frac{y_1^2}{p_y^2} - D \left(\frac{x_1}{p_x} - X_0 \right) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (24)$$

Здесь коэффициенты B_1 , B_2 и X_0 различны при замене $z_1 \leftrightarrow z_2$, поэтому поперечные распределения полей встречных волн в произвольном сечении не совпадают. Интересно отметить, что не существует ни одного такого сечения внутри резонатора, в котором поля встречных волн одинаковы.

Это свойство связано с тем, что резонатор образован плоскими зеркалами. Шейки каустик его полей «мнимые» [6], т. е. лучевые трубки по ходу волны всегда расширяются.

При переходе к съюстированному резонатору ($\alpha=0$, $d=0$) решения интегрального уравнения переходят в решения, полученные и исследованные в работах [5, 6].

Авторы благодарят Е. Ф. Наседкина и В. В. Коровкина за полезные обсуждения.

Литература

- [1] A. Hetherington, G. I. Burrell, T. S. Moss. *Infrared Phys.*, **9**, 109, 1969.
- [2] P. K. Cheo, C. V. Heer. *Appl. Opt.*, **3**, 788, 1964.
- [3] И. А. Андреева, И. Л. Берштейн. *ЖЭТФ*, **57**, 1, 1969.
- [4] А. Д. Валуев, С. А. Савранский, А. Ф. Савушкин, В. А. Шоклин. *Опт. и спектр.*, **29**, 410, 1970.
- [5] В. Ф. Бойцов. *Опт. и спектр.*, **31**, 961, 1971.
- [6] В. Ф. Бойцов, Т. А. Мурина. *Опт. и спектр.*, **34**, 572, 1973.

Поступило в Редакцию 17 октября 1973 г.