УДК 621.373 : 535

ВЛИЯНИЕ МАЛЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ПОЛЯРИЗАЦИЮ ИЗЛУЧЕНИЯ ОДНОМОДОВОГО ЛАЗЕРА С ОДНОРОДНОЙ ЛИНИЕЙ РАБОЧЕГО ПЕРЕХОДА

И. П. Мазанько

Дана теория устойчивости поляризации излучения одномодового лазера по отношению к небольшим регулярным и случайным возмущениям стационарного режима. Приведены формулы, позволяющие оценить естественные флуктуации поляризации.

В работе [1] исследовалась реакция амплитуды и фазы лазера на некоторые характерные возмущения при условии, что последние имеют более высокий порядок малости, чем диссипативные члены уравнений. Если резонатор лазера обладает слабой анизотропией, иногда не менее важно знать устойчивость состояния поляризации излучения [2–4]. Постараемся провести соответствующие оценки, воспользовавшись для этого той же моделью, что и в [1], и дополнительно предположив, что резонатор лазера изотропен и настроен на центр линии усиления. Тогда уравнения поля в представлении вращающихся поляризаций примут вид [1]

$$\ddot{E}_\pm + \omega^2 E_\pm = -\mu\,(2\delta \dot{E}_\pm - \omega^2 P_\pm) + \mu^2 f_\pm, \tag{1}$$

где μ — малый параметр, f — возмущение, а значки «—» и «+» соответствуют вращению по и против часовой стрелки. Обычно

$$\delta \ll \Gamma,\ \gamma, \tag{2}$$

где γ и Γ — продольная и поперечная константы релаксации рабочего перехода. Тогда, видимо, простейшее уравнение, определяющее поляризацию среды $P_\pm$ и совместимое с требованиями поставленной задачи, будет выглядеть следующим образом:

$$\ddot{P}_\pm + \omega^2 P_\pm = -2\mu \left\{\Gamma P_\pm + q\omega E_\pm \left[\bar{N} + \frac{4\rho}{\omega\gamma}\left(E_\pm \dot{P}_\pm + \lambda E_\mp \dot{P}_\mp\right)\right]\right\}. \tag{3}$$

Здесь $\bar{N}$ — накачка, q и ρ — постоянные, параметр ($o < \lambda < 1$), что соответствует линейной поляризации лазера а при вычислении $E\dot{P}$ необходимо проводить усреднение за времена порядка δ^{-1}. Уравнение (3) не является точным, а получается в результате усреднения характеристик подуровней с различными m в пределах каждого из двух рабочих уровней [3, 4], однако в большинстве практически интересных ситуаций оно качественно правильно описывает поляризационные эффекты, а в области небольших насыщений с хорошей точностью позволяет проводить и количественные расчеты.

Решения (1) и (3) ищем в виде

$$E_\pm = (A_\pm + \mu a_\pm) \exp\{\pm i\Phi_\pm\}, \qquad P_\pm = \mp i\,(B_\pm + \mu b_\pm) \exp\{\pm i\Phi_\pm\}, \tag{4}$$

где $A_\pm$ и $B_\pm$ — стационарные амплитуды, ω — частота генерации, $\Phi_\pm = \omega t + \mu\varphi_\pm$, а возмущения $a_\pm$, $b_\pm$ и $\varphi_\pm$ являются функциями «медленного времени» μt. (При записи выражений для $P_\pm$ учтена центральная настройка лазера). Полагая

$$f_\pm = \bar{f}_\pm \exp\{\pm i(\Phi_\pm - \theta_\pm)\} \tag{5}$$

(причем $\bar{f}_\pm$ и $\theta_\pm$, вообще говоря, тоже функции μt) и подставляя (4), (5) в (1), (3), в первом приближении по μ получим уравнения стационарного режима

$$\left.\begin{aligned} &2A_+ = 2A_- = A, \qquad 2B_+ = 2B_- = B, \\ &2\delta A + \omega B = 0, \qquad A^2 = \frac{\gamma(q\omega\bar{N} - 2\delta\Gamma)}{2q\rho\delta(1+\lambda)}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Равенство амплитуд $A_+ = A_-$ является следствием того, что $0 < \lambda < 1$, и означает линейность поляризации.

Уравнения для возмущений удобно записать в несколько измененных по сравнению с (4) обозначениях, а именно

$$2a_\pm = a \pm a_S, \quad \varphi_\pm = \varphi \pm \varphi_S. \tag{7}$$

Нетрудно видеть, что a и φ — обычные возмущения амплитуды и фазы колебаний, вычисленные, например, в [1], a_S характеризует эллиптичность (малую полуось), т. е. возмущение линейности, а φ_S — возмущение направления (большой полуоси) поляризации. Для величин a, a_S, φ и φ_S во втором приближении по μ получим следующую систему уравнений:

$$\left.\begin{aligned} &2\omega A\dot{\varphi} = -f_1, \qquad 2\omega(\dot{a} + pa) = -f_2, \\ &2\omega A\dot{\varphi}_S = -f_3, \qquad 2\omega(\dot{a}_S + p_S a_S) = -f_4, \\ &f_{1,3} = \bar{f}_+ \cos\theta_+ \pm \bar{f}_- \cos\theta_-, \qquad f_{2,4} = \bar{f}_+ \sin\theta_+ \pm \bar{f} \sin\theta_-. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Здесь

$$p = \frac{2\delta\beta A^2}{1+\beta A^2}, \quad \beta = \frac{q\rho(1+\lambda)}{\gamma\Gamma}, \quad p_S = \frac{2\delta\beta_S A^2}{1+\beta_S A^2}, \quad \beta_S = \frac{q\rho(1-\lambda)}{\gamma\Gamma}.$$

В слабом поле, когда $\beta A^2 \ll 1$, будет

$$\frac{p}{p_S} = \frac{\beta(1+\beta_S A^2)}{\beta_S(1+\beta A^2)} \simeq \frac{\beta}{\beta_S} = \frac{1+\lambda}{1-\lambda} > 1.$$

Таким образом, «поперечная» амплитуда a_S менее устойчива, чем A, и насыщение в направлении a_S меньше, чем в направлении A. Как видно из (8), уравнения для φ и φ_S не отличаются друг от друга, поэтому реакции фазы φ и направления поляризации φ_S на одинаковые возмущения будут одинаковыми.

Выясним прежде всего, каким образом в лазере с изотропным резонатором происходит захват автоколебаний внешним монохроматическим сигналом, для чего положим: $\bar{f}_\pm = \text{const}$, $\theta_\pm = \text{const}$, $\Phi_\pm - \theta_\pm = (\omega + \Omega)t$, откуда $\varphi_\pm = \Omega t + \theta_\pm$, $\varphi = \Omega t + \frac{1}{2}(\theta_+ + \theta_-)$, $\varphi_S = \frac{1}{2}(\theta_+ - \theta_-)$. Заметим, что если $\bar{f}_+ \neq \bar{f}_-$, то поляризация f — эллиптическая. В установившемся режиме захвата будет $\dot{\varphi}_S = 0$, $\dot{\varphi} = \Omega$, и

$$\left.\begin{aligned} &\bar{f}_+ \cos\theta_+ = \bar{f}_- \cos\theta_- = -\omega\Omega A, \\ &2\omega p_S a_S = \sqrt{\bar{f}_-^2 - (\omega\Omega A)^2} - \sqrt{\bar{f}_+^2 - (\omega\Omega A)^2}. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

В общем случае $\theta_+ \neq \theta_-$, следовательно, $a_S \neq 0$ и излучение лазера тоже будет поляризовано по эллипсу, повернутому на угол φ_S относительно эллипса поляризации f.

Если, например, внешний сигнал поляризован линейно, то $\bar{f}_+ = \bar{f}_- = f_0$, $\theta_+ = \theta_- = \theta$, $\varphi_S = 0$, $a_S = 0$, а значит поляризация излучения лазера тоже линейна и совпадает по направлению с поляризацией f. Для небольших отклонений от стационарного значения (8) дает

$$\dot{\varphi}_S \simeq -\frac{f_0 |\sin\theta|}{\omega A} \varphi_S, \tag{10}$$

откуда видно, что найденное направление поляризации устойчиво, причем коэффициент $f_0 |\sin\theta|/\omega A$ обращается в нуль на границах полосы захвата. Иными словами, при линейной поляризации внешнего сигнала происходит не только фазовый, но и «поляризационный» захват.

В другом предельном случае, когда внешний сигнал поляризован по кругу, и

$$f_- = 0, \quad f_+ = 2f_0 = \text{const}, \quad \varphi_+ = \Omega t + \theta, \quad \varphi_- = 0,$$

будем иметь

$$\varphi = \varphi_S = \frac{1}{2}\varphi_+ = \frac{1}{2}(\Omega t + \theta) \quad \text{или} \quad \dot\varphi = \dot\varphi_S = \frac{1}{2}\Omega.$$

Это значит, что захватывается излучение только с одной (левой) круговой поляризацией, в результате чего суммарный вектор поляризации начинает вращаться в ту же сторону, что и f, с угловой скоростью $\dot\varphi = \Omega/2$. Поляризация излучения оказывается эллиптической : $a_S = f_0 \sin\theta/\omega p_S$, причем эллиптичность максимальна в центре полосы захвата ($\sin\theta = 1$) и обращается в нуль на ее границах.

Подобным же образом можно оценить роль «паразитных» отражений, возвращающих часть излучения обратно в резонатор лазера. Заметим, что причиной появления возмущения f в этом случае могут быть не только внешние объекты, но и небольшая анизотропия резонатора, например зеркал, так что проведенный ниже расчет годится для описания лазера с слабо анизотропным резонатором.

Допустим для конкретности, что отраженный сигнал f всегда поляризован линейно вдоль действительной оси

$$f = \frac{\sigma A}{2}[\cos\Phi_+(t-\tau) + \cos\Phi_-(t-\tau)],$$

где τ — эффективное время задержки отраженного сигнала, а σ — характеристика интенсивности отражения. Если отражатель расположен не слишком далеко от резонатора лазера, можно считать, что

$$\Phi_\pm(t-\tau) = \omega(t-\tau) + \varphi_\pm(t-\tau) \simeq \omega(t-\tau) + \varphi_\pm(t) = \Phi_\pm(t) - \omega\tau = \Phi_\pm(t) - \theta.$$

Таким образом,

$$f = \frac{\sigma A}{2}[\cos(\Phi_+ - \theta) + \cos(\Phi_- - \theta)],$$

откуда

$$f_\pm = \frac{\sigma A}{4}[\exp\{\pm i(\Phi_+ - \theta) \pm \exp\{\pm i(\Phi_- - \theta)].$$

Учитывая, что $\Phi_\pm = \Phi_\mp \pm 2\varphi_S$, для входящих в (8) возмущений $f_1 - f_4$ получим выражения

$$\left.\begin{aligned} 2f_1 = \sigma A(1+\cos 2\varphi_S)\cos\theta, \quad & 2f_2 = \sigma A(1+\cos 2\varphi_S)\sin\theta, \\ 2f_3 = -\sigma A \sin 2\varphi_S \sin\theta, \quad & 2f_4 = \sigma A \sin 2\varphi_S \cos\theta. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

В стационарном случае $\varphi_S = \bar\varphi_S = \text{const}$, $f_3 = 0$, откуда $\sin 2\bar\varphi_S \sin\theta = 0$. Следовательно, если $\sin\theta \neq 0$, то $\sin 2\bar\varphi_S = 0$, или

$$\bar\varphi_S = \pi m/2 \quad (m \text{ — целое число}), \tag{12}$$

а $a_S \backsim \sin 2\bar\varphi_S = 0$. Таким образом, поляризация излучения лазера тоже линейна и либо совпадает с поляризацией f, либо ортогональна к ней. Чтобы установить, при каких условиях реализуется каждая из этих ситуаций, оценим устойчивость φ_S по отношению к малым нарушениям стационарного режима, для чего положим $\varphi_S = \bar\varphi_S + \psi$, $\psi \ll \pi$. Тогда $f_3 \simeq -\sigma A\psi \cos 2\bar\varphi_S \sin\theta$ и из (8)

$$\dot\varphi_S = \dot\psi = \frac{\sigma\psi}{2\omega}\sin\theta\cos 2\bar\varphi_S. \tag{13}$$

Значит, если $\sin\theta > 0$, то устойчивым будет режим с $\cos 2\bar{\varphi}_S = -1$ (нечетное m, поляризации f и E ортогональны); если же $\sin < 0$, то поляризации f и E совпадают по направлению. При $\sin\theta = 0$ направление поляризации теряет устойчивость и переходит в состояние безразличного равновесия. Отметим, что в данном случае релаксационная константа $(\sigma/2\omega)\cos 2\bar{\varphi}_S \sin\theta$ имеет по существу тот же вид, что и в (10), а возмущение направления поляризации сопровождается появлением эллиптичности, так как

$$\dot{a}_S + p_S a_S = -\frac{\sigma A \psi}{2\omega} \cos 2\bar{\varphi}_S \sin\theta. \quad (14)$$

Стационарная частота генерации паразитным отражениям, смещается, на величину

$$\dot{\varphi} = -\frac{\sigma \cos\theta}{4\omega}(1 + \cos 2\bar{\varphi}_S), \quad (15)$$

знак которой зависит от $\cos\theta$. Сходство выражений (9) и (15), отмеченное еще в [1], говорит о том, что частота генерации лазера в равной мере чувствительна как к паразитным отражениям, так и к сигналу внешнего лазера.

Может случиться, что поляризация отраженного сигнала f остается линейной, но оказывается повернутой по отношению к поляризации E на малый постоянный угол $2\vartheta \ll \pi$. Такую ситуацию можно реализовать, если между лазером и отражателем, создающим f, поместить фарадеевский вращатель. В этом случае

$$f = \sigma[E_+(t - \tau_+) + E_-(t - \tau)] \quad \text{или} \quad f_\pm = \frac{\sigma A}{2} \exp\{\pm i(\Phi_\pm - \theta_\pm)\},$$

где $\theta_\pm = \omega\tau_\pm$, причем на этот раз $\tau_+ \neq \tau_-$. Введя обозначение $\theta_\pm = \theta_0 \pm \vartheta$, где $\theta_0 = \text{const}$, получим

$$\dot{\varphi}_S \simeq \frac{\sigma \sin\theta_0}{2\omega}\vartheta, \quad a_S \simeq -\frac{\sigma A \cos\theta_0}{2\omega p_S}\vartheta. \quad (16)$$

Как следует из (16), излучение лазера поляризовано по эллипсу ($a_s \neq 0$), вращающемуся с постоянной угловой скоростью $\dot{\varphi}_S$, величина и знак которой определяются $\sin\theta_0$. При максимальной скорости вращения ($\sin\theta_0 = \pm 1$) эллипс стягивается в прямую, а при $\sin\theta_0 = 0$ вращение прекращается. Сопоставление (15) и (16) показывает, что скорость вращения плоскости поляризации будет в ϑ раз меньше смещения частоты лазера, создаваемого таким же отраженным сигналом. Можно показать, что «интенсивность» отражения σA связана с амплитудой e_0 отраженного сигнала, измеренной внутри резонатора лазера, соотношением $\sigma A L = 2\omega c e_0$, где L — длина резонатора, c — скорость света. Подставляя это значение σ в (16), оценим максимальные значения $\dot{\varphi}_S$ и a_S

$$|\dot{\varphi}_S|_{\max} = \frac{\sigma\vartheta}{2\omega} \simeq \frac{ce_0\vartheta}{LA}, \quad \frac{|a_S|_{\max}}{A} \simeq \frac{ce_0\vartheta}{LAp_S} = \frac{|\dot{\varphi}_S|_{\max}}{p_S}.$$

Пусть, например, $L \sim 20$ см, $\vartheta \sim 10^{-6}$ радиан. Тогда $\dot{\varphi}_S \sim 10^3 e_0/A$. Следовательно, чтобы получить заметный эффект вращения, относительное отражение e_0/A не должно быть слишком малым.

Допустим теперь, что возмущения f_1—f_4 из (8) представляют собой стационарные случайные процессы, имеющие одинаковые энергетические спектры $G(\nu)$. В частности, таким образом можно оценить влияние естественных флуктуаций, если поле в резонаторе достаточно мало и $\beta A^2 \ll 1$ [15]. Как следует из (8), энергетические спектры величин φ, φ_S, a и a_S будут даваться выражениями

$$G_\varphi(\nu) = G_{\varphi_S}(\nu) = \frac{G(\nu)}{4\omega^2\nu^2 A^2},$$
$$G_a(\nu) = \frac{G(\nu)}{4\omega^2(p^2 + \nu^2)}, \quad G_{a_S}(\nu) = \frac{G(\nu)}{4\omega^2(p_S^2 + \nu^2)}. \quad (17)$$

Если $G(\nu)$ занимает область частот, превосходящую полосу δ резонатора, то можно получить следующие значения дисперсий:

$$\langle\varphi^2\rangle = \langle\varphi_S^2\rangle = Dt, \quad D = \frac{\pi G(0)}{4\omega^2 A^2}, \quad \langle a^2\rangle = \frac{p_S}{p}\langle a_S^2\rangle = \frac{DA^2}{2p}. \tag{18}$$

Можно сказать, что поляризация излучения будет «меняться до неузнаваемости» за времена порядка D^{-1}.

До сих пор речь шла об изотропном, или слабо анизотропном ($\sim\mu^2$) резонаторе. Часто, однако, резонаторы газовых лазеров обладают сильной абсорбционной анизотропией, создаваемой брюстеровскими окнами разрядной кюветы. В этом случае величину δ следует считать тензором с действительными компонентами δ_1 и δ_2. Пусть для определенности $\delta_1 < \delta_2$. Тогда поляризация излучения будет почти совпадать по направлению с δ_1 и уравнения поля в представлении линейных поляризаций примут вид

$$\left.\begin{aligned} \ddot{E} + \omega^2 E &= -\mu(2\delta_1\dot{E} - \omega^2 P) + \mu^2 f, \\ \ddot{e} + \omega^2 e &= -\mu(2\delta_2\dot{e} - \omega^2 P_e) + \mu^2 f_e. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Здесь

$$E = \mathrm{Re}(E_+ + E_-), \quad e = \mathrm{Im}(E_+ + E_-). \tag{20}$$

Поскольку теперь положение $\varphi_S = 0$ устойчиво и возможные значения φ_S малы по абсолютной величине $[(|\varphi_S| \ll \pi)$, то подстановка (4) в (20) приводит к выражениям

$$E \simeq (A + \mu a)\cos\Phi, \quad e \simeq \mu(a_S \sin\Phi + A\varphi_S\cos\varphi), \tag{21}$$

где $\Phi = \omega t + \mu\varphi$, а остальные величины имеют прежний смысл (перед $\sin\Phi$ и $\cos\Phi$ опущены множители, порядок которых выше μ). Подобным же образом найдем

$$\begin{aligned} P &= \mathrm{Re}(P_+ + P_-) \simeq (B + \mu b)\sin\Phi, \quad b = b_+ + b_-, \\ P_e &= \mathrm{Im}(P_+ + P_-) \simeq -\mu(b_S\cos\Phi + B\varphi_S\sin\Phi), \quad b_S = b_+ - b_-. \end{aligned} \tag{22}$$

Представим f и f_e в виде

$$f = f_1\cos\Phi + f_2\sin\Phi, \quad f_e = f_3\sin\Phi + f_4\cos\Phi. \tag{23}$$

Нетрудно убедиться, что $f_1 - f_4$ в (23) имеют тот же смысл, что и в (8). Подставляя (21)—(23) в (19), опять получим для амплитуды A выражения (6), в которых, однако, δ надо заменить на δ_1, а для возмущений a и φ — уравнения, подобные приведенным в [1]. Что же касается уравнений для a_S и φ_S, то при выполнении (2) они оказываются следующими:

$$\left.\begin{aligned} 2\omega A[\dot{\varphi}_S + (\delta_2 - \delta_1)\varphi_S] &= -f_3, \\ 2\omega(\dot{a}_S + p'_S a_S) &= -f_4, \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

где $p'_S = [\delta_2 - \delta_1 + \beta_S A^2(\delta_2 + \delta_1)]/(1 + \beta_S A^2)$. Таким образом, степень устойчивости направления поляризации (т. е. угла φ_S) определяется разностью $\delta_2 - \delta_1$. Если, как это обычно бывает, $\delta_2 \gg \delta_1$, то уравнения (24) очевидным образом упрощаются, причем p'_S стремится к δ_2 и перестает зависеть от A. В более подробном обсуждении этой ситуации вряд ли есть необходимость, поскольку при $\delta_2 \gg \delta_1$ возмущения поляризации оказываются пренебрежимо малыми.

Я глубоко признателен И. М. Хошеву за помощь при выполнении этой работы.

Литература

[1] И. П. Мазанько. Опт. и спектр., *33*, 128, 1972.
[2] I. Tobias, R. A. Wallace. Phys. Rev., *134*, A549, 1964.
[3] М. И. Дьяконов, С. А. Фридрихов. Усп. физ. наук, *90*, 565, 1966.
[4] W. Van Haeringen. Phys. Rev., *158*, 256, 1967.
[5] Ю. Л. Климонтович, А. С. Ковалев, П. С. Ланда. Усп. физ. наук, *106*, 279, 1972.

Поступило в Редакцию 1 июня 1972 г.