

## ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ МУЛЬТИПЛИКАТОРА ИЗОБРАЖЕНИЙ, ИСПОЛЬЗУЮЩЕГО ОПТИЧЕСКИЙ ТУННЕЛЬ

А. С. Блок

Приводится теория образования изображений в оптическом туннеле. Выводятся энергетические отношения для мультиплицированных изображений. Рассматриваются вопросы синтеза туннельного мультипликатора с заданными параметрами.

Мультипликация изображений, традиционно использовавшаяся в процессе производства интегральных схем, в последние годы приобрела новое важное значение в связи с развитием методов оптической обработки информации.

Оптический туннель, представляющий собой полый параллелепипед,<sup>1</sup> внутренние грани которого являются зеркально отражающими поверхностями, позволяет реализовать простой мультипликатор изображений и их пространственных спектров, работающий как в когерентном, так и в некогерентном свете.

Процесс мультипликации изображения каждой светящейся точки основан на том, что световые лучи, исходящие из точки, претерпевают последовательные отражения в системе из четырех зеркал. Это приводит к образованию ряда мнимых изображений точки, которые переносятся объективом в плоскость изображений.

Рассмотрим ход лучей в оптическом туннеле квадратного сечения, предполагая, что в его входной плоскости  $xoy$  (рис. 1, а) расположен точечный источник света.

Движение светового луча в оптическом туннеле характеризуется углами  $\theta$  и  $\varphi$ . В дальнейшем вместо угла  $\theta$  будем пользоваться его проекцией  $\alpha$  на плоскость  $xoz$ , причем нетрудно показать, что

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi. \quad (1)$$

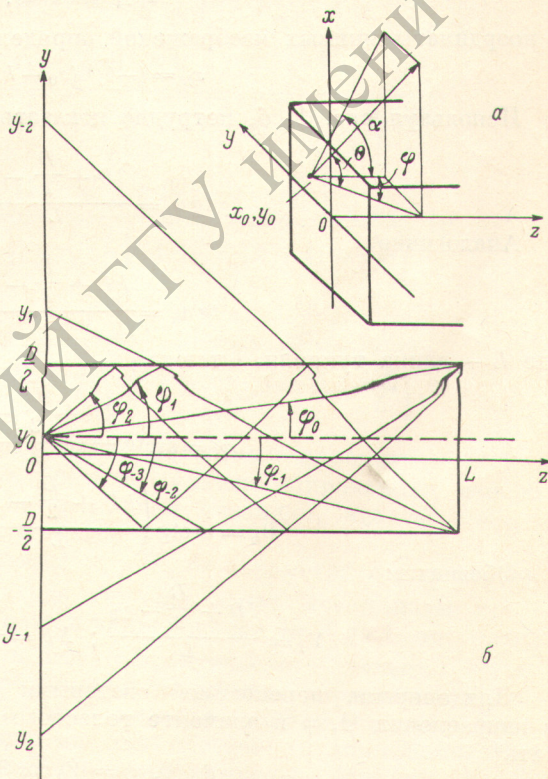


Рис. 1. Ход световых лучей в оптическом туннеле.

<sup>1</sup> Оптический туннель может выполняться в виде цельного стеклянного бруска. Однако в этом случае потери света значительно возрастут за счет поглощения в материале туннеля и френелевских отражений от торцов.

Назовем изображением порядка  $k, l$  то мнимое изображение точечного источника, которое образуется лучами, претерпевшими  $k$  отражений от горизонтальных граней оптического туннеля и  $l$  отражений от его вертикальных граней. На рис. 1, б показан ход лучей в оптическом туннеле в проекции на плоскость  $yoz$  (аналогичную картину можно представить и в плоскости  $xoz$ , в которой угол  $\alpha$  будет характеризовать наклон проекции луча к оси  $z$ ).

Условимся, что  $k, l > 0$  для  $\alpha, \varphi > 0$  и  $k, l < 0$  для  $\alpha, \varphi < 0$ . Лучи, исходящие из точки  $y_0$ , под углами  $\varphi$ , меньшими, чем  $\varphi_0$ , но большими, чем  $\varphi_{-1}$ , не претерпевают отражений от горизонтальных граней туннеля и образуют изображения нулевого порядка ( $l=0$ ).

Нетрудно видеть, что изображения порядка  $l$  образуются лучами, исходящими из точки  $y_0$  под углами  $\varphi$ , лежащими в интервале

$$\varphi_{l-1} \leq \varphi \leq \varphi_l.$$

Координаты мнимых изображений точечного источника порядка  $l$  определяются при этом следующим образом:

$$y_l = (-1)^l (y_0 - lD). \quad (2)$$

Аналогично мнимое изображение точечного источника порядка  $k$  образуется лучами, лежащими в интервале

$$\alpha_{k-1} \leq \alpha \leq \alpha_k,$$

а координаты мнимых изображений определяются выражением

$$x_k = (-1)^k (x_0 - kD). \quad (3)$$

Используя рис. 1, б, нетрудно показать, что

$$\operatorname{tg} \varphi_l = \frac{lD + \frac{D}{2} - y_0}{L}. \quad (4)$$

Аналогично

$$\operatorname{tg} \alpha_k = \frac{kD + \frac{D}{2} - x_0}{L}, \quad (5)$$

где  $L$  — длина туннеля. Отсюда

$$\varphi_l = \operatorname{arctg} \frac{lD + \frac{D}{2} - y_0}{L}, \quad (6)$$

$$\theta_k = \operatorname{arctg} \left( \frac{kD + \frac{D}{2} - x_0}{L} \cos \varphi \right). \quad (7)$$

Обозначим

$$Y_l = \frac{lD + \frac{D}{2} - y_0}{L}; \quad X_k = \frac{kD + \frac{D}{2} - x_0}{L}.$$

Для энергии, переносимой световыми лучами, распространяющимися в направлении  $\theta, \varphi$  в элементе телесного угла  $\cos \theta d\theta d\varphi$ , можно записать<sup>2</sup>

$$d\omega(\theta, \varphi) = W_0 \cos \theta d\theta d\varphi, \quad (8)$$

где  $W_0$  — энергия точечного источника на входе оптического туннеля. Отсюда энергия, переносимая световыми лучами, образующими мнимое изображение порядка  $k, l$ , определится выражением

$$\omega_{k,l}(x_0, y_0) = W_0 \int_{\varphi_{l-1}}^{\varphi_l} \int_{\theta_{k-1}}^{\theta_k} \cos \theta d\theta d\varphi \quad (9)$$

<sup>2</sup> В последующем изложении мы пренебрегаем потерями света в туннеле, обусловленными неполнотой отражения и рассеянием на микронеоднородностях отражающей поверхности, поскольку при практически применяемых размерах (длине) туннеля эти потери незначительны.

$$\frac{\omega_{k,l}(x_0, y_0)}{W_0} = \int_{\arctg Y_{l-1}}^{\arctg Y_l} d\varphi \frac{\arctg (X_k \cos \varphi)}{\arctg (X_{k-1} \cos \varphi)} =$$

$$= \int_{\arctg Y_{l-1}}^{\arctg Y_l} \left( \frac{X_k \cos \varphi}{\sqrt{1 + X_k^2 \cos^2 \varphi}} - \frac{X_{k-1} \cos \varphi}{\sqrt{1 + X_{k-1}^2 \cos^2 \varphi}} \right) d\varphi. \quad (10)$$

Произведя в (10) замену переменной  $t = X_k \sin \varphi$  и вычислив интеграл, получим

$$\frac{\omega_{k,l}(x_0, y_0)}{W_0} = \arcsin \frac{X_k Y_l}{\sqrt{1 + X_k^2} \sqrt{1 + Y_l^2}} - \arcsin \frac{X_k Y_{l-1}}{\sqrt{1 + X_k^2} \sqrt{1 + Y_{l-1}^2}} -$$

$$- \arcsin \frac{X_{k-1} Y_l}{\sqrt{1 + X_{k-1}^2} \sqrt{1 + Y_l^2}} + \arcsin \frac{X_{k-1} Y_{l-1}}{\sqrt{1 + X_{k-1}^2} \sqrt{1 + Y_{l-1}^2}}. \quad (11)$$

Введем параметр  $a = D/L$  — отношение размера апертуры оптического туннеля к его длине — и перепишем выражение (11) следующим образом:

$$\frac{\omega_{k,l}(x_0, y_0)}{W_0} = \arcsin \frac{\left[ \frac{a}{2} (2k+1) - \frac{x_0}{L} \right] \left[ \frac{a}{2} (2l+1) - \frac{y_0}{L} \right]}{\sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2k+1) - \frac{x_0}{L} \right]^2} \sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2l+1) - \frac{y_0}{L} \right]^2}} -$$

$$- \arcsin \frac{\left[ \frac{a}{2} (2k+1) - \frac{x_0}{L} \right] \left[ \frac{a}{2} (2l-1) - \frac{y_0}{L} \right]}{\sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2k+1) - \frac{x_0}{L} \right]^2} \sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2l-1) - \frac{y_0}{L} \right]^2}} -$$

$$- \arcsin \frac{\left[ \frac{a}{2} (2k-1) - \frac{x_0}{L} \right] \left[ \frac{a}{2} (2l+1) - \frac{y_0}{L} \right]}{\sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2k-1) - \frac{x_0}{L} \right]^2} \sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2l+1) - \frac{y_0}{L} \right]^2}} +$$

$$+ \arcsin \frac{\left[ \frac{a}{2} (2k-1) - \frac{x_0}{L} \right] \left[ \frac{a}{2} (2l-1) - \frac{y_0}{L} \right]}{\sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2k-1) - \frac{x_0}{L} \right]^2} \sqrt{1 + \left[ \frac{a}{2} (2l-1) - \frac{y_0}{L} \right]^2}}. \quad (12)$$

Полученное выражение позволяет по известным параметрам  $D$  и  $L$  оптического туннеля определить яркость мультиплицированных изображений в каждом из порядков  $k, l$ , причем очевидно, что  $\omega_{k,l} = \omega_{l,k} = \omega_{|k|, |l|}$ .

На рис. 2 приведены зависимости  $\omega_{k,l}/W_0$  от параметра  $a$  для случая, когда точечный источник на входе туннеля имеет координаты  $x_0=0, y_0=0$ . При расчете  $\omega_{k,l}/W_0$  параметр  $a$  варьировался от 0 до 1, поскольку оптические туннели при  $a > 1$  не имеют практического значения. Существенные отличия в яркости изображений различных порядков при значениях  $a > 0.25$  приводят к тому, что оптические туннели с такими значениями  $a$  становятся малоприменимыми для построения многоканальных устройств обработки изображений с большим числом каналов. Кроме того, как это будет показано ниже, увеличение параметра  $a$  в значительной степени затрудняет выбор объектива для мультипликатора.

Поэтому для построения мультипликаторов изображений наиболее приемлемыми являются туннели, у которых параметр  $a$  находится в пределах  $0.05 < a < 0.25$ . В этом случае отличие в яркости изображений различных порядков значительно меньше, чем для случая  $a > 0.25$ . Существенно, что при малых  $a$  сравнительно просто получить изображения одинаковой яркости. Для этого можно использовать выравняющую маску, представляющую собой фотопластинку, проэкспонированную на линейном участке характеристической кривой фотоносителя.

То обстоятельство, что при малых  $a$  яркость мультиплицированных изображений невелика, не имеет существенного значения для устройств оптической обработки, поскольку в таких устройствах, как правило, применяются высокочувствительные фотодетекторы. Зависимость  $\omega_{k,l}$  от положения точечного источника  $(x_0, y_0)$ , вообще говоря, приводит к искажению функции яркости  $B(x, y)$  мультиплицированных изображений. На рис. 3 показаны зависимости  $\omega_{k,l}(x_0)$  для оптических туннелей с параметрами  $D=10$  мм,  $L=100$  мм (сплошные линии) и  $D=10$  мм,  $L=40$  мм

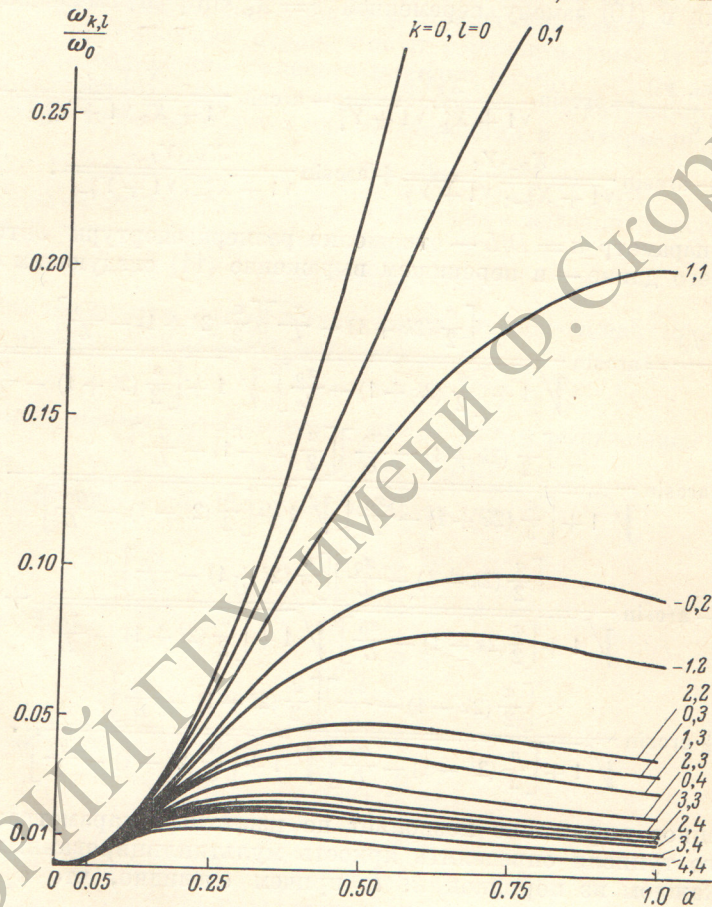


Рис. 2. Распределение яркости мнимых изображений различных порядков в зависимости от параметра  $a$  оптического туннеля.

(штриховые линии). В обоих случаях  $x_0$  менялся от 0 до 5, а  $y_0=0$ . Анализ этих кривых показывает, что при малых значениях параметра  $a$ , т. е. больших значениях  $L$ , зависимость  $\omega_{k,l}$  от  $x_0, y_0$  не является существенной, и, следовательно, функция яркости изображения в  $(x, y)$  передается оптическим туннелем практически без искажений.

Следует отметить, что приведенный энергетический расчет оптического туннеля может служить основой для выбора его параметров  $D$  и  $L$  только в том случае, когда туннель используется в качестве множителя светового пучка. Для определения параметров оптического туннеля при его использовании для мультипликации изображений и их пространственных спектров необходимо рассматривать систему туннель—объектив, показанную на рис. 4. Здесь  $H$  и  $H'$  — передняя и задняя главные плоскости объектива,  $f$  и  $f'$  — переднее и заднее фокусные расстояния,  $x$  — расстояние между объектом и передним фокусом,  $x'$  — расстояние между задним фокусом и плоскостью изображений,  $S_H$  и  $S_{H'}$  — расстояние между

главными плоскостями и преломляющими поверхностями объектива. Построение мультипликатора изображений на оптическом туннеле следует начинать с выбора объектива и задания требуемых параметров мультипликатора: числа изображений, их размеров, расстояний между центрами изображений. Считая параметры мультипликатора и объектива заданными, определим допустимые параметры  $D$  и  $L$  оптического туннеля.<sup>3</sup>

Максимально достижимое число изображений на выходе мультипликатора определяется величиной угла поля зрения объектива  $2\gamma$ . Из рис. 4 видно, что для получения  $n^2$  изображений, где  $n$  — число изображений вдоль горизонтальной или вертикальной оси, — необходимо выполнить условие  $\text{tg } \psi \leq \text{tg } \gamma$  или

$$\frac{(n-1)D}{\sqrt{2}} \leq L \leq \text{tg } \gamma. \quad (13)$$

Очевидно, что размер апертуры оптического туннеля  $D$  ограничивается диаметром входного зрачка объектива

$$D \leq \frac{d_{\text{зр. вх}}}{\sqrt{2}}. \quad (14)$$

Расстояние между центрами мультиплицированных изображений и их размеры определяются исходя из линейного увеличения объектива. Если центр исходного изображения находится на оптической оси системы туннель—объектив, то расстояние между центрами мнимых изображений в плоскости объекта равно  $D$ . Поэтому расстояние между центрами мультиплицированных изображений  $R$  определится из формулы линейного увеличения объектива

$$\frac{R}{D} = \frac{f}{x} = \frac{f}{L-f+S_H}. \quad (15)$$

Аналогично размер мультиплицированного изображения  $d$  определяется из соотношения

$$\frac{d}{d_{\text{вх.}}} = \frac{f}{L-f+S_H}, \quad (16)$$

где  $d_{\text{вх.}}$  — размер изображения на входе оптического туннеля. На рис. 5 показаны прямые, соответствующие знаку равенства в (13) и (14), прямая (15) и прямые (16) для разных значений, причем  $d_{\text{вх.}} < d'_{\text{вх.}}$ . Из рис. 5 видно, что в том случае, когда параметры  $R$  и  $d$  мультипликатора однозначно заданы и число мультиплицированных изображений должно быть не меньше заданного, то параметры оптического туннеля определяются точкой в плоскости  $L, D$  (например, точка  $A$ ). Однако если размеры изображения на входе  $d_{\text{вх.}}$  также жестко заданы, то в некоторых случаях создать мультипликатор с требуемыми параметрами и выбранным объективом невозможно [например, для точки  $B$  не выполняются условия (13) и (14)].

<sup>3</sup> Вообще говоря, возможна и обратная постановка задачи — определение требуемых параметров объектива по заданным параметрам туннеля и мультипликатора. Однако решение этой задачи зачастую приводит к необходимости объективов с трудно-реализуемыми и даже нереализуемыми параметрами. Кроме того, такая постановка задачи неэкономична, поскольку реализовать объектив с заданными параметрами значительно сложнее, чем оптический туннель.

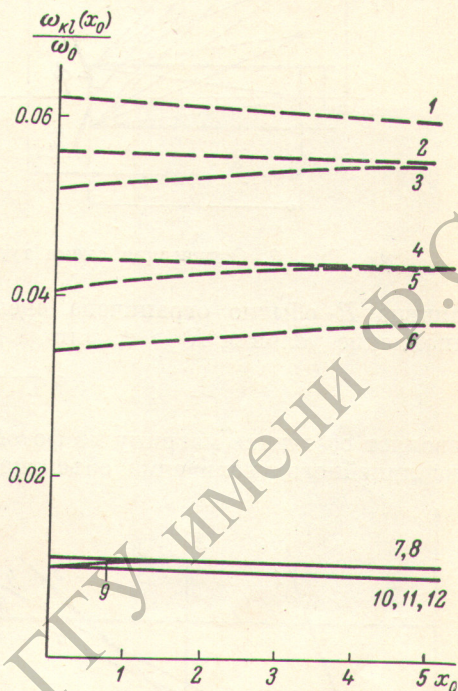


Рис. 3. Зависимость яркости мнимых изображений различных порядков от положения точечного источника в апертуре оптического туннеля

1 —  $k=0, l=0$ ; 2 —  $k=0, l=1$ ; 3 —  $k=1, l=1$ ; 4 —  $k=0, l=2$ ; 5 —  $k=1, l=2$ ; 6 —  $k=2, l=2$ ; 7 —  $k=0, l=0$ ; 8 —  $k=0, l=1$ ; 9 —  $k=1, l=1$ ; 10 —  $k=0, l=2$ ; 11 —  $k=1, l=2$ ; 12 —  $k=2, l=2$ .

Наиболее характерным случаем использования мультипликатора изображений на оптическом туннеле являются многоканальные устройства оптической обработки информации. Для построения таких устройств параметры  $R$  и  $d$  мультипликатора обычно задаются не жестко. Например,

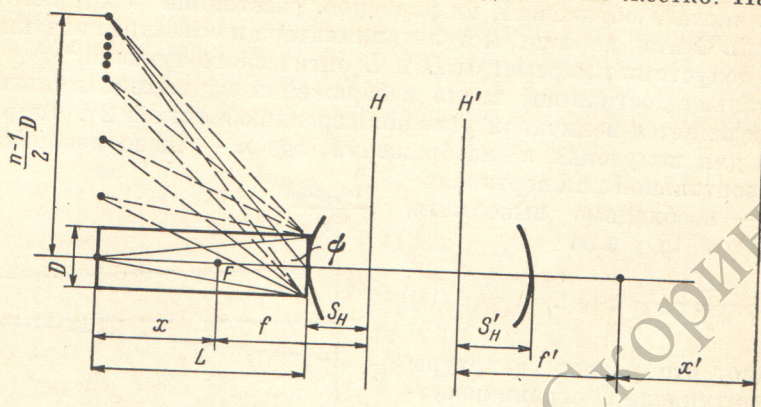


Рис. 4. Оптическая схема туннельного мультипликатора.

величина  $R$  обычно ограничена внешним диаметром фотодетектора  $d_\phi$ . Выполнение условия  $R \geq d_\phi$  или

$$d_\phi \leq \frac{Df}{L-f+S_H} \quad (17)$$

позволяет составить матрицу из фотодетекторов. С другой стороны, величина линейного увеличения объектива ограничена размером фотокатода, поскольку максимальный размер мультиплицированного изображения не должен, как правило, превышать диаметр фотокатода  $d_{\phi к}$ . В этом случае равенство (16) переходит в неравенство

$$d_{\phi к} \geq \frac{d_{вх} \cdot f}{L-f+S_H} \quad (18)$$

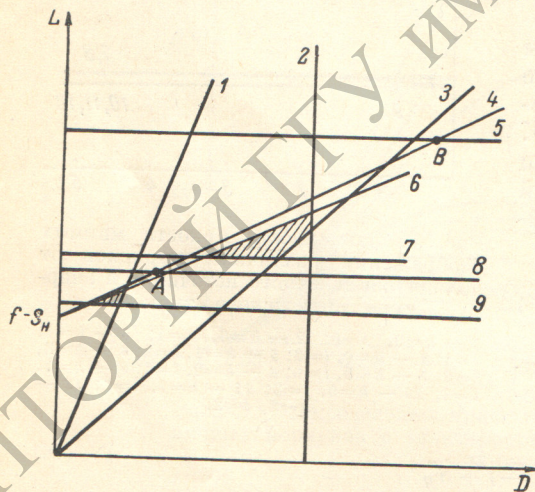


Рис. 5. К определению допустимых параметров оптического туннеля.

$$\begin{aligned} 1 - \frac{n-1}{\sqrt{2}} \frac{D}{L} = \operatorname{tg} \gamma'; \quad 2 - D = \frac{d_{вг. вх}}{\sqrt{2}}; \quad 3 - \frac{n-1}{\sqrt{2}} \frac{D}{L} = \operatorname{tg} \gamma; \\ 4 - R = \frac{Df}{L-f+S_H}; \quad 5 - L = \frac{fd_{вх}}{d} + f - S_H; \quad 6 - d_\phi = \\ = \frac{Df}{L-f+S_H}; \quad 7 - L = \frac{fd_{вх}}{d_{\phi к}} + f - S_H; \quad 8 - L = \frac{fd_{вх}}{d} + \\ + f - S_H; \quad 9 - L = \frac{fd_{вх}}{d_{\phi к}} + f - S_H. \end{aligned}$$

Решая графически систему неравенств (13), (14), (17), (18), мы получаем область допустимых значений параметров оптического туннеля (на рис. 5 эта область заштрихована). Чаще всего в процессе построения мультипликатора затруднения встречаются при выполнении условия (13). Выполнение условия облегчается, если размер изображения на входе туннеля  $d_{вх}$  может меняться (в многоканальных устройствах обработки информации эта возможность имеется). Если же минимальный размер изображения на входе ограничен, то область допустимых значений параметров туннеля может не существовать. Это означает, что для выбранного объектива и заданных параметров мультипликатора не всегда возможно создать оптический туннель и, следовательно, построить мультипликатор изображений. Например, если при прочих равных условиях угол поля

зрения объектива ограничен величиной  $\gamma'$ , причем  $\gamma' < \gamma$ , то область допустимых значений параметров туннеля не существует (рис. 5). Однако если размер изображения на входе можно уменьшить до величины  $d''_{вх.}$  ( $d''_{вх.} < d_{вх.}$ ), то такую область можно построить и для объектива с углом поля зрения  $\gamma'$  (рис. 5). Вследствие всегда присутствующего виньетирования наклонных пучков в объективах распределение яркости на выходе мультипликатора не совпадает с распределением яркости мнимых изображений на входе оптического туннеля, описываемым выражением (12). Учесть ослабление, вносимое виньетированием, можно при помощи соотношения, приведенного в [1]. В нашем случае это соотношение запишется следующим образом:

$$\omega'_{k,l} = \omega_{k,l} v \cos^4 \psi_{k,l}, \quad (19)$$

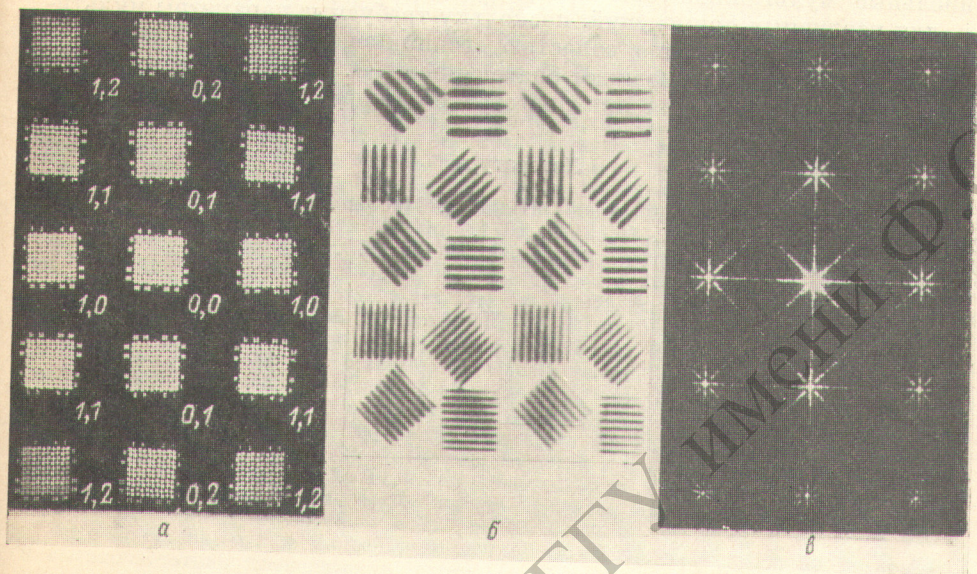


Рис. 6. Мультиплицированные изображения и их пространственные спектры.

где  $v$  — коэффициент виньетирования, а величину  $\psi_{k,l}$  нетрудно получить из рис. 4 в следующем виде:

$$\operatorname{tg} \psi_{k,l} = \frac{\sqrt{|x_k|^2 + |y_l|^2}}{L}. \quad (20)$$

Отсюда следует, что распределение яркости мультиплицированных изображений можно рассчитать, используя зависимости, приведенные на рис. 2, и соотношение (19). Расчет яркости мультиплицированных изображений, проведенный по такой методике, показал хорошее совпадение с результатами измерений. Точность такого расчета достаточна для учета неравномерности распределения яркости при построении многоканальных оптических корреляторов.

Для более точного расчета необходимо знать расположение люков объектива, что дает возможность уточнить величины углов  $\psi_{k,l}$ . Уменьшить виньетирование можно, сокращая размеры поля мнимых изображений, а также уменьшая величину угла  $\psi_{k,l}$  за счет увеличения длины оптического туннеля  $L$ . Эти соображения представляют собой еще один аргумент в пользу применения туннелей с малым значением параметра  $a$ . Кроме того, для мультипликаторов можно использовать объективы «Руссар», которые характеризуются улучшенным распределением освещенности по полю [1]. На рис. 6, а показаны некоторые из мультиплицированных изображений, полученные в туннельном мультипликаторе, на

рис. 6, б — увеличенный участок изображения порядка 2, 1, а на рис. 6, в — мультиплицированные пространственные спектры.

На входе оптического туннеля исходное изображение проецировалось на рассеиватель. Использовался оптический туннель с параметрами  $D=10$  мм,  $L=120$  мм, склеенный из четырех плоских зеркал, и объектив Мир-3. Удобная конструкция оптического туннеля описана в работе [2]. Как уже отмечалось, туннельные мультипликаторы изображений используются в основном для построения многоканальных устройств оптической обработки информации. В работе [3] приводится пример использования туннельного мультипликатора при решении задачи опознавания изображений, а в работе [4] такой мультипликатор применяется при построении оптического З. У. Рассмотренная методика позволяет конструировать туннельные мультипликаторы изображений с заданными параметрами, т. е. для различных применений, поскольку требуемые параметры мультипликатора задаются именно областью его применения.

В заключение автор выражает благодарность Э. И. Крупницкому за полезные советы и замечания при подготовке данной работы к печати.

#### Литература

- [1] И. А. Турьгин. Прикладная оптика, 1. Машиностроение, 1965.
- [2] J. H. Mueg. Appl. Opt., 10, 2179, 1971.
- [3] L. G. Soderholm. Design News, 25, № 13, 1970.
- [4] Электроника, 12, 59, 1968.

Поступило в Редакцию 15 марта 1973 г.