УДК 535.22 : 548.0

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В МАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛАХ

А. А. Соломко и *В. А. Гусев*

Методом медленно меняющихся амплитуд выполнено теоретическое рассмотрение распространения оптического излучения в магнитоупорядоченных кристаллах кубического класса, обладающих линейным и квадратичным магнитооптическими эффектами, при наличии постоянной и переменной намагниченностей. Под воздействием переменной намагниченности происходит фазовая модуляция с изменением поляризации оптического излучения. С учетом вкладов линейного и квадратичного магнитооптических эффектов в процесс модуляции выяснены условия для осуществления эффективной магнитооптической модуляции в диспергирующей среде. Показана применимость метода медленно меняющихся амплитуд для описания статических магнитооптических эффектов.

Введение

При распространении оптической волны в магнитоупорядоченных кристаллах за счет линейного и квадратичного магнитооптических эффектов у волны появляются два собственных состояния поляризации [1]. Представив оптическое излучение в виде разложения на две ортогональные собственные волны, можно описать процесс распространения излучения в гироанизотропной среде. Собственные волны среды (волновые векторы и ортонормированные векторы поляризации) определяются геометрией взаимодействия оптического излучения с намагниченностью среды, величиной намагниченности и ее ориентацией относительно кристаллографических осей. Наличие у намагниченности переменной составляющей (однородно или неоднородно изменяющейся в пространстве) приводит к магнитооптической модуляции распространяющегося в среде излучения. Задача о распространении оптической волны в среде при наличии постоянной и переменной намагниченностей решается последовательным приближением.

1. Статический случай, когда в среде присутствует только постоянная составляющая намагниченности. В результате рассмотрения этого случая находим собственные волны и описываем известные статические магнитооптические эффекты.

2. В среде присутствует, кроме постоянной составляющей, еще переменная компонента намагниченности, изменяющаяся по модуляционному закону. Рассмотрение распространяющегося в среде излучения в виде комбинации собственных волн дает описание процесса распространения модулированных волн в такой среде, как модуляцию собственных волн.

Укороченные волновые уравнения в магнитоупорядоченной среде

Процесс распространения оптического излучения в магнитоупорядоченных кристаллах описывается волновым уравнением

$$[\nabla\,[\nabla \mathbf{E}]] + \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbf{D} = 0, \tag{1}$$

где связь электрической индукции $\mathbf{D}$ оптического излучения с напряженностью электрического поля $\mathbf{E}$ для диспергирующей среды имеет вид

$$\mathbf{D} = \int_0^\infty \varepsilon(t')\, \mathbf{E}(\mathbf{r},\ t - t')\, dt'. \tag{2}$$

Для магнитоупорядоченной среды тензор диэлектрической проницаемости ε можно разложить в ряд по степеням намагниченности среды

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon^0_{ij} + i\alpha_{ijk} M_k + \beta_{ijkl} M_k M_l, \tag{3}$$

где ε^0_{ij} — диэлектрическая проницаемость в отсутствие намагниченности; α_{ijk} — антисимметричный тензор 3-го ранга, определяющий линейный магнитооптический эффект; β_{ijkl} — симметричный тензор 4-го ранга, определяющий квадратичный магнитооптический эффект; M_k — проекции намагниченности среды, которая содержит постоянную намагниченность M_0 и переменную компоненту m. В (3) можно сгруппировать слагаемые тензора ε одного порядка малости, выделив при этом переменную часть ε, обусловленную наличием переменной намагниченности m,

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + \mu\varepsilon'(\alpha M_0,\ \beta M_0 M_0) + \mu^2\varepsilon''(\alpha m,\ \beta M_0 m), \tag{4}$$

где μ — малый параметр ($\mu \ll 1$). Такое соотношение между слагаемыми ε имеет место в силу малости магнитооптических коэффициентов и переменной намагниченности среды ($m \ll M_0$). Поэтому влияние дисперсии учитываем только для ε^0. Для магнитных кристаллов кубической симметрии, к которым принадлежат широко применяемые ферриты-гранаты, эти слагаемые будут иметь следующий вид в матричной записи тензора [2]:

$$\varepsilon^0 = \begin{vmatrix} \varepsilon^0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^0 \end{vmatrix}, \tag{5}$$

$$\varepsilon' = \begin{vmatrix} \beta_{11}M_{01}^2 + \beta_{12}M_{02}^2 + \beta_{12}M_{03}^2 & i\alpha M_{03} + \beta_{44}M_{01}M_{02} & -i\alpha M_{02} + \beta_{44}M_{01}M_{03} \\ -i\alpha M_{03} + \beta_{44}M_{01}M_{02} & \beta_{12}M_{01}^2 + \beta_{11}M_{02}^2 + \beta_{12}M_{03}^2 & i\alpha M_{01} + \beta_{44}M_{02}M_{03} \\ i\alpha M_{02} + \beta_{44}M_{01}M_{03} & -i\alpha M_{01} + \beta_{44}M_{02}M_{03} & \beta_{12}M_{01}^2 + \beta_{12}M_{02}^2 + \beta_{11}M_{03}^2 \end{vmatrix}, \tag{6}$$

$$\varepsilon'' = \begin{vmatrix} 2(\beta_{11}M_{01}m_1 + \beta_{12}M_{02}m_2 + \beta_{12}M_{03}m_3) & i\alpha m_3 + \beta_{44}(M_{01}m_2 + M_{02}m_1) & -i\alpha m_2 + \beta_{44}(M_{01}m_3 + M_{03}m_1) \\ -i\alpha m_3 + \beta_{44}(M_{01}m_2 + M_{02}m_1) & 2(\beta_{12}M_{01}m_1 + \beta_{11}M_{02}m_2 + \beta_{12}M_{03}m_3) & i\alpha m_1 + \beta_{44}(M_{02}m_3 + M_{03}m_2) \\ i\alpha m_2 + \beta_{44}(M_{01}m_3 + M_{03}m_1) & -i\alpha m_1 + \beta_{44}(M_{02}m_3 + M_{03}m_2) & 2(\beta_{12}M_{01}m_1 + \beta_{12}M_{02}m_2 + \beta_{11}M_{03}m_3) \end{vmatrix}, \tag{7}$$

Полагаем амплитуду оптической волны медленно меняющейся функцией координаты

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}A(\mu\mathbf{r}) \exp i(\omega t - \mathbf{kr}), \tag{8}$$

где $\mathbf{e}$ — единичный вектор поляризации, A — амплитуда волны. Подставляя (8) в (1) и учитывая (2) и (4), пренебрегая вторыми производными по координате от амплитуды [3], получим укороченное волновое уравнение, описывающее в первом приближении распространение оптического излучения в среде с постоянной намагниченностью

$$[\mathbf{e}\,[\mathbf{ke}]]\,\nabla A + i\frac{\omega^2}{2c^2}\,\mathbf{e}\varepsilon'\mathbf{e}A = 0. \tag{9}$$

Решение уравнения (9) определяет собственные волны.

Для решения задачи о распространении оптического излучения в диспергирующей среде с постоянной и переменной намагниченностями представим падающее на среду излучение в виде разложения на собственные волны. Амплитуду собственной волны считаем медленно меняющейся функцией времени и координаты

$$\mathbf{E} = \sum_{\nu=+,\,-} \mathbf{e}_\nu A_\nu (\mu^2 \mathbf{r},\ \mu^2 t) \exp i (\omega t - \mathbf{k}_\nu \mathbf{r}), \tag{10}$$

где $\mathbf{e}_\nu$ — ортонормированный комплексный собственный вектор поляризации; A_ν — амплитуда и $\mathbf{k}_\nu$ — волновой вектор собственной волны. Подставив (10) в (1) с учетом (2) и (4) после выполнения ряда операций и приведения векторного уравнения к скалярному путем скалярного умножения на $\mathbf{e}_\nu^*$, получим укороченные волновые уравнения, описывающие процесс распространения модулированных волн в магнитной диспергирующей среде, как модуляцию собственных волн

$$[\mathbf{e}_\nu^* [\mathbf{k}_\nu \mathbf{e}_\nu]] \left(\nabla A_\nu + \mathbf{s} \frac{\partial A_\nu}{\partial t} \right) \exp i (\omega t - \mathbf{k}_\nu \mathbf{r}) =$$

$$= - i \frac{\omega^2}{2c^2} \mathbf{e}_\nu^* \varepsilon'' \sum_{\nu=+,\,-} \mathbf{e}_\nu A_\nu \exp i (\omega t - \mathbf{k}_\nu \mathbf{r}), \tag{11}$$

где $\mathbf{s} = \mathbf{v}_g / v_g^2$, $\mathbf{v}_g$ — групповая скорость.

Собственные волны

Рассмотрим распространение оптического излучения в среде с постоянной намагниченностью. Пусть свет распространяется вдоль оси z в системе координат, совпадающей с основными кристаллографическими направлениями кубической решетки кристалла, и проекции намагниченности на оси координат таковы, что $M_{02}, M_{03} \ll M_{01}$. В силу малости магнитооптических коэффициентов α и β можно считать распространяющуюся оптическую волну поперечной. При такой геометрии распространения имеем сочетание двух статических магнитооптических эффектов: эффекта Фарадея (ЭФ) и эффекта Коттона—Муттона (ЭКМ). Рассмотрение этого общего случая позволит путем предельных переходов получить описание для каждого из этих эффектов в отдельности.

Для нахождения собственных волн представим падающее излучение в виде разложения на единичные орты системы координат

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_1 A_1 (z) \exp i (\omega t - kz) + \mathbf{e}_2 A_2 (z) \exp i (\omega t - kz). \tag{12}$$

Подставляя (12) в (9) и учитывая (6), после выполнения необходимых операций приходим к следующей системе уравнений, описывающей изменение компонент амплитуды световой волны,

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} + i \frac{\omega^2}{2kc_2} (\varepsilon'_{11} A_1 + \varepsilon'_{12} A_2) = 0, \\ \frac{dA_2}{dz} + i \frac{\omega^2}{2kc^2} (\varepsilon'_{21} A_1 + \varepsilon'_{22} A_2) = 0. \end{aligned} \right\} \tag{13}$$

Решение системы (13) ищем в виде $A_{1,2} = A_{1,2} \exp - i\lambda z$. В результате решения находим два собственных значения λ

$$\lambda_\pm = \frac{\omega^2}{4kc^2} \left(\varepsilon'_{11} + \varepsilon'_{22} \pm \sqrt{(\varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{22})^2 + 4\varepsilon'_{12}\varepsilon'_{21}} \right). \tag{14}$$

Каждому из этих значений λ соответствуют свои соотношения между компонентами амплитуд A_1 и A_2, которые находятся подстановкой найденного решения в (14)

$$\left. \begin{aligned} A_2 \exp - i\lambda_+ z = - i v A_1 \exp - i\lambda_+ z, \\ A_2 \exp - i\lambda_- z = i \frac{1}{v^*} A_1 \exp - i\lambda_- z, \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

где

$$v = i \frac{2\varepsilon'_{21}}{\varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{22} + \sqrt{(\varepsilon'_{11} - \varepsilon'_{22})^2 + 4\varepsilon'_{12}\varepsilon'_{21}}}.$$

Вводя два ортонормированных вектора,

$$\mathbf{e}_+ = \frac{1}{\sqrt{1+|v|^2}}(\mathbf{e}_1 - iv\mathbf{e}_2) \text{ и } \mathbf{e}_- = \frac{|v|}{\sqrt{1+|v|^2}}\left(\mathbf{e}_1 + i\frac{1}{v^*}\mathbf{e}_2\right), \tag{16}$$

которые являются собственными векторами поляризации, используя (12), (15), (16) оптическое излучение в среде можно записать в виде суммы двух собственных волн

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_+ A_+ \exp i(\omega t - k_+ z) + \mathbf{e}_- A_- \exp i(\omega t - k_- z), \tag{17}$$

где $k_\pm = k + \lambda_\pm$ — волновой вектор собственной волны. Анализ показывает [4], что собственными волнами будут являться две ортогональные эллиптически поляризованные волны с противоположным направлением вращения и наклоном больших полуосей эллипсов к оси Ox_1 под углом соответственно

$$\psi_+ = \frac{1}{2}\operatorname{arc\,tg}\left[\frac{2|v|}{1-|v|^2}\sin\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{\operatorname{Im} v}{\operatorname{Re} v}\right)\right] \text{ и } \psi_- = \psi_+ + \frac{\pi}{2}. \tag{18}$$

Используя граничные условия ($z=0$, $A_1 = A_1^0$ и $A_2 = A_2^0$) из (17) можно перейти от собственных волн к компонентам поля в координатной системе. В результате такого преобразования получим матричное соотношение, которое дает относительную фазу и амплитуду оптической волны в любой точке вдоль оси z

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\rho_0 z - i\dfrac{1-|v|^2}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z & \dfrac{2v^*}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z \\ -\dfrac{2v}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z & \cos\rho_0 z + i\dfrac{1-|v|^2}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1^0 \\ E_2^0 \end{pmatrix}, \tag{19}$$

где $\rho_0 = (k_+ - k_-)/2$, а E_1^0 и E_2^0 — компоненты поля при $z=0$.

Путем предельных переходов из (17) и (19) можно получить выражения для более простых частных случаев.

а. При $M_{02}=0$ v — действительная величина. Собственные волны представляют собой две ортогональные эллиптические волны, большие полуоси эллипсов которых совпадают с осями Ox_1 и Ox_2.

б. Если $M_{02}=0$ и $M_{01}=0$, то имеет место ЭФ. В этом случае $v=1$ и собственными волнами среды являются две циркулярно поляризованные волны с противоположными направлениями вращения.

в. Если $M_{03}=0$ и $M_{02}=0$, то $v=0$ и можно получить выражение, описывающее ЭКМ. Собственными волнами являются две ортогональные линейно поляризованные волны.

Модулированные волны

Пусть оптическое излучение распространяется в магнитоупорядоченной среде при наличии постоянной и переменной намагниченности. Практически интересным представляется рассмотрение взаимодействия оптического излучения с переменной неоднородной намагниченностью, обладающей круговой поляризацией в плоскости Ox_2x_3 (спиновая волна, возбуждаемая микроволновой накачкой)

$$m_3 = m\cos(\Omega t - \mathbf{q}z), \quad m_2 = m\sin(\Omega t - \mathbf{q}z). \tag{20}$$

Причем m, M_{02}, $M_{03} \ll M_{01}$ и $\Omega \ll \omega$. Каждая из компонент переменной намагниченности в линейном приближении относительно m по-разному оказывает воздействие на оптическое излучение. Продольная компонента m_3 взаимодействует с излучением за счет линейного магнитооптического эффекта (квадратичным магнитооптическим взаимодействием продольной компоненты можно пренебречь, так как $M_{03} \ll M_{01}$), а поперечная компонента m_2 — за счет квадратичного магнитооптического эффекта. Определив взаимодействие каждой из этих компонент с распространяющимся в среде оптическим излучением, найдем вклады в процесс магнитооптической модуляции линейного и квадратичного магнитооптических эффектов.

Использовав (7) и разложение оптического излучения на собственные волны (17), из общего уравнения для модулированных волн (11) получим следующие системы уравнений, описывающие процесс магнитооптической модуляции собственных волн, производимой продольной и поперечной компонентами переменной намагниченности соответственно

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial A_+}{\partial z} + \frac{1}{v_g}\frac{\partial A_+}{\partial t} &= -i\frac{\omega^2}{2kc^2}\alpha m_3\left(\frac{v+v^*}{1+|v|^2}A_+ - \frac{v}{|v|}\frac{1-v^{*2}}{1+|v|^2}A_-\right),\\ \frac{\partial A_-}{\partial z} + \frac{1}{v_g}\frac{\partial A_-}{\partial t} &= i\frac{\omega^2}{2kc^2}\alpha m_3\left(\frac{v^*}{|v|}\frac{1-v^2}{1+|v|^2}A_+ + \frac{v+v^*}{1+|v|^2}A_-\right), \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

и

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial A_+}{\partial z} + \frac{1}{v_g}\frac{\partial A_+}{\partial t} &= \frac{\omega^2}{2kc^2}\beta_{44}M_{01}m_2\left(\frac{v^*-v}{1+|v|^2}A_+ + \frac{v}{|v|}\frac{1+v^{*2}}{1+|v|^2}A_-\right),\\ \frac{\partial A_-}{\partial z} + \frac{1}{v_g}\frac{\partial A_-}{\partial t} &= -\frac{\omega^2}{2kc^2}\beta_{44}M_{01}m_2\left(\frac{v^*}{|v|}\frac{1+v^2}{1+|v|^2}A_+ + \frac{v^*-v}{1+|v|^2}A_-\right). \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

Введение новых переменных $\eta = z + v_g t$ и $\zeta = z - v_g t$ позволяет свести эти системы уравнений в частных производных к системам обыкновенных дифференциальных уравнений с параметром ζ и переменным коэффициентом. Решение каждой из этих систем при использовании граничных условий ($z=0$, $\eta=-\zeta$; $A_+ = A_+^0$, $A_- = A_-^0$) дает возможность найти преоборазования, которые характеризуют распространение собственных волн в среде с постоянной и переменной намагниченностями.

Модуляция собственных волн под воздействием продольной компоненты переменной намагниченности

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\rho z - i\dfrac{v+v^*}{1+|v|^2}\sin\rho z & i\dfrac{v}{|v|}\dfrac{1-v^{*2}}{1+|v|^2}\sin\rho z \\ i\dfrac{v^*}{|v|}\dfrac{1-v^2}{1+|v|^2}\sin\rho z & \cos\rho z + i\dfrac{v+v^*}{1+|v|^2}\sin\rho z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_+^0 \\ A_-^0 \end{pmatrix}. \tag{23}$$

Модуляция собственных волн под воздействием поперечной компоненты переменной намагниченности

$$\begin{pmatrix} A_+ \\ A_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\gamma z + \dfrac{v^*-v}{1+|v|^2}\sin\gamma z & \dfrac{v}{|v|}\dfrac{1+v^{*2}}{1+|v|^2}\sin\gamma z \\ -\dfrac{v^*}{|v|}\dfrac{1+v^2}{1+|v|^2}\sin\gamma z & \cos\gamma z - \dfrac{v^*-v}{1+|v|^2}\sin\gamma z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} A_+^0 \\ A_-^0 \end{pmatrix}. \tag{24}$$

Здесь

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \frac{\omega^2}{kc^2}\alpha m\frac{\sin\Delta_- z}{\Delta_- z}\cos(\Omega t - \Delta_+ z),\\ \gamma &= \frac{\omega^2}{kc^2}\beta_{44}M_{01}m\frac{\sin\Delta_- z}{\Delta_- z}\sin(\Omega t - \Delta_+ z),\\ \Delta_\mp &= \frac{\Omega \mp \mathbf{v}_g\mathbf{q}}{2v_g}. \end{aligned}\right\} \tag{25}$$

Выполнив преобразование от системы собственных волн к компонентам поля E_1, E_2, можно записать процесс распространения модулированной оптической волны в кристалле, используя прямоугольную систему координат.

Для модуляции производимой продольной намагниченностью

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\rho_0 z - i\dfrac{1-|v|^2}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z & \dfrac{2v^*}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z \\ -\dfrac{2v}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z & \cos\rho_0 z + i\dfrac{1-|v|^2}{1+|v|^2}\sin\rho_0 z \end{pmatrix}\times$$

$$\times\begin{pmatrix} \cos\rho z & \sin\rho z \\ -\sin\rho z & \cos\rho z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} E_1^0 \\ E_2^0 \end{pmatrix} \tag{26}$$

и для модуляции производимой поперечной намагниченностью

$$\begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \rho_0 z - i \dfrac{1-|v|^2}{1+|v|^2} \sin \rho_0 z & \dfrac{2v^*}{1+|v|^2} \sin \rho_0 z \\ -\dfrac{2v}{1+|v|^2} \sin \rho_0 z & \cos \rho_0 z + i \dfrac{1-|v|^2}{1+|v|^2} \sin \rho_0 z \end{pmatrix} \times$$

$$\begin{pmatrix} \cos \gamma z & -i \sin \gamma z \\ -i \sin \gamma z & \cos \gamma z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1^0 \\ E_2^0 \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Полученные выражения позволяют определить изменения распространяющегося оптического излучения в присутствии постоянной и переменной составляющих намагниченности, которые вносят свой вклад, как произведения двух матриц — статической и изменяющейся во времени по модуляционному закону. В результате взаимодействия излучения с переменной намагниченностью за счет линейного и квадратичного магнитооптических эффектов происходит изменение поляризации оптического излучения и фазовая модуляция. Причем наиболее эффективная модуляция будет при выполнении условия синхронизма ($\Delta_- = 0$). Применение фазового компенсатора вместе с анализатором позволяет получить амплитудно-модулированный сигнал.

Осуществляя соответствующие предельные переходы в (26) и (27), получим описание в отдельности как статического случая, так и ряда частных случаев линейной магнитооптической модуляции при различных состояниях поляризации падающего на кристалл оптического излучения.

Литература

[1] W. I. Tabor, F. S. Chen. J. Appl. Phys., *40*, 2760, 1969.
[2] Le Call, L. P. Lamet. Phys. Stat. Sol., *47*, (b), 591, 1971.
[3] С. А. Ахманов, Р. В. Хохлов. Проблемы нелинейной оптики. АН СССР ВИНИТИ, М., 1964.
[4] М. Борн, Э. Волф. Основы оптики. Изд. «Наука», М., 1970.

Поступило в Редакцию 23 июля 1973 г.