

## СИНТЕЗ СПЕКТРОДЕЛИТЕЛЕЙ

Ш. А. Фурман и Е. Г. Столов

Изложена теория синтеза многослойных интерференционных покрытий, позволяющих достигать высокое пропускание в заданных зонах спектра. Эффективность метода иллюстрируется примером синтеза отрезающего фильтра с высоким пропусканием в определенной части спектра и низким пропусканием в прилегающей к ней длинноволновой области.

В работах [1-3] развита аналитическая теория синтеза, позволяющая определять показатели преломления слоев равнотолщинного интерференционного покрытия с заданной спектральной характеристикой. Однако эта теория оказывается неприменимой в случае, когда показатели преломления части слоев покрытия фиксированы или оптические толщины слоев отличаются друг от друга.

Предлагаемая теория свободна от этих дефектов и позволяет, например, определять параметры покрытий, обладающих высоким отражением и одновременно большим пропусканием в заданных областях спектра.

Синтез базируется на приближенной формуле, описывающей спектральную характеристику многослойного непоглощающего покрытия [4], которую можно записать в виде

$$\frac{R}{T} \approx C_0 \left[ \sum_{i=0}^N r_i^2 + 2 \sum_{0 \leq p < q \leq N} r_p r_q \cos \left( \sum_{l=p+1}^q k_l \alpha \right) \right], \quad (1)$$

$$C_0 = \left[ \prod_{i=0}^N (1 - r_i^2) \right]^{-1}, \quad k_l = n_l h_l \cos \varphi_l / \lambda_0, \\ \alpha = 4\pi (\lambda_0 / \lambda),$$

где  $R$  и  $T$  — энергетические коэффициенты отражения и пропускания покрытия;  $r_i$  — амплитудный коэффициент отражения границы, отделяющей среду с номером  $i$  от среды  $i+1$ ;  $n_l$  и  $h_l$  — показатель преломления и геометрическая толщина слоя с номером  $l$ ,  $\varphi_l$  — угол преломления луча в среде с номером  $l$ ,  $\lambda_0$  — произвольная положительная постоянная;  $\lambda$  — длина волны в вакууме,  $N$  — число слоев в покрытии.

Пусть необходимо рассчитать параметры покрытия, которое обладало бы следующими свойствами:

$$R/T > A \text{ в интервалах значений } \alpha [\xi_1, \xi'_1] \dots [\xi_j, \xi'_j] \quad (2)$$

и

$$R/T < \varepsilon \text{ в интервалах значений } \alpha [a_1, a'_1] \dots [a_f, a'_f], \quad (3)$$

где  $A$  и  $\varepsilon$  — заданные положительные числа.

Относительно области  $[a, b]$  значений  $\alpha$ , в которой осуществляется синтез, условимся, что

$$b \leq 3a. \quad (4)$$

Обычно удается подобрать покрытие, удовлетворяющее требованию (2). Спектроредители типа ВН...НВ (В и Н — слои оптической толщиной  $\Lambda/4$



из материалов с высоким —  $n_p$  — и низким —  $n_n$  — показателями преломления) или 0.5ВН. . . . Н0.5 В, свойства которых хорошо изучены, имеют зоны высокого отражения и области высокого пропускания по обе стороны от них. Максимумы отражения располагаются при  $\lambda = \Delta / (2k - 1)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ . Ширина зоны зависит от величины  $k$  и соотношения показателей преломления слоев покрытия.

Образуя единую систему, например, из элементарных фильтров вышеуказанного типа, последовательно расположенных друг на друге и отличающихся оптическими толщинами слоев, несложно получить покрытие, для которого требование (2) выполняется (если  $b > 3a$ , то для решения задачи следует использовать фильтры типа описанных в работах [5, 6]). Однако маловероятно, что при этом будет удовлетворено и требование (3).

Для обеспечения одновременного выполнения требований (2) и (3) целесообразно вводить между элементарными фильтрами и между системой и обрамляющими ее средами группы согласующих слоев, показатели преломления которых определяются путем синтеза. Количество слоев в группе зависит от выбранного  $\epsilon$  и уточняется в процессе расчета. Мы ограничимся случаем, когда все группы состоят из одинакового количества слоев. Это несколько не ограничивает общности рассмотрения, так как схема синтеза не меняется и при различных числах слоев в группах.

Оптические толщины согласующих слоев выбираются произвольно или исходя из косвенных соображений. Они могут оптимизироваться, например, по методу градиентного спуска [7]. При выборе толщин следует учитывать вопрос, связанный с реализацией покрытия.

В литературе известны попытки решить задачу согласования нескольких интерференционных фильтров между собой и обрамляющими средами путем введения дополнительных слоев [8, 9]. Однако в этих работах исследовались только фильтры, для которых верна, так называемая, теория «эквивалентного слоя» [10], что резко ограничивало класс рассматриваемых покрытий. Кроме того, выбор параметров согласующих слоев осуществлялся эмпирически, что создавало большие трудности при согласовании фильтров в зоне резкого изменения эффективного показателя преломления.

Цель настоящей работы — построение теории, позволяющей аналитически определять оптимальные показатели преломления согласующих слоев.

При фиксированных оптических толщинах согласующих слоев величина  $R/T$  для выбранной системы является функцией от  $\alpha$ ;  $r_0^{(1)}, r_1^{(1)}, \dots, r_p^{(1)}$ ;  $r_0^{(2)}, r_1^{(2)}, \dots, r_p^{(2)}$ ;  $\dots, r_0^{(k)}, r_1^{(k)}, \dots, r_p^{(k)}$ , где  $r_m^{(l)}$  — амплитудный коэффициент отражения границы, отделяющей среду с номером  $m$  группы  $l$  от  $m+1$  среды;  $p$  — число слоев в группе;  $k$  — число групп. Из формулы (1)

следует, что  $R/T > 0$  при любых значениях  $\alpha$  (так как  $R/T \approx$

$\approx C_0 \left| \sum_{q=0}^N r_q \exp \left( -i \sum_{l=1}^q k_l \alpha \right) \right|^2$ ). Поэтому в качестве критерия малости  $R/T$  в интервалах  $\alpha$ , заданных условием (3), удобно использовать функционал

$$J = \sum_{i=1}^f \int_{\alpha_i}^{\alpha_i'} \frac{R}{T} (x; r_0^{(1)}, \dots, r_p^{(1)}; \dots, r_0^{(k)}, \dots, r_p^{(k)}) dx. \quad (5)$$

Величины  $\{r_m^{(l)}\}$  не являются независимыми. Они должны удовлетворять  $k$  уравнениям связи

$$\sum_{m=0}^p r_m^{(l)} = \frac{n_0^{(l)} - n_{p+1}^{(l)}}{2 \sqrt{n_0^{(l)} n_{p+1}^{(l)}}} \prod_{m=0}^p \sqrt{1 - r_m^{(l)^2}},$$

$$m = 0, 1 \dots p$$

$$l = 1, 2 \dots k, \quad (6)$$



$r_m^{(l)} = [n_m^{(l)} - n_{m+1}^{(l)}] / [n_m^{(l)} + n_{m+1}^{(l)}]$  в случае нормального падения светового потока, где  $n_m^{(l)}$   $m = 1, 2, \dots, p$  — показатель преломления  $m$ -го слоя  $l$ -й группы,  $n_0^{(l)}$  и  $n_{p+1}^{(l)}$  — показатели преломления сред, примыкающих к первому и последнему слоям  $l$ -й группы.

Эти уравнения обусловлены тем обстоятельством, что каждая группа согласующих слоев находится между средами с фиксированными показателями преломления (обрамляющими средами и внешними слоями элементарных фильтров выбранной системы).

Если число согласующих слоев в группе невелико (практически этот случай наиболее важен), то, положив  $\prod_{m=0}^p \sqrt{1 - r_m^{(l)2}} \approx 1$ , уравнения (6) несложно linearизовать

$$\sum_{m=0}^p r_m^{(l)} \approx \frac{n_0^{(l)} - n_{p+1}^{(l)}}{2 \sqrt{n_0^{(l)} n_{p+1}^{(l)}}} \quad l = 1, 2, \dots, k. \quad (6')$$

Таким образом, определение  $\{r_m^{(l)}\}$  является задачей на условный экстремум: они должны сообщать минимум функционалу (5) при дополнительных уравнениях связи (6'). Решать ее можно либо методом неопределенных множителей Лагранжа, либо заменив в функционале (5)  $k$  неизвестных из уравнений связи (6') и сведя таким образом задачу к нахождению безусловного экстремума. Первый путь проще с точки зрения составления программы для ЭВМ.

Используя метод неопределенных множителей Лагранжа для определения  $\{r_m^{(l)}\}$ , получаем систему  $(pk + 2k)$  уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial r_m^{(l)}} + \mu_l &= 0 & \left\{ \begin{array}{l} l = 1, 2, \dots, k, \\ m = 0, 1, \dots, p, \end{array} \right. \\ \sum_{m=0}^p r_m^{(l)} &= \frac{n_0^{(l)} - n_{p+1}^{(l)}}{2 \sqrt{n_0^{(l)} n_{p+1}^{(l)}}}, & \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где  $\{\mu_l\}$  — неопределенные множители Лагранжа. Из формулы (4) видно, что система (7) линейна относительно  $\{r_m^{(l)}\}$ , поэтому при ее решении не возникает затруднений. По найденным из этой системы значениям  $\{r_m^{(l)}\}$  определяем искомые показатели преломления согласующих слоев. В случае нормального падения излучения для этой цели можно воспользоваться следующим известным рекуррентным соотношением:

$$n_{m+1}^{(l)} = n_m^{(l)} \frac{(1 - r_m^{(l)})}{(1 + r_m^{(l)})}. \quad (8)$$

В силу (6') найденные значения  $\{r_m^{(l)}\}$  являются приближенными. Для их уточнения можно использовать метод итераций. Если для синтезированного покрытия требование (3) не выполняется, то следует увеличить число согласующих слоев.

Резюмируя сказанное выше, можно выделить следующие основные этапы синтеза:

а) выбор системы, обеспечивающей выполнение требования (2); б) выбор числа согласующих слоев и их оптических толщин; в) составление системы линейных уравнений (7), ее решение и определение  $\{n_m^{(l)}\}$  по найденным значениям  $\{r_m^{(l)}\}$ ; г) уточнение значений  $\{n_m^{(l)}\}$ , если это необходимо.

Следует отметить, что если оптические толщины слоев различных фильтров выбранной системы не равны между собой и число согласующих слоев невелико, то введение последних не приведет к существенному снижению коэффициента отражения в зонах высокого отражения покрытия.

Для иллюстрации вышеописанного метода рассмотрим практически важный случай синтеза коротковолнового отрезающего фильтра, имеющего область высокого отражения и обладающего высоким пропусканием в коротковолновой относительно ее зоне  $[\alpha_1, \alpha'_1]$ . В качестве исходной



системы выберем покрытие типа 0.5ВН. . . . .Н0.5В, число слоев в котором  $(M+2)$  и оптические толщины  $nh$  внутренних слоев —  $\lambda_0$ . Зададим число согласующих слоев равное четырем (по два между исходной системой и каждой из обрамляющих сред), а их оптические толщины равными оптическим толщинам внешних слоев выбранного покрытия —  $\lambda_0/2$ .

Система (7) принимает в этом случае вид

$$\left. \begin{aligned} Ar_0^{(1)} + Br_1^{(1)} + Cr_2^{(1)} + Fr_0^{(2)} + Ir_1^{(2)} + Hr_2^{(2)} + \mu_1 &= rQ_0, \\ Br_0^{(1)} + Ar_1^{(1)} + Br_2^{(1)} + Er_0^{(2)} + Fr_1^{(2)} + Ir_2^{(2)} + \mu_1 &= rQ_1, \\ Cr_0^{(1)} + Br_1^{(1)} + Ar_2^{(1)} + Dr_0^{(2)} + Er_1^{(2)} + Fr_2^{(2)} + \mu_1 &= rQ_2, \\ Fr_0^{(1)} + Er_1^{(1)} + Dr_2^{(1)} + Ar_0^{(2)} + Br_1^{(2)} + Cr_2^{(2)} + \mu_2 &= -rQ_2, \\ Ir_0^{(1)} + Fr_1^{(1)} + Er_2^{(1)} + Br_0^{(2)} + Ar_1^{(2)} + Br_2^{(2)} + \mu_2 &= -rQ_1, \\ Hr_0^{(1)} + Ir_1^{(1)} + Fr_2^{(1)} + Cr_0^{(2)} + Br_1^{(2)} + Ar_2^{(2)} + \mu_2 &= -rQ_0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$r_0^{(1)} + r_1^{(1)} + r_2^{(1)} = \frac{n_0^{(1)} - n_B}{2\sqrt{n_0^{(1)}n_B}},$$

$$r_0^{(2)} + r_1^{(2)} + r_2^{(2)} = \frac{n_B - n_3^{(2)}}{2\sqrt{n_3^{(2)}n_B}},$$

где

$$A = \frac{1}{2}(\alpha'_1 - \alpha_1); \quad B = \sin \frac{\alpha'_1}{2} - \sin \frac{\alpha_1}{2}; \quad C = \frac{\sin \alpha'_1 - \sin \alpha_1}{2},$$

$$D = \frac{\sin(M+1)\alpha'_1 - \sin(M+1)\alpha_1}{2(M+1)}, \quad E = \frac{\sin(M+3/2)\alpha'_1 - \sin(M+3/2)\alpha_1}{2(M+3/2)},$$

$$F = \frac{\sin(M+2)\alpha'_1 - \sin(M+2)\alpha_1}{2(M+2)}, \quad I = \frac{\sin(M+5/2)\alpha'_1 - \sin(M+5/2)\alpha_1}{2(M+5/2)},$$

$$H = \frac{\sin(M+3)\alpha'_1 - \sin(M+3)\alpha_1}{2(M+3)}, \quad r = \frac{n_B - n_H}{n_B + n_H},$$

$$Q_0 = \sum_{k=2}^{M+2} (-1)^{M+2-k} \left[ \frac{\sin(k - \frac{1}{2})\alpha'_1 - \sin(k - \frac{1}{2})\alpha_1}{2k-1} \right],$$

$$Q_1 = \sum_{k=1}^{M+1} (-1)^{M+1-k} \left[ \frac{\sin k\alpha'_1 - \sin k\alpha_1}{2k} \right],$$

$$Q_2 = \sum_{k=1}^{M+1} (-1)^{M+1-k} \left[ \frac{\sin(k - \frac{1}{2})\alpha'_1 - \sin(k - \frac{1}{2})\alpha_1}{2k-1} \right].$$

$[\alpha_1, \alpha'_1]$  — интервал, в котором требуется получить высокое пропускание;  $n_0^{(1)}$  и  $n_3^{(2)}$  — показатели преломления обрамляющих полубесконечных сред;  $r$  — амплитудный коэффициент отражения границы, отделяющей слой с высоким и низким показателями преломления.

В случае  $M=11$ ,  $n_B=2.3$ ,  $n_H=1.35$ ,  $n_0^{(1)}=n_3^{(2)}=1.52$ ,  $\alpha_1=3.84$ ,  $\alpha'_1=4.36$  расчеты дают:  $n_1^{(1)}=n_2^{(2)}=2.15$ ;  $n_2^{(1)}=n_1^{(2)}=3.02$ . При предельном расширении интервала  $[\alpha_1, \alpha'_1]$   $\alpha_1=3.84$ ,  $\alpha'_1=8.72$  и прежних значениях остальных параметров получается  $n_1^{(1)}=n_2^{(2)}=2.01$ ;  $n_2^{(1)}=n_1^{(2)}=2.81$ . Спектральные характеристики обоих покрытий изображены на рис. 1. Как видно из графиков, первый фильтр имеет малый «провал» (~2%) коэффициента пропускания вблизи границы, отделяющей области высокого и низкого пропускания, у второго фильтра этот «провал» (6%) глубже, однако пропускание во всем остальном спектральном диапазоне велико — не хуже 99.3%. Эти фильтры представляют интерес для использования в качестве дихроических спектроделителей, позволяющих, например, в блоках передающих камер цветного телевидения эффективно решить задачу разделения по различным каналам двух участков спектра.



Рассчитанные фильтры обладают высоким пропусканием в широкой зоне от  $\alpha_1=3.84$  до  $\alpha'_1=8.72$ . Кроме того, они имеют следующие преимущества: во-первых, их оптические свойства не ухудшаются при значитель-

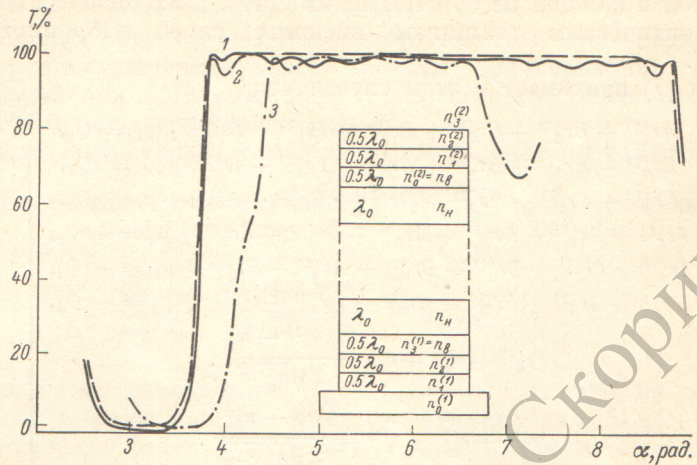


Рис. 1. Зависимость коэффициента пропускания  $T$  от  $\alpha = 4\pi(\lambda_0/\lambda)$  17-слойного покрытия 17П0.5В<sub>1</sub> 0.5В<sub>2</sub> 0.5ВНВ... Н0.5В 0.5В<sub>2</sub> 0.5В<sub>1</sub> П, ограниченного с обеих сторон полубесконечными обрамляющими средами П с показателем преломления  $n_{\text{П}}=1.52$ .

Оптические толщины каждого из крайних трех слоев покрытия равны  $\lambda_0/2$ , а оптические толщины остальных слоев —  $\lambda_0$ ;  $n_{\text{В}}=2.3$ ;  $n_{\text{Н}}=1.35$ . 1 —  $n_{\text{В}1}=2.15$ ;  $n_{\text{В}2}=3.02$ ; нормальное падение потока на покрытие. 2 —  $n_{\text{В}1}=2.01$ ;  $n_{\text{В}2}=2.81$ ; нормальное падение потока на покрытие. 3 —  $n_{\text{В}1}=2.01$ ;  $n_{\text{В}2}=2.81$ ; угол падения потока на фильтр  $30^\circ$ .

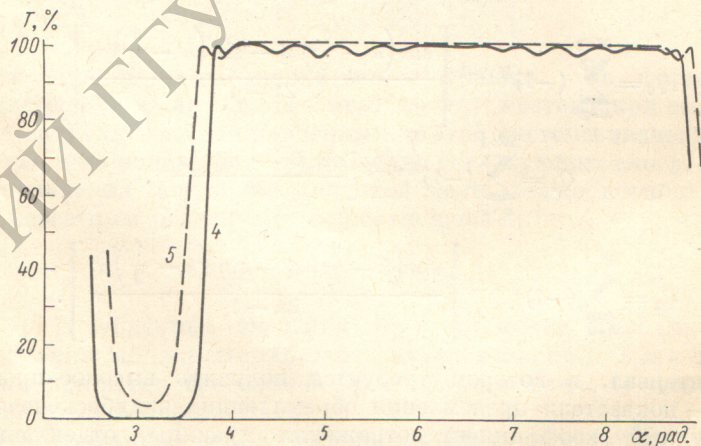


Рис. 2. Зависимость коэффициента пропускания  $T$  от  $\alpha = 4\pi(\lambda_0/\lambda)$  17-слойного покрытия 17П<sub>1</sub> 0.5В<sub>1</sub> 0.5В<sub>2</sub> 0.5ВНВ... Н0.5В 0.5В<sub>2</sub>' 0.5В<sub>1</sub>'П<sub>2</sub>, ограниченного с обеих сторон полубесконечными обрамляющими средами П<sub>1</sub> и П<sub>2</sub> с показателями преломления  $n_{\text{П}1}=1.52$ ,  $n_{\text{П}2}=1.0$ .

Оптические толщины каждого из крайних трех слоев покрытия равны  $\lambda_0/2$ ; а оптические толщины остальных слоев —  $\lambda_0$ ; 4 —  $n_{\text{В}}=2.3$ ;  $n_{\text{Н}}=1.35$ ;  $n_{\text{В}1}=2.14$ ;  $n_{\text{В}2}=3.02$ ;  $n_{\text{В}2}'=2.71$ ;  $n_{\text{В}1}'=1.66$ ; 5 —  $n_{\text{В}}=2.0$ ;  $n_{\text{Н}}=1.45$ ;  $n_{\text{В}1}=1.83$ ;  $n_{\text{В}2}=2.25$ ;  $n_{\text{В}2}'=2.02$ ;  $n_{\text{В}1}'=1.35$ .

ном изменении угла падения излучения (рис. 1, кривая 3), во-вторых, фильтры слабо чувствительны к ошибкам в оптических толщинах и показателях преломления слоев, что весьма важно при практической реализации; в-третьих, согласование фильтров с обрамляющими средами в ши-



рокой области спектра осуществляется за счет введения небольшого числа слоев равной оптической толщины. Используя систему (9), несложно рассчитать фильтры для любых значений показателей преломления исходного покрытия и обрамляющих сред. В случае обрамляющих сред с показателями преломления  $n_0^{(1)}=1.52$ ,  $n_3^{(2)}=1.0$ ,  $n_B=2.3$ ,  $n_H=1.35$ ,  $\alpha_1=3.84$ ,  $\alpha'_1=4.36$ ,  $M=11$  получаем следующие значения показателей преломления согласующих слоев:  $n_1^{(1)}=2.14$ ,  $n_2^{(1)}=3.02$ ,  $n_3^{(2)}=2.71$ ,  $n_4^{(2)}=1.66$ .

При  $n_0^{(1)}=1.52$ ,  $n_3^{(2)}=1.0$ ,  $n_B=2.0$ ,  $n_H=1.45$ ,  $\alpha_1=3.76$ ,  $\alpha'_1=6.28$ ,  $M=11$  расчет дает:  $n_1^{(1)}=1.83$ ,  $n_2^{(1)}=2.25$ ,  $n_3^{(2)}=2.02$ ,  $n_4^{(2)}=1.35$ .

Спектральные характеристики обоих фильтров изображены на рис. 2. Они могут применяться в качестве теплофильтров или для устранения побочной полосы пропускания узкополосного интерференционного фильтра.

В литературе известны коротковолновые отрезающие фильтры [11], однако они не обладают всеми достоинствами, которые присущи вышеописанным покрытиям.

Предложенная теория синтеза может быть использована для решения еще целого ряда практически важных задач. Так, например, для расчета полосовых фильтров, имеющих две и более зоны высокого пропускания, коротковолновых и длинноволновых отрезающих систем с широкими зонами высокого пропускания и отражения и т. п.

В заключение отметим, что при отсутствии материалов с требуемыми показателями преломления в некоторых случаях согласующие слои могут заменяться симметричными тонкослойными системами (например, типа 0.5 ВН 0.5 В или 0.5 НВ 0.5 Н) с эффективными показателями преломления и толщинами, близкими к рассчитанным вышеуказанным методом в рассматриваемой спектральной области.

Выражаем благодарность Н. М. Слотиной за помощь в расчетах.

#### Литература

- [1] R. I. Regis. J. Opt. Soc. Am., 51, 1255, 1961.
- [2] Ш. А. Фурман, А. Г. Власов. Оптико-механич. промышл., № 8, 10, 1962.
- [3] Ш. А. Фурман. Опт. и спектр., 21, 82, 1966.
- [4] Ш. А. Фурман. Оптико-механич. промышл., № 12, 34, 1962.
- [5] A. Thelen. J. Opt. Soc. Am., 53, 1266, 1963.
- [6] A. Thelen. J. Opt. Soc. Am., 63, 65, 1973.
- [7] А. М. Ермолаев, И. М. Минков, А. Г. Власов. Опт. и спектр., 13, 259, 1962.
- [8] L. I. Epstein. J. Opt. Soc. Am., 42, 806, 1952.
- [9] A. Thelen. J. Opt. Soc. Am., 56, 1533, 1966.
- [10] A. Herpin. Comp. rend., 225, 1821, 1947.
- [11] P. W. Baumeister. J. Opt. Soc. Am., 48, 955, 1958.

Поступило в Редакцию 17 июля 1973 г.