

УДК 535.317.1

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ВИБРОМЕТРИЯ С ВРЕМЕННЫМ УСРЕДНЕНИЕМ—ОСОБЕННОСТИ ЗАПИСИ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ

М. М. Бутусов

Спектральный анализ когерентного оптического поля, рассеянного колеблющимся объектом, показывает, что условия оптимальной линейной голографической записи существенным образом зависят от соотношения поверхностей, занимаемых колеблющимися и неподвижными частями объекта.

1. Одной из основных особенностей голографической виброметрии с временным усреднением [1] является непостоянная яркость интерференционных полос, описывающих распределение амплитуд колебаний по поверх-

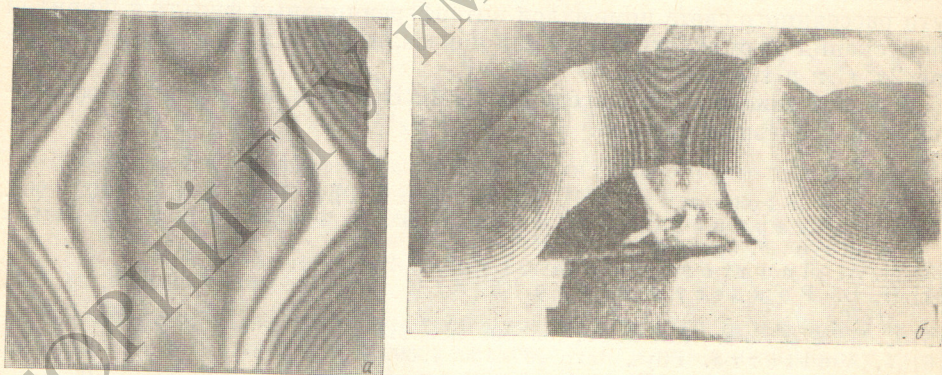


Рис. 1.

а — голографическая интерферограмма колеблющейся прямоугольной пластины, закрепленной на концах; б — голографическая интерферограмма вибрирующего изгиба трубы.

ности наблюдаемого объекта. Эта особенность полезна, когда а priori неизвестен закон распределения амплитуд, и наиболее яркие интерференционные полосы, соответствующие нулевым амплитудам колебаний, позволяют однозначно определить этот закон (рис. 1, а). В то же время голографическая виброметрия с временным усреднением считается неудобной для изучения колебаний большой амплитуды в связи со значительным ухудшением видимости соответствующих интерференционных полос (рис. 1, б).

2. Рассмотрим подробнее факторы, определяющие условия записи на голограмму информации о диффузном объекте, движущемся во время экспозиции, причем ограничимся скалярным приближением. С точностью до осциллирующего со световой частотой (ω_0) множителя

$$A(x, t) = -\frac{i}{kz} \iint_S a(u) e^{ikR(x, u, t)} du. \quad (1)$$

Здесь $A(x, t)$ — комплексный аналитический сигнал в плоскости голограммы $\mathbf{x}(x, y)$, $a(\mathbf{u})$ — амплитуда сигнала в плоскости объекта $\mathbf{u}(u, v)$, $R = [(x-u)^2 + (y-v)^2]^{1/2}$, S — поверхность объекта, z — расстояние объекта до голограммы, причем $|\mathbf{x}|_{\max} \ll z$, $|\mathbf{u}|_{\max} \ll z$; $k = 2\pi/\lambda$, где λ — длина световой волны (рис. 2).

Если движение голографируемого объекта носит колебательный характер с амплитудой $c(\mathbf{u})$, удовлетворяющей обычному условию $c \ll |\mathbf{u}|_{\max} \ll z$ и частотой Ω , то выражение (1) можно переписать в виде

$$A(\mathbf{x}, t) = -\frac{i}{kz} \iint_S a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}; \mathbf{u})} e^{ikr(\mathbf{u}) \sin \Omega t} d\mathbf{u}, \quad (2)$$

где $R_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ определяется в соответствии с (1) для неподвижного объекта, $r(\mathbf{x}', \mathbf{u}) = c(\mathbf{u}) [\cos \theta_1(\mathbf{u}) + \cos \theta_2(\mathbf{u}, \mathbf{x})]$, $\theta_1(\mathbf{u})$ — угол между направлением освещения объекта и вектором колебаний в данной точке объекта $c(\mathbf{u})$, $\theta_2(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ — угол между вектором колебаний в данной точке объекта $c(\mathbf{u})$ и направлением на данную точку голограммы \mathbf{x} .

В предположении, что вектор колебаний направлен по нормали к поверхности объекта, объект освещен плоской световой волной, и взаимные угловые размеры объекта и голограммы невелики, можно считать, что

$$\theta_1 = \text{const}(\mathbf{u}), \quad \theta_2 = \text{const}(\mathbf{x}, \mathbf{u}).^1$$

В этом случае приходим к

$$A(\mathbf{x}, t) = -\frac{i}{kz} \iint_S a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \xi(\mathbf{u}) \sin \Omega t} d\mathbf{u}, \quad (2a)$$

где

$$\xi(\mathbf{u}) = c(\mathbf{u}) (\cos \theta_1 + \cos \theta_2).$$

Используя разложение

$$e^{ik\xi \sin \Omega t} = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(k\xi) e^{iq\Omega t},$$

где J_q — функции Бесселя первого рода, получаем

$$A(\mathbf{x}, t) = -\frac{i}{kz} \iint_S \left\{ a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q[k\xi(\mathbf{u})] e^{iq\Omega t} \right\} d\mathbf{u}. \quad (3)$$

Разбивая объект с произвольным распределением амплитуд колебаний на N областей, амплитуды которых ξ_n постоянны в пределах данной области, получаем

$$\begin{aligned} A(\mathbf{x}, t) &\approx -\frac{i}{kz} \sum_{n=1}^N \iint_{S_n} \left\{ a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(k\xi_n) e^{iq\Omega t} \right\} d\mathbf{u} = \\ &= -\frac{i}{kz} \sum_{n=1}^N \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(k\xi_n) e^{iq\Omega t} \iint_{S_n} a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} d\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь S_n — поверхность n -й области объекта.

3. Формула (4) наглядно иллюстрирует спектральный распад аналитического сигнала, поступающего в плоскость голограммы от колеблющегося объекта, — каждая из N областей вносит свой вклад в этот распад, при-

¹ Правомочность этого предположения будет обсуждена ниже.

чем этот вклад различен в зависимости от амплитуды колебаний в этой области (рис. 3). Например, область нулевых колебаний (нодальная) дает вклад в аналитический сигнал только на частоте ω_0 , т. е. не расщепляет его. Область с амплитудой колебаний ξ_u расщепляет сигнал в общем случае на бесконечный ряд гармоник $\omega_0 \pm q\Omega$, причем вклад q -й гармоники зависит от аргумента $k\xi_n$.

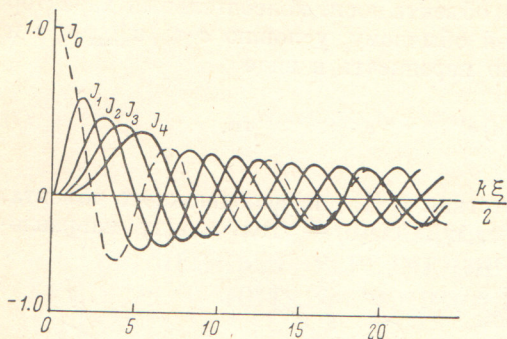


Рис. 3. Нарастание амплитуд высших спектральных компонент с ростом приведенной амплитуды колебаний ξ .

Например, для области, в которой $k\xi_n = 5$, вклад в сигнал с частотой ω_0 составляет лишь 15% вклада от неподвижной области тех же размеров [2]. Поведение различных спектральных гармоник в зависимости от аргумента $k\xi_n$ показано на рис. 3. Поскольку гармоники с $q=0$ некогерентны с опорным сигналом, на голограмму записывается суммарная интенсивность света, соответствующего вкладу этих гармоник.

С учетом этого можно переписать (4) в виде

$$A(\mathbf{x}, t) \approx -\frac{i}{kz} \sum_{n=1}^N J_0(k\xi_n) \iint_{S_0} a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} d\mathbf{u} - \frac{i}{kz} \sum_{n=1}^N \sum_{q \neq 0}^{\infty} J_q(k\xi_n) e^{iq\Omega t} \iint_{S_0} a(\mathbf{u}) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} d\mathbf{u} = A_k(\mathbf{x}) + \sum_{q \neq 0} A_{\text{нк}}(\mathbf{x}, t). \quad (5)$$

Естественно, что при принятом предположении $t_{\text{эксп.}} \gg T_{\text{колеб.}}$ когерентный аналитический сигнал не зависит от времени

$$A_k(\mathbf{x}) = -\frac{i}{kz} \iint_S a(\mathbf{u}) J_0(k\xi) e^{ikR_0(\mathbf{x}, \mathbf{u})} d\mathbf{u}. \quad (6)$$

Выражение (6) представляет собой математическое обоснование идеи Гудмена [3] о действии голограммы как временного фильтра, однако здесь представляется уместным расширить это толкование: экспонирование объекта, колеблющегося во время экспозиции, согласно (6), происходит так, как если бы поверхность объекта была перекрыта виртуальным транспарантом с амплитудным пропусканием $\tau_v \sim J_0[k\xi(\mathbf{u})]$, где $\xi(\mathbf{u})$ — приведенная амплитуда колебаний точек поверхности. По этой причине интерференционные полосы в голографии с усреднением всегда локализованы на поверхности объекта.

4. Если апертура голограммы не настолько мала, чтобы пренебречь изменением угла $\Delta\theta_2$ наблюдения объекта с двух противоположных точек голограммы (рис. 2), то нетрудно видеть, как это отразится на пропускании виртуального транспаранта (рис. 4); происходит усреднение значения τ_v в пределах некоторого диапазона

$$\Delta(k\xi) = k\Delta\xi = -kc(\mathbf{u}) \sin \theta_2 \Delta\theta_2. \quad (7)$$

В целом кривая амплитудного пропускания виртуального транспаранта пойдет ниже кривой $J_0[k\xi(\mathbf{u})]$, что приведет к уменьшению яркости соот-

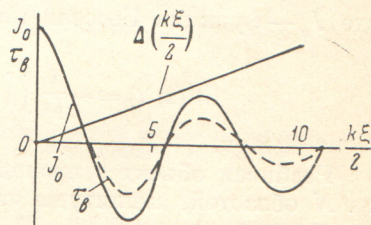


Рис. 4. Пропускание виртуального транспаранта τ_v уменьшается по сравнению с $J_0(k\xi)$ по мере роста диапазона усреднения $\Delta(k\xi)$.

ветствующих светлых интерференционных полос. Из (7) видно, что этот эффект менее всего сказывается, когда направление наблюдения совпадает с вектором колебаний ($\Theta_2 \rightarrow 0$). С другой стороны, наиболее велико влияние этого эффекта на яркость интерференционной картины для областей с большими амплитудами колебаний, поскольку диапазон усреднения пропорционален $c(\mathbf{u})$. Например, при конкретных значениях ($c=3\lambda$, $\Theta_2=30^\circ$) нетрудно получить, что диапазон усреднения $\Delta(k\xi)$ для голограммы, охватывающей угол около 20° , составляет величину порядка периода функции $J_0(k)$.

5. Возвращаясь к выражению (5), обратим еще раз внимание на то, что в записи голограммы принимают участие три световых волны — опорная с комплексной амплитудой $A_0(\mathbf{x})$, когерентная с опорной частью предметной волны $A_K(\mathbf{x})$, и набор некогерентных волн $\sum_{q \neq 0} A_{\text{нк}}(\mathbf{x}, t)$. В соответствии с этим распределение интенсивности света в плоскости голограммы $I(\mathbf{x}, t)$ определяется как

$$I(\mathbf{x}, t) = (A_0 + A_K)(A_0 + A_K)^* + \sum_q \sum_{q'} A_{\text{нк}}(\mathbf{x}, t) A_{\text{нк}}^*(\mathbf{x}, t) = |A_0|^2 + |A_K|^2 + \sum_q \sum_{q'} A_{\text{нк}} A_{\text{нк}}^* + A_0 A_K^* + A_0^* A_K. \quad (8)$$

Из (8) видно, что рабочая точка на характеристической кривой фотоматериала голограммы,

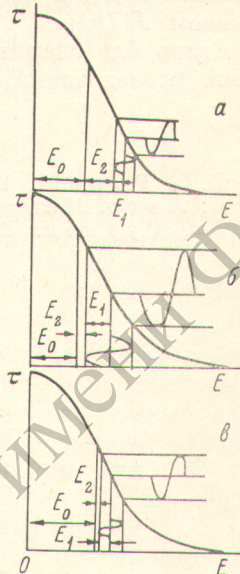


Рис. 5. Условия записи голограммы при различных соотношениях $E_0 = \{|A_0|^2\} t_{\text{эксп.}}$, $E_2 = \left\{ \sum_q \sum_{q'} A_{\text{нк}} A_{\text{нк}}^* \right\} t_{\text{эксп.}}$ и $E_1 = \{|A_K|^2\} t_{\text{эксп.}}$.
 а — $E_2 > E_1$, $K \approx 1$; б — $E_1 > E_2$, $K \approx 1$; в — $E_1 > E_2$, $K \ll 1$.

определяющая линейность и контрастность записи голограммы, зависит от суммарной интенсивности опорной и двух предметных волн. В то же время глубина модуляции записываемой голограммы определяется произведением амплитуд опорной и когерентной предметной волн.

Ясно поэтому, что условия оптимальной линейной записи на голограмму различных вибрирующих объектов оказываются разными, поскольку основной вклад в когерентную предметную волну вносят области с нулевой и близкими к нулевой амплитудами колебаний. Из рис. 5, а видно, что если большую часть светорассеивающей поверхности объекта составляют области, колеблющиеся с большой амплитудой, т. е. $|A_K|^2 \ll \sum_q \sum_{q'} A_{\text{нк}} A_{\text{нк}}^*$,

то оптимальные условия записи выполняются даже при равенстве интенсивностей опорного и предметного пучков, $K = I_{\text{предм.}} / I_{\text{опорн.}} \approx 1$, т. е. для случая, который в большинстве голографических экспериментов не рекомендуется. Если большую часть поверхности объекта составляют неподвижные детали и нодальные области, то случай $K \approx 1$ приводит к нелинейной записи (рис. 5, б) и следует потребовать выполнение обычного условия $K \ll 1$ (рис. 5, в).

6. Таким образом, можно сделать вывод.

а. Запись голографической информации о колеблющемся объекте происходит так, как будто поверхность объекта перекрыта виртуальным транспарантом с амплитудным пропусканием, меняющимся как $I_0(k\xi)$, причем основной вклад в глубину пространственной модуляции микроинтерференционной картины в плоскости голограммы вносят неподвижные области объекта.

б. Рабочая точка на характеристической кривой фотоматериала определяется, однако, суммой интенсивностей световых волн, рассеянных колеблющимися и неколеблющимися областями объекта и интенсивностью опорной волны.

в. Поэтому оптимальные условия линейной записи зависят от распределения амплитуд колебаний по поверхности объекта — для объектов, большая часть поверхности которых колеблется, оптимальным условием записи является необычное условие равенства интенсивностей предметного и опорного пучков.

г. При углах наблюдения объекта, отличных от нормального, начинает все сильнее сказываться влияние конечной угловой апертуры голограммы, проявляющееся в уменьшении яркости светлых интерференционных полос с большими номерами по сравнению с выведенным в [1] законом $J_0^2(k\xi)$.

Автор благодарит У. Кеннеди, любезно предоставившего материалы своих исследований, из которых заимствован рис. 1, б.

Литература

- [1] R. L. Powell, K. A. Stetson. *J. Opt. Soc. Am.*, 55, 1593, 1965.
- [2] А. Анго. Математика для электро- и радиоинженеров. Изд. «Наука», М., 1965.
- [3] Дж. Гудмен. Введение в Фурье-оптику. Изд. «Мир», М., 1970.

Поступило в Редакцию 4 апреля 1973 г.