

УДК 535.2+530.182 : 535

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ С ДИСПЕРСИЕЙ

А. А. Колоколов и А. И. Суков

В рамках скалярного параболического приближения рассмотрено распространение трехмерных уединенных волн в нелинейной среде с дисперсией. Проведен численный расчет самосжатия волновых пакетов в непоглощающей кубичной среде, среде с линейным и нелинейным поглощением и среде с насыщением нелинейности. Показано, что учет трехфотонного поглощения и насыщения нелинейности при любых начальных размерах импульса приводит к устранению самосжатия импульса в точку. Приводятся численные оценки влияния дисперсионного расплывания импульсов на длину их самофокусировки в кубичной среде.

Самофокусировка коротких световых импульсов в настоящее время привлекает большое внимание. В ряде работ были рассмотрены такие новые явления как аномальное уширение спектра пикосекундных импульсов [1-4], изменение формы огибающей импульса и образование световых ударных волн [2-3], влияние релаксации нелинейной поляризации на ограничение максимального поля самофокусирующегося пучка [5], образование нескольких фокусов при самофокусировке достаточно коротких импульсов [6, 7]. Кроме перечисленных явлений, в нелинейной среде с дисперсией могут существовать уединенные волны, распространяющиеся без изменения формы с групповой скоростью. Некоторые особенности распространения таких одномерных и трехмерных волновых пакетов были изучены в рамках скалярного кубичного уравнения [8, 9]. В данной работе на основе скалярного волнового уравнения исследовано поведение уединенных трехмерных волн в непоглощающей кубичной среде, среде с поглощением (линейным и нелинейным) и в среде с насыщающейся нелинейностью. Приводятся оценки влияния дисперсионного растяжения импульсов на его самофокусировку в кубичной среде.

### 1. Непоглощающая кубичная среда

Комплексная огибающая электрического поля  $\psi$  квазимонохроматической волны в параболическом приближении подчиняется уравнению [8]

$$i2 \frac{k}{v_{гр.}} \frac{\partial \psi}{\partial t} + \kappa \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \Delta_{\perp} \psi + k^2 f(|\psi|^2) \psi = 0, \quad (1)$$

где  $k$  — волновое число,  $v_{гр.}$  — групповая скорость,  $\kappa = k \omega''_{kk} / v_{гр.} \equiv -k v_{гр.}^2 k''_{\omega\omega}$ ,  $f(|\psi|^2) = f_1(|\psi|^2) + i f_2(|\psi|^2)$  описывает нелинейную часть диэлектрической проницаемости,  $\xi = z - v_{гр.} t$ .

Считая  $\kappa > 0$  и переходя к безразмерным переменным  $\tau = k v_{гр.} / 2t$ ,  $R = \kappa \sqrt{r_1^2 + \kappa^{-1} \xi^2}$ , получим уравнение

$$i \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} + \frac{2}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + f(|\psi|^2) \psi = 0. \quad (2)$$

Уравнение (2) при  $f_1 = |\psi|^2$ ,  $f_2 = 0$  имеет счетное множество стационарных решений со сферической симметрией [9, 10].

$$\psi_n = \varphi_n(R) e^{i\gamma\tau}, \quad \gamma > 0,$$



где амплитуда  $\varphi_n$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{d^2\varphi_n}{dR^2} + \frac{2}{R} \frac{d\varphi_n}{dR} - \gamma\varphi_n + \varphi_n^3 = 0 \quad (3)$$

и граничным условиям

$$\frac{d\varphi_n}{dR}(0) = 0, \quad \varphi_n(\infty) = 0.$$

Стационарные решения представляют собой волновые пакеты с конечной энергией

$$I_n = \int |\psi_n|^2 dV = 4\pi \frac{\lambda \sqrt{\kappa}}{\varepsilon_2 \sqrt{\gamma}} \int_0^\infty \varphi_n^2 R dR = 4\pi \frac{\lambda^3 \sqrt{\kappa}}{\varepsilon_2 \sqrt{\gamma}} c_n, \quad (4)$$

распространяющиеся без изменения формы со скоростью  $v_{гр}$  вдоль оси  $z$ .

Данные решения неустойчивы относительно экспоненциально растущих возмущений, причем характерное время разрушения стационарного решения  $\tau_p$  равно [12]

$$\tau_p \sim \frac{2}{5.9\gamma kv_{гр}},$$

где  $\gamma$  определяется продольным размером импульса  $l_{||} \sim \lambda \kappa^{1/2} / \gamma^{1/2}$ .

Отсюда расстояние, на котором разрушаются стационарные решения  $l_p$ , равно

$$l_p = \tau_p v_{гр} \sim \frac{l_{||}^2}{\lambda \kappa}.$$

Для пикосекундных импульсов  $l_{||} = 10^{-2}$  см,  $\lambda = 10^{-5}$  см,  $\kappa = 10^{-2}$  и  $l_p = 300$  см. Если  $l_{||} = 10^{-3}$  см, то  $l_p = 3$  см, поэтому для экспериментального наблюдения трехмерных уединенных волн в кубической среде необходимо использовать достаточно длинные импульсы.

При определенных начальных условиях в процессе распространения импульсов в кубической среде образуется особенность [9]. Определим ту часть полной энергии, которая фокусируется в особенность. В качестве количественной меры энергии, фокусирующейся в особенность, можно

взять величину  $I_{0.5} = \int_0^{R_{0.5}} |\psi|^2 R^2 dR$ , где  $R_{0.5}$  — расстояние, на котором амплитуда в два раза меньше максимальной.

Используя метод работы [13], можно показать, что распределение амплитуды при небольших  $R$  вблизи особенности совпадает с распределением амплитуды основной моды уравнения (3), ширина которой  $\sigma$  уменьшается до нуля по мере приближения к особенности. Следовательно, в особенность фокусируется энергия, равная энергии основной моды с нулевой шириной. Из (4) видно, что

$$I_0 \sim \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \sim \sigma,$$

поэтому в случае импульсов со сферической симметрией в особенность фокусируется нулевая энергия и

$$\lim_{\tau \rightarrow \tau_{сх.}} I_{0.5} = 0.$$

Полная энергия импульса при этом, конечно, сохраняется вплоть до точки схлопа.

Уравнение (2) с начальным условием

$$\psi(0, R) = \frac{\alpha}{\sqrt{\sigma_0^3}} e^{-R^2/2\sigma_0^2} \quad (5)$$



и граничными условиями

$$\frac{\partial \psi}{\partial R}(0, \tau) = 0, \quad \psi(\infty, \tau) = 0 \quad (6)$$

при  $f_1 = |\psi|^2, f_2 = 0$  решалось численно на ЭВМ. Уравнение (2) аппроксимировалось неявной разностной схемой второго порядка по  $r$  и первого по  $\tau$ , причем входящий в уравнение нелинейный член линеаризовался [11]. Разностная схема решалась методом прогонки для  $0 \leq r \leq r^*$ , где  $r^*$  выбиралась равным  $(5 \div 15) \sigma_0$ .

Анализ решений, полученных при различных значениях  $\alpha$  и  $\sigma$ , показал, что асимптотика решений при фиксированном значении  $\alpha$  (начальной энергии) однозначно определяется величиной  $\sigma_0$ . Для каждого значения  $\alpha$  существует такая критическая ширина  $\sigma_0^*(\alpha)$ , что при  $\sigma_0 < \sigma_0^*(\alpha)$  импульс сжимается в точку, при  $\sigma_0 > \sigma_0^*(\alpha)$  импульс расплывается. Этот вывод согласуется с результатом, полученным в параксиальном приближении [14]. Поведение амплитуды  $A(0, \tau) = |\psi(0, \tau)|$  при  $\alpha = 5.83$  и различных значениях  $\sigma_0$  приведено на рис. 1. Достаточным условием образования особенности («схлопа» импульса) является отрицательность второго интеграла  $I_2$  уравнения (2) [9]

$$I_2 = \int (|\nabla \psi|^2 - \frac{|\psi|^4}{2}) dV.$$

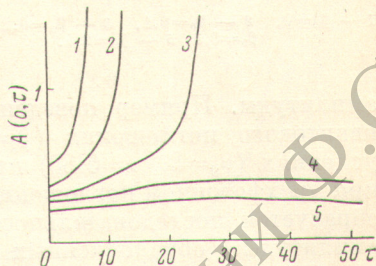


Рис. 1.

1 —  $\sigma_0 = 0$ , 2 —  $\sigma_0 = 6$ , 3 —  $\sigma_0 = 7$ ,  
4 —  $\sigma_0 = 8$ , 5 —  $\sigma_0 = 9$ .

Асимптотика решения при  $I_2 > 0$  величиной интеграла  $I_2$  однозначно не определяется. При условии (5) всегда можно выбрать по крайней мере два значения ширины  $\sigma_0'$  и  $\sigma_0''$  таким образом, что

$$\sigma_0' < \sigma_0^*(\alpha) < \sigma_0'', \quad I_2(\alpha, \sigma_0') = I_2(\alpha, \sigma_0'') > 0,$$

причем импульс с начальной шириной  $\sigma_0'$  за конечное время сжимается в точку, а импульс с начальной шириной  $\sigma_0''$  при  $\tau \rightarrow \infty$  расплывается. Анализ радиального распределения амплитуды вблизи особенности показал, что энергия, заключенная в пространстве  $0 \leq R \leq R_{0.5}$ , где  $R_{0.5}$  — расстояние, на котором амплитуда  $A(R, \tau)$  в два раза меньше максимальной  $A(0, \tau)$ , по мере приближения к особенности монотонно уменьшается. Например, при увеличении амплитуды  $A(0, \tau)$  в десять раз по сравнению с начальной величиной соответствующая энергия уменьшается в  $3 \div 5$  раз в зависимости от величин  $\alpha$  и  $\sigma_0$ . Этот результат подтверждает высказанное предположение о том, что в особенность фокусируется энергия, равная нулю.

## 2. Поглощающая среда

Учтем в уравнении (2) члены, описывающие поглощение. Рассмотрим отдельно три случая: 1) линейное поглощение  $f_2 = \beta_0$ , 2) двухфотонное поглощение  $f_2 = \beta_1 |\psi|^2$ , 3) трехфотонное поглощение  $f_2 = \beta_2 |\psi|^4$ . Численные расчеты, проведенные с начальным условием (5), показали, что общая картина поведения световых импульсов в поглощающей среде при различных значениях  $\alpha$  и  $\sigma_0$  остается неизменной и сходной с результатами, полученными для пучков с цилиндрической симметрией [15-17]. При линейном и двухфотонном поглощениях каждому значению  $\alpha$  и  $\sigma_0$  соответствуют критические величины коэффициентов поглощения  $\beta_0^*(\alpha, \sigma_0)$  и  $\beta_1^*(\alpha, \sigma_0)$ : при  $\beta_0 < \beta_0^*$  или  $\beta_1 < \beta_1^*$  импульс за конечное время сжимается в точку, при  $\beta_0 > \beta_0^*$  или  $\beta_1 > \beta_1^*$  импульс с теми же начальными данными при  $\tau \rightarrow \infty$  монотонно расплывается. На рис. 2 и 3 приведены график амплитуды  $A(0, \tau)$  для линейного и двухфотонного поглощения



при  $\alpha=5.83$  и  $\sigma_0=3$ . В случае трехфотонного поглощения при всех рассмотренных нами значениях  $\alpha$ ,  $\sigma_0$  и  $\beta_2$  с возможной для наших численных расчетов точностью происходило ограничение бесконечного возрастания

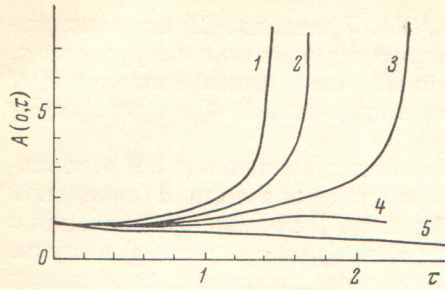


Рис. 2.

1 —  $\beta_0=0$ , 2 —  $\beta_0=0.1$ , 3 —  $\beta_0=0.2$ , 4 —  $\beta_0=0.3$ , 5 —  $\beta_0=0.4$ .

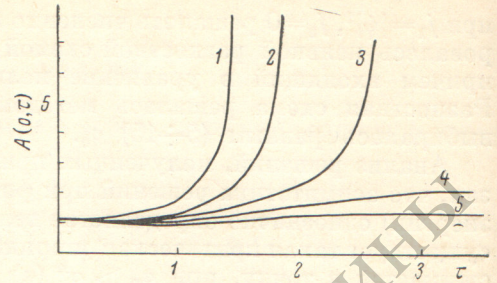


Рис. 3.

1 —  $\beta_1=0$ , 2 —  $\beta_1=0.1$ , 3 —  $\beta_1=0.2$ , 4 —  $\beta_1=0.3$ , 5 —  $\beta_1=0.4$ .

амплитуды. Пример поведения  $A(0, \tau)$  при различной величине трехквантового поглощения ( $\beta_2=0.1 \div 2.5 \cdot 10^{-3}$ ) и неизменных начальных условиях ( $\sigma_0=3$ ,  $\alpha=5.83$ ) приведен на рис. 4. Интересно отметить, что при трехфотонном поглощении, как и в случае цилиндрических пучков, образуется последовательность постепенно уменьшающихся максимумов амплитуды, обусловленных последовательной фокусировкой дальних сферических слоев импульса [16].

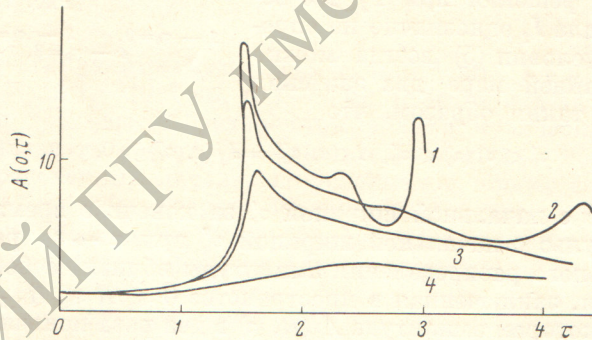


Рис. 4.

1 —  $\beta_2=0.0025$ , 2 —  $\beta_2=0.004$ , 3 —  $\beta_2=0.01$ , 4 —  $\beta_2=0.12$

### 3. Среда с насыщающейся нелинейностью.

Как отмечалось выше, необходимым условием образования особенности является существование стационарных решений со сколь угодно малой шириной. В случае среды с насыщающейся нелинейностью  $f_1(|\psi|^2)$  является ограниченной при всех значениях поля функцией, поэтому ширина стационарных решений ограничена снизу некоторой константой. Умножая (2) на  $\varphi$  и интегрируя, получим

$$\int (\nabla\varphi)^2 dV = \int f\varphi^2 dV - \gamma \int \varphi^2 dV < (M - \gamma) \int \varphi^2 dV, \quad (7)$$

где

$$M = \max f.$$

Определяя эффективную ширину распределения  $\sigma$  по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\int \varphi^2 r^2 dV}{\int \varphi^2 dV}$$



и используя известное неравенство

$$\int (\nabla\varphi)^2 dV \int r^2\varphi^2 dV \geq k \left( \int \varphi^2 dV \right)^2,$$

где  $k$  — константа, зависящая только от размерности лапласиана в уравнении (2), на основе (7) получим

$$\sigma^2 > \frac{k}{M-\gamma} > \frac{k}{M}.$$

Отсюда следует, что учет насыщения нелинейности должен приводить к устранению особенности.

Распространение импульсов со сферической симметрией в среде с насыщением при  $f_1 = |\psi|^2 / (1 + |\psi|^2)$  в параксиальном приближении изучалось в [14]. В этой работе было показано, что стационарные решения в слу-

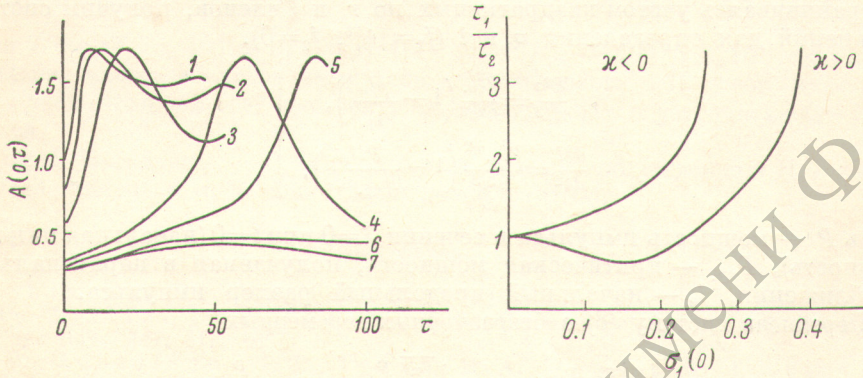


Рис. 5.

1 —  $\sigma_0=3.5$ , 2 —  $\sigma_0=4$ , 3 —  $\sigma_0=5$ , 4 —  $\sigma_0=7.5$ , 5 —  $\sigma_0=8$ , 6 —  $\sigma_0=8.4$ , 7 —  $\sigma_0=8.5$ .

Рис. 6.

чае насыщающейся нелинейности существуют только при энергии  $I > I_{кр.}$ , причем каждому значению энергии соответствуют два решения: устойчивое и неустойчивое. При фиксированной энергии  $I > I_{кр.}$  и начальном условии (5) существуют два граничных значения ширины  $\sigma_1(I)$  и  $\sigma_2(I)$  ( $\sigma_1 < \sigma_2$ ): при  $\sigma_0 < \sigma_1$  или  $\sigma_0 > \sigma_2$  импульс расплывается, при  $\sigma_1 < \sigma_0 < \sigma_2$  импульс совершает периодические пульсации около устойчивого стационарного решения. Ширина  $\sigma_2(I)$  соответствует неустойчивому стационарному решению. Эта качественная картина проверялась численными расчетами. Вычисления проводились при начальном условии (5) и фиксированном значении  $\alpha=6.38$  ( $I=18 > I_{кр.}=12.5$ ). В целом качественная картина, полученная в параксиальном приближении, подтвердилась результатами численных расчетов. На рис. 5 показано поведение амплитуды  $A(0, \tau)$  для различных значений  $\sigma_0$  в окрестности неустойчивого стационарного решения, соответствующего  $\sigma_0=8.4$ . Как видно из рис. 5, при  $\sigma_0 > 8.4$  импульс расплывается, при  $\sigma_0 < 8.4$  совершает колебания. Относительно невысокая точность вычислений не позволила определить детальный характер этих колебаний. Можно только утверждать, что при приближении  $\sigma_0$  к значению, соответствующему устойчивому стационарному решению, амплитуда колебаний уменьшается. Если значение  $\sigma_0$  выбрать достаточно малым ( $\sigma_0 < 0.75$ ), то импульс вновь начнет расплываться.

#### 4. Влияние дисперсии на самофокусировку импульсов

При распространении светового импульса в нелинейной среде происходит одновременное изменение его поперечных и продольных размеров. В среде без дисперсии при деформации продольной огибающей сохраняются



постоянными как средний продольный размер импульса  $\langle \xi^2 \rangle = \int \xi^2 |\psi|^2 dV$ , так и мощность  $P(\xi) \sim \int |\psi|^2 r_{\perp} dr_{\perp}$  в каждом сечении импульса. Эти деформации огибающей были рассмотрены в [7, 18]. При учете дисперсии мощность  $P(\xi, t)$  в каждом сечении пучка становится функцией времени, поэтому при определенных условиях самофокусировка импульсов в среде с дисперсией может существенно отличаться от их самофокусировки в недиспергирующей среде. Для оценки влияния дисперсии на процесс самофокусировки можно использовать параксиальное приближение, которое и в трехмерном случае дает правильную картину поведения световых импульсов в нелинейной среде. Подставляя в (1)

$$\psi = a(t) \exp \left[ -\frac{r_{\perp}^2}{2\sigma^2(t)} - \frac{\xi^2}{2l^2(t)} + i\Phi_0(t) + ir_{\perp}^2 \Phi_1(t) + i\xi^2 \Phi_2(t) \right]$$

и ограничиваясь учетом квадратичных по  $r_{\perp}$  и  $\xi$  членов, получим систему уравнений для определения  $\sigma$  и  $l$  ( $f_1 = |\psi|^2$ ,  $f_2 = 0$ ).

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\sigma}{dt^2} &= \frac{v_{\text{гр.}}^2}{k^2\sigma^3} \left( 1 - \frac{Pl_0}{P_{\text{кр.}}l} \right), \\ \frac{d^2l}{dt^2} &= \frac{v_{\text{гр.}}^2 \cdot z^2}{k^2l^3} \left( 1 - \frac{Pl l_0}{P_{\text{кр.}} \cdot z\sigma^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

здесь  $P$  — мощность импульса в сечении  $\xi=0$  при  $t=0$  (начальная пиковая мощность),  $P_{\text{кр.}}$  — критическая мощность, получаемая в параксиальном приближении,  $l_0$  — начальный продольный размер импульса.

Перепишав систему (8) в безразмерных переменных

$$\tau = \frac{|x| v_{\text{гр.}} P_{\text{кр.}}^2}{kl_0^2 P^2} t, \quad \sigma_1 = \frac{\sqrt{|x|} P_{\text{кр.}}}{l_0 P} \sigma, \quad l_1 = \frac{P_{\text{кр.}}}{Pl_0} l,$$

получим

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\sigma}_1 &= \frac{1}{\sigma_1^3} \left( 1 - \frac{1}{l_1} \right), \\ \ddot{l}_1 &= \frac{1}{l_1^3} \left( 1 \mp \frac{l_1}{\sigma_1^2} \right), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где во втором уравнении выбирается знак «—» при  $x > 0$  и знак «+» при  $x < 0$ .

При  $x > 0$  система (9) имеет первый интеграл  $W_1$

$$W_1 = \dot{\sigma}_1^2 + \frac{1}{2} \dot{l}_1^2 + \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{2l_1^2} - \frac{1}{\sigma_1^2 l_1} = \text{const}$$

и неустойчивое положение равновесия

$$\sigma_1 = l_1 = 1.$$

Достаточным условием одновременного обращения в нуль  $\sigma_1$  и  $l_1$  или только  $\sigma_1$  является  $w_1 < 0$ . При  $w_1 > 0$  асимптотика решения значением первого интеграла определяется неоднозначно. Если  $x < 0$ , то система (9) положения равновесия не имеет, а первый интеграл  $W_2$  принимает вид

$$W_2 = \dot{\sigma}_1^2 - \frac{1}{2} \dot{l}_1^2 + \frac{1}{\sigma_1^2} - \frac{1}{2l_1^2} - \frac{1}{\sigma_1^2 l_1} = \text{const}.$$

Численное решение системы (9) при начальных условиях  $\dot{\sigma}_1(0) = \dot{l}_1(0) = 0$  и  $l_1(0) = 1 \div 0.01$  показало, что при фиксированном значении  $l_1(0) = P_{\text{кр.}}/P$  характер решения полностью определяется величиной  $\sigma_1(0) = \sqrt{|x|} P_{\text{кр.}} \sigma_0 / Pl_0$ . Если  $\sigma_1(0)$  меньше некоторой величины  $\sigma_{\text{кр.}}$ , то за конечное время  $\tau_1$   $\sigma_1$  обращается в нуль, если  $\sigma_1 > \sigma_{\text{кр.}}$ , то ни  $\sigma_1$ , ни  $l_1$  в нуль не обращаются. Критическое значение  $\sigma_{\text{кр.}}$  пропорционально  $\sqrt{l_1(0)}$  и зависит от знака и величины  $x$ . На рис. 6 приведена зависимость отношения  $\tau_1/\tau_2$  от  $\sigma_1(0)$  при



$l_1(0) = 0.05$ . Здесь  $\tau_2 = \sigma_1^2(0) \sqrt{l_1(0)} / \sqrt{1 - l_1(0)}$  — время «схлопа» импульса без учета его продольного растяжения. Как видно из графика, уже при  $\sigma_1(0) = l_1(0)$  начинаются заметные ( $\sim 10^0/0$ ) отклонения  $\tau_1/\tau_2$  от единицы. Очень короткие импульсы даже при  $P/P_{кр.} \gg 1$  за счет продольного растяжения могут дефокусироваться. Оценим максимальную длительность импульса, при котором возможно наблюдение данного явления. Как следует из численных расчетов,

$$\sigma_{кр.} = \sqrt{|z|} \frac{P_{кр.} \sigma_0}{P l_0} \geq \sqrt{l_1(0)} = \sqrt{P_{кр.}/P}. \quad (10)$$

Так как длина кюветы с нелинейным веществом  $L$ , необходимая для наблюдения явления, порядка  $\sigma_0^2/\lambda \sqrt{P/P_{кр.}} - 1$ , то из (10) имеем оценку

$$l_0 \leq \sqrt{\lambda L |z| \frac{P_{кр.}}{P} \sqrt{P/P_{кр.}} - 1}.$$

При  $L = 10^2$  см,  $|z| = 10^{-2}$ ,  $\lambda = 10^{-5}$  см,  $P/P_{кр.} = 100$   $l_0 \leq 10^{-3}$  см. Следовательно, только в случае импульсов длительностью  $\sim 10^{-13}$  сек. дисперсионное распыливание может превысить самофокусировку и устранить «схлоп» импульса.

Авторы благодарны Г. В. Скроцкому за полезное обсуждение и Н. Г. Вахитову за помощь в проведении вычислений на ЭВМ.

#### Литература

- [1] F. Shimizu. Phys. Rev. Lett., 19, 1097, 1967.
- [2] F. De Martini, C. H. Townes, T. K. Gustafson, P. L. Kelley. Phys. Rev., 164, 312, 1967.
- [3] T. K. Gustafson, J. P. Taran, H. A. Haus, J. R. Lifshitz, P. L. Kelley. Phys. Rev., 177, 306, 1969.
- [4] R. A. Fisher, P. L. Kelley, T. K. Gustafson. Appl. Phys. Lett., 14, 140, 1969.
- [5] В. А. Алешкевич, С. А. Ахманов, А. П. Сухорук, А. М. Хачатрян. Письма в ЖЭТФ, 13, 55, 1971.
- [6] А. А. Абрамов, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров. Письма в ЖЭТФ, 9, 675, 1969.
- [7] В. И. Леденев, А. П. Сухорук, А. М. Хачатрян. Сб. «Квантовая электроника», № 2, 90, 1972.
- [8] А. Г. Литвак, В. И. Таланов. Изв. вузов, радиофизика, 10, 539, 1967.
- [9] В. Е. Захаров, В. В. Соболев, В. С. Сынах. ПМТФ, № 1, 92, 1972.
- [10] M. S. Berger. J. Math. Phys., 11, 2906, 1970.
- [11] В. Вазов, Д. Форсайт. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. ИЛ, М., 1963.
- [12] А. А. Колоколов. ПМТФ, № 3, 192, 1973.
- [13] В. Е. Захаров, В. В. Соболев, В. С. Сынах. Письма в ЖЭТФ, 14, 564, 1971.
- [14] А. А. Колоколов, Г. В. Скроцкий. Опт. и спектр., 35, 393, 1974.
- [15] В. Н. Гольдберг, В. И. Таланов, Р. Э. Эрм. Изв. вузов, радиофизика, 10, 675, 1967.
- [16] А. Л. Дышко, В. Н. Луговой, А. М. Прохоров. ЖЭТФ, 61, 2305, 1971.
- [17] E. L. Dawes, J. H. Marburger. Phys. Rev., 179, 862, 1969.
- [18] J. H. Marburger, W. G. Wagner. IEEE J. Quant. El. QE-3, 415, 1967.

Поступило в Редакцию 5 апреля 1973 г.