**ФИЗИКА**

УДК 539.12

# ВЛИЯНИЕ ПОЛЯ ТЯГОТЕНИЯ НА РАДИАЛЬНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В КИРАЛЬНОЙ СРЕДЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

**А.Н. Егоров, А.Н. Сердюков**

*Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель*

# INFLUENCE OF GRAVITATION ON RADIAL PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN CHIRAL MEDIUM OF A NEUTRON STAR

**A.N. Yegorov, A.N. Serdyukov**

*F. Scorina Gomel State University, Gomel*

Построены материальные уравнения электродинамики киральной сплошной среды, находящейся в сильном гравитационном поле. Рассмотрено влияние тяготения на распространение электромагнитных волн в естественно гиротропной среде. Полученные решения для неоднородных электромагнитных волн позволяют моделировать процесс распространения электромагнитного излучения в материи нейтронных звезд.

***Ключевые слова***: *гравитационное взаимодействие, электромагнитные волны.*

The electrodynamical matter equations for continuous chiral medium in strong gravitational field are constructed. The influence of gravitation on propagation of electromagnetic waves in the medium with natural gyrotropy is considered. The received solutions for non-uniform electromagnetic waves allow to model the propagation of electromagnetic radiation in the matter of neutron stars.

***Keywords***: *gravitational interaction, electromagnetic waves.*

### *Введение*

Наличие гиротропной поляризуемости адронов [1]–[3], несомненно, должно проявляться в макроскопическоой электродинамике ядерной материи нейтронных звезд. При этом следует иметь в виду, что процессы испускания и распространения электромагнитного излучения внутри звезды, а также его прохождение через поверхность и последующее распространение в свободном пространстве, осуществляются в присутствии чрезвычайно сильного гравитационного поля.

Данное сообщение посвящено исследованию особенностей распространения электромагнитных волн в естественно гиротропной среде с учетом влияния сильного поля тяготения. В основу развиваемой теории положены полевые уравнения классической электродинамики и минимальной релятивистской модели тяготения [4], [5].

### *1 Уравнения макроскопической электродинамики естественно гиротропной среды в присутствии поля тяготения*

В предыдущем сообщении [6] было показано, что описание воздействия внешнего гравитационного поля на поведение электромагнитного поля в материальной среде в минимальной калибровочно-инвариантной релятивистской модели тяготения достигается посредством подходящих материальных уравнений при сохранении обычной формы уравнений Максвелла макроскопической электродинамики

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}, \tag{1.1}$$

$$\nabla\mathbf{B} = 0, \tag{1.2}$$

$$\nabla\times\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}_{\text{ext}}, \tag{1.3}$$

$$\nabla\mathbf{D} = 4\pi\rho_{\text{ext}}. \tag{1.4}$$

В поле тяготения с потенциалом Ф полевые величины **D** и **H** в (1.3), (1.4) представляют линейные комбинации [6]

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= \mathrm{e}^{-\Phi/c^2}\mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P},\\ \mathbf{H} &= \mathrm{e}^{-\Phi/c^2}\mathbf{B} - 4\pi\mathbf{M}\end{aligned} \tag{1.5}$$

векторов электрической **P** и магнитной **M** поляризации среды и усредненных силовых характеристик электромагнитного поля **E** и **B**.

При рассмотрении электромагнитных процессов в веществе нейтронных звезд следует иметь в виду его киральность, механизмами которой могут быть спиновая поляризуемость частиц и нарушение P-четности в электрослабых взаимодействиях. В присутствии гармонических электромагнитных волн симметрия изотропной киральной среды, как известно [7]–[9], наряду со скалярными электрической β и магнитной χ поляризуемостями допускает существование пседоскалярной магнитоэлектрической поляризуемости γ в уравнениях электромагнитного состояния

$$\mathbf{P} = \beta\mathbf{D} + i\gamma\mathbf{H}, \quad \mathbf{M} = \chi\mathbf{H} - i\gamma\mathbf{D}. \tag{1.6}$$

Соотношения (1.6) подтверждают также микроскопические расчеты, выполненные на основе как классической [10], так и квантовой [11] теории.

Материальные уравнения для поля в рассматриваемой среде с учетом (1.5), (1.6) представим в виде

$$\mathbf{D} = \mathrm{e}^{-\Phi/c^2}\varepsilon\mathbf{E} + i\alpha\mathbf{H}, \quad \mathbf{B} = \mathrm{e}^{\Phi/c^2}\mu\mathbf{H} - i\alpha\mathbf{E}. \tag{1.7}$$

Здесь введены обозначения

$$\varepsilon = \frac{1}{1-4\pi\beta},$$

$$\mu = 1 + 4\pi\chi + \frac{(4\pi\gamma)^2}{1-4\pi\beta},$$

$$\alpha = \frac{4\pi\gamma}{1-4\pi\beta}$$

для электродинамических параметров среды.

### *2 Электромагнитные волны в оптически активной среде в присутствии поля тяготения*

Обратимся далее к проблеме распространения электромагнитных волн в киральной среде, находящейся в поле тяготения с постоянным вектором напряженности

$$\mathbf{g} = -\nabla\Phi. \tag{2.1}$$

Решение системы уравнений (1.1)–(1.4), (1.7) при $\mathbf{j} = 0$, $\rho = 0$ будем искать в виде монохроматических волн, полагая

$$\mathbf{H}(\mathbf{r},t) = \mathbf{H}(\mathbf{r})\mathrm{e}^{-i\omega t}, \quad \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}(\mathbf{r})\mathrm{e}^{-i\omega t}. \tag{2.2}$$

При этих условиях из (1.1), (1.3), (1.7) вытекает следующая система двух векторных уравнений для полей $\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ и $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r},t)$:

$$\left.\begin{aligned} k_0\mu\mathbf{H} &= -i\mathrm{e}^{-\Phi/c^2}\left(\nabla\times - k_0\alpha\right)\mathbf{E}, \\ k_0\varepsilon\mathbf{E} &= i\mathrm{e}^{\Phi/c^2}\left(\nabla\times - k_0\alpha\right)\mathbf{H}, \end{aligned}\right\} \tag{2.3}$$

где использовано обозначение $k_0 = \omega / c$.

Решая эту систему, составим отдельно уравнения для **E** и **H**:

$$\left(k_0^2\varepsilon\mu - \mathrm{e}^{-\Phi/c^2}\left(\nabla\times - k_0\alpha\right)\mathrm{e}^{\Phi/c^2}\left(\nabla\times - k_0\alpha\right)\right)\mathbf{H} = 0, \tag{2.4}$$

$$\left(k_0^2\varepsilon\mu - \mathrm{e}^{\Phi/c^2}\left(\nabla\times - k_0\alpha\right)\mathrm{e}^{-\Phi/c^2}\left(\nabla\times - k_0\alpha\right)\right)\mathbf{E} = 0. \tag{2.5}$$

Дифференцирование экспоненты с учетом соотношения (2.1) позволяет исключить в (2.4), (2.5) потенциал поля тяготения:

$$\left(k_0^2\left(\varepsilon\mu - \alpha^2\right) - \nabla\times\nabla\times + 2k_0\alpha\nabla\times + \frac{1}{c^2}\mathbf{g}\times\nabla\times - \frac{k_0\alpha}{c^2}\mathbf{g}\times\right)\mathbf{H} = 0, \tag{2.6}$$

$$\left(k_0^2\left(\varepsilon\mu - \alpha^2\right) - \nabla\times\nabla\times + 2k_0\alpha\nabla\times - \frac{1}{c^2}\mathbf{g}\times\nabla\times + \frac{k_0\alpha}{c^2}\mathbf{g}\times\right)\mathbf{E} = 0. \tag{2.7}$$

Переходя далее к рассмотрению плоских волн, обратимся вначале к уравнению для магнитного поля и положим для $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ в (2.2)

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0\mathrm{e}^{ik_0N\mathbf{nr}}. \tag{2.8}$$

Здесь $N$ – показатель преломления, **n** – единичный вектор волновой нормали, $\mathbf{H}_0$ – постоянный комплексный вектор, определяющий амплитуду поля **H** электромагнитной волны. В этом случае дифференциальное уравнение (2.6) приводится к алгебраическому уравнению

$$\left(\varepsilon\mu - \alpha^2 + N^2\left(\mathbf{n}\circ\mathbf{n} - 1\right) + i\frac{1}{c\omega}N\left(\mathbf{n}\circ\mathbf{g} - \mathbf{ng}\right) + 2i\alpha N\mathbf{n}\times - \frac{\alpha}{c\omega}\mathbf{g}\times\right)\mathbf{H} = 0. \tag{2.9}$$

Для удаленного наблюдателя особый интерес представляет частный случай $\mathbf{g} = -g\mathbf{n}$, соответствующий распространению волны против поля тяготения. Тогда из общего уравнения (2.9) получим

$$\left(\varepsilon\mu - \alpha^2 + \left(N^2 - i\frac{g}{c\omega}N\right)\left(\mathbf{n}\circ\mathbf{n} - 1\right) + \left(2i\alpha N + \frac{\alpha}{c\omega}g\right)\mathbf{n}\times\right)\mathbf{H} = 0. \tag{2.10}$$

Если выбрать ортонормированный базис (**a**, **b**, **n**), то векторное уравнение (2.10) можно представить в явной матричной форме:

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{21} & 0 \\ p_{12} & p_{22} & 0 \\ 0 & 0 & p_{33} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \tag{2.11}$$

где $p_{11} = p_{22} = \varepsilon\mu - \alpha^2 - N^2 + i\dfrac{Ng}{c\omega}$,

$$p_{12} = i\left(2\alpha N - i\alpha\frac{g}{c\omega}\right),$$

$$p_{21} = -p_{12},$$

$$p_{33} = \varepsilon\mu - \alpha^2.$$

Условием существования нетривиальных решений для напряженности магнитного поля **H** будет равенство нулю определителя системы (2.11), что приводит к следующему уравнению для $N$:

$$\left(\varepsilon\mu - \alpha^2 - N^2 + i\frac{Ng}{c\omega}\right)^2 - \left(2\alpha N - i\frac{\alpha g}{c\omega}\right)^2 = 0. \tag{2.12}$$

Уравнение (2.12) имеет четыре корня, два из которых

$$N_{\pm}^{(\uparrow)} = \sqrt{\varepsilon\mu - \frac{g^2}{4c^2\omega^2}} \pm \alpha + \frac{ig}{2c\omega} \tag{2.13}$$

соответствует волне, распространяющейся в положительном направлении вектора **n**, т.е. «вверх» – против поля тяготения, а два других

$$N_{\pm}^{(\downarrow)} = -\sqrt{\varepsilon\mu - \frac{g^2}{4c^2\omega^2}} \mp \alpha + \frac{ig}{2c\omega} \quad (2.14)$$

– в противоположном направлении.

Сами решения найдем после подстановки поочередно (2.13) и (2.14) в систему (2.11).

Например, из (2.11) с учетом (2.13) следует уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & \mp i & 0 \\ \pm i & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \zeta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_1 \\ H_2 \\ H_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где параметр

$$\zeta = -\frac{c\omega\left(\varepsilon\mu - \alpha^2\right)}{\alpha\left(2\alpha c\omega \pm \sqrt{4\varepsilon\mu c^2\omega^2 - g^2}\right)}$$

не равен нулю. Это уравнение удовлетворяется тождественно при $H_2 = \mp i H_1$, $H_3 = 0$. Аналогично находятся решения, отвечающие комплексным показателям преломления (2.14). Для всех четырех показателей преломления (2.13), (2.14) соответствующие решения для поля **H** можно записать в виде

$$\mathbf{H}_{\pm}(\mathbf{r},t) = H_0^{\pm} \mathrm{e}^{\mathbf{gr}/2c^2} (\mathbf{a} \mp i\mathbf{b}) \cdot \\ \cdot \exp\left[ i\left( \sqrt{\varepsilon\mu - \frac{g^2}{4c^2\omega^2}} \pm \alpha \right) k_0 \mathbf{nr} - i\omega t \right] \quad (2.15)$$

при условии, что выбирается всегда правая тройка векторов (**a**, **b**, **n**).

Из сравнения уравнений (2.6) и (2.7) легко заключить, что напряженность электрического поля при тех же условиях должна иметь вид

$$\mathbf{E}_{\pm}(\mathbf{r},t) = E_0^{\pm} \mathrm{e}^{-\mathbf{gr}/2c^2} (\mathbf{a} \mp i\mathbf{b}) \cdot \\ \cdot \exp\left[ i\left( \sqrt{\varepsilon\mu - \frac{g^2}{4c^2\omega^2}} \pm \alpha \right) k_0 \mathbf{nr} - i\omega t \right]. \quad (2.16)$$

Формулы (2.15) и (2.16) представляют единое решение системы уравнений Максвелла и материальных уравнений. Поэтому амплитудные характеристики обеих напряженностей электромагнитного поля волны связаны друг с другом. Соответствующее соотношение следует непосредственно из уравнений (2.3) и имеет вид

$$H_0^{\pm} = \pm i Z E_0^{\pm},$$

где коэффициент

$$Z = \frac{1}{\mu}\left( \sqrt{\varepsilon\mu - \frac{g^2}{4c^2\omega^2}} + i\frac{g}{2c\omega} \right)$$

представляет модифицированный полем тяготения импеданс среды.

***Заключение***

В настоящей работе построены материальные уравнения для электромагнитных волн в киральной среде в присутствии поля тяготения. Получено уравнение нормалей и найдены его решения. Установленная зависимость комлексных показателей преломления от напряженности поля тяготения и параметра оптической активности показывает, что распространение циркулярно поляризованных электромагнитных волн отличается невзаимностью их затухания $\left(N_{\pm}^{(\uparrow)} \neq -N_{\mp}^{(\downarrow)}\right)$.

Найденные решения для собственных электромагнитных волн описывают неоднородные циркулярно поляризованные волны. При их распространении в направлении, противоположном ускорению свободного падения, напряженность магнитного поля (2.15) представляет экспоненциально затухающую волну, в то время как амплитуда напряженности электрического поля (2.16) экспоненциально нарастает. Такая особенность обеспечивает сохранение потока энергии волны при ее распространении.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мороз, Л.Г.* К вопросу о поляризуемости и гирации элементарных частиц в полевой теории. Ковариантные методы в теоретической физике. Физика элементарных частиц и теория относительности / Л.Г. Мороз, А.Н. Сердюков, Н.В. Максименко // Сб. науч. тр. – Минск : ИФАН, 1981. – С. 78–89.

2. *Поляризуемость и гирация элементарных частиц. Гравитация и электромагнетизм* / М.И. Левчук [и др.] // Сб. ст. – Минск : БГУ, 1998. – С. 130–133.

3. *Эффективные лагранжианы взаимодействия электромагнитного поля с адронами в диаграммных кварковых моделях. Ковариантные методы в теоретической физике* / О.М. Дерюжкова [и др.] // Физика элементарных частиц и теория относительности. Выпуск 5. Сб. науч. тр. – Минск : ИФАН, 2001. С. 71–76.

4. *Сердюков, А.Н.* Минимальная модель тяготения в рамках стандартных ограничений теории классических полей / А.Н. Сердюков // Письма в ЭЧАЯ. – 2009. – Т. 6, № 3 (152). – С. 312–331.

5. *Сердюков, А.Н.* Калибровочная теория скалярного гравитационного поля / А.Н. Сердюков. – Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2005. – 257 с.

6. *Сердюков, А.Н.* Гравитационное взаимодействие в электродинамике сплошной среды / А.Н. Сердюков, А.Н. Егоров // Проблемы физики, математики и техники. – 2009. – № 1 (1). – С. 40–43.

7. *Бокуть, Б.В.* Теория оптической активности кристаллов. III / Б.В. Бокуть, Ф.И. Федоров // Опт. и спектр. – 1959. – Т. 6. – С. 537–542.

8. *Федоров, Ф.И.* Теория гиротропии. – Минск : Наука и техника, 1976. – 456 с.

9. *Electromagnetics of Bi-Anisotropic Materials. Theory and applications* / A. Serdyukov [et al.]. – Amsterdam : Gordon and Breach Science Publishers, 2001. – 337 p.

10. *Борн, М.* Оптика. Учебник электромагнитной теории света / М. Борн; пер. с нем. В.М. Коновалова. – Харьков-Киев : ГНТИУ, 1937. – 795 с.

11. *Волькенштейн, М.В.* Молекулярная оптика / М.В. Волькенштейн. – М.-Л. : Гос. изд-во технико-теоретической литературы, 1951. – 744 с.

12. *Nordström, G.* Träge und schwere Masse in der Relativitätsmechanik / G. Nordström // Ann. d. Phys. – 1913. – Bd. 40. – S. 856–878.

13. *Ландау Л.Д.* Электродинамика сплошных сред. – М. : Физматгиз, 1959. – 532 с.

*Поступила в редакцию 15.03.10.*