УДК 530.1; 539.12

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ КОМПТОНОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ И ПОЛЯРИЗУЕМОСТИ АДРОНОВ

Н.В. Максименко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель

LOW-ENERGY COMPTON SCATTERING AND POILARIZABILITIES OF HADRONS

N.V. Maksimenko

F. Scorina Gomel State University, Gomel

На основе релятивистского калибровочно-инвариантного подхода и решений электродинамических уравнений ковариантным методом функций Грина определена амплитуда взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей. Эта амплитуда представлена через электрическую и магнитную поляризации структурной системы без использования разложения по мультиполям. В рамках этого подхода получен лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей и определена амплитуда комптоновского рассеяния на частице спина ½ с учетом электрической и магнитной поляризуемостей.

Ключевые слова: *релятивистский калибровочно-инвариантный подход; функция Грина; электрическая, магнитная, спиновая поляризуемости; амплитуда комптоновского рассеяния.*

The amplitude of the interaction of the electromagnetic field with structural microparticles was defined on the basis of the gauge invariance approaches and the solutions of the electodynamics' equations using covariant method of the Green function. This amplitude is presented in terms of the electric and magnetic polarizations of compound system using no multipole expansion. In the framework of this approach the Lagrangian of the interaction of electromagnetic field with compound system and the Compton scattering amplitude were obtained taking into account electric and magnetic polarizabilities of the spin-½ particles.

Keywords: *gauge invariance approaches; Green function; electric, magnetic and spin polarizabilities; Compton scattering amplitude.*

Введение

Современные экспериментальные данные по взаимодействию фотонов с адронами в области высоких энергий и больших переданных импульсов находят теоретическое объяснение в рамках теории возмущений квантовой хромодинамики. Однако структурные степени свободы, которые проявляются в области низких энергий, не сводятся к простым представлениям о взаимодействии электромагнитного поля с адронами. Отклик внутренних степеней свободы адронов на действие электромагнитного поля феноменологически можно определить с помощью поляризуемостей и других электромагнитных характеристик.

Низкоэнергетические теоремы, в основе которых лежат общие принципы релятивистской квантовой теории поля и разложение амплитуды комптоновского рассеяния по частоте фотонов, играют важную роль в понимании структуры адронов.

Эквивалентный модельный подход определения амплитуды низкоэнергетического комптоновского рассеяния можно реализовать в рамках релятивистской электродинамики структурных частиц. При этом, если учтем спиновые степени свободы, то получим возможность использовать основные принципы, характерные не только для релятивистской электродинамики бесспиновых частиц, но и микрочастиц с учетом их спиновых свойств [1], [2], [3].

Низкоэнергетическое представление амплитуды комптоновского рассеяния, установленное на основе общих принципов релятивистской квантовой теории поля, свидетельствует о том, что членам, соответствующим определенному порядку по частоте излучения, присущи характерные электромагнитные свойства микрочастиц [1], [4], [5].

В последнее время ряд работ посвящены исследованию электромагнитных характеристик адронов, которые вносят вклад в амплитуды процессов комптоновского рассеяния реальных и виртуальных фотонов.

При этом большое внимание уделяется проблеме ковариантного и калибровочно-инвариантного определения роли и вкладов феноменологических электромагнитных характеристик адронов в амплитуды и сечения электродинамических процессов (см., например, [6]).

Метод определения сечений рассеяния электромагнитного поля через поляризуемости микрочастиц в рамках нерелятивистской электродинамики сплошных сред представлен в работе [7].

В настоящей статье получим релятивистское ковариантное обобщение этого метода на основе калибровочно-инвариантного подхода и решений электродинамических уравнений методом функции Грина [7], [8], [9].

1 Амплитуда низкоэнергетического комптоновского рассеяния

Уравнение Максвелла-Лоренца для структурной частицы в электромагнитном поле имеет вид [10]:

$$\vec{\partial}\vec{E} = \rho - \vec{\partial}\vec{p}\,,\ -\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} + \left[\vec{\partial}\vec{H}\right] = \vec{j} + \frac{\partial\vec{p}}{\partial t} + \left[\partial\vec{m}\right], \quad (1.1)$$

$$\vec{\partial}\vec{H} = 0;\ \frac{\partial\vec{H}}{\partial t} + \left[\vec{\partial}\vec{E}\right] = 0\,. \quad (1.2)$$

В этих выражениях использована система единиц в которой $\hbar = c = 1$. Векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ – векторы напряженностей электрического и магнитного полей, $\vec{p}$ и $\vec{m}$ – плотности электрических и магнитных поляризаций, ρ и $\vec{j}$ определяются соотношениями

$$\rho_Q = Q\,\delta(\vec{r} - \vec{R}_c)\,,\ \vec{j}_Q = Q\dot{\vec{R}}_c\,\delta(\vec{r} - \vec{R}_c)\,,$$

где Q – заряд частицы, R_c – вектор центра масс, $\vec{\partial} = \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial\vec{r}}$, символ точка над вектором обозначает производную по времени.

Уравнения (1.1) и (1.2) можно представить в следующей релятивистской ковариантной форме:

$$\partial_\mu\, F^{\mu\nu} = j_Q^\nu + j_m^\nu\,, \quad (1.3)$$

где $j_Q^\nu = \{\rho_Q, \vec{j}_Q\}$, $j_m^\nu = \{\rho_m, \vec{j}_m\}$.

Плотности ρ_m и $\vec{j}_m$ выражаются через векторы плотности поляризации $\vec{p}$ и $\vec{m}$ следующим образом: $\rho_m = -\left(\vec{\partial}\vec{p}\right)$, $\vec{j}_m = \dfrac{\partial\vec{p}}{\partial t} + \left[\vec{\partial}\vec{m}\right]$.

Если учтем в уравнении (1.3) условие Лоренца, то в результате получим уравнение Даламбера:

$$\Box A^\mu = -j_Q^\mu - j_{(m)}^\mu = -J^\mu\,, \quad (1.4)$$

где $\Box = \Delta - \partial^2/\partial t^2$, $\Delta = \vec{\nabla}^2$.

С помощью причинной функции Грина, которая определяется из уравнения

$$\Box G(x - x') = -\delta(x - x')\,, \quad (1.5)$$

решение уравнения (1.4) можно записать в интегральной форме:

$$A_\mu(x) = A_\mu^{(0)}(x) + \int G(x - x')J_\mu(x')d^4x'\,. \quad (1.6)$$

Используя представление причинной функции Грина в виде интеграла Фурье, из (1.5) получим:

$$G(x - x') = \frac{1}{(2\pi)^4}\int \frac{d^4k}{k^2 + \imath\varepsilon}\exp\left[-\imath k(x - x')\right].$$

В уравнении (1.6) первое слагаемое $A_\mu^{(0)}(x)$ – потенциал свободного электромагнитного поля

$$A_\mu^{(0)(\pm)}(x,\lambda) = \frac{e_\mu^{(\lambda)}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega}}\exp\left(\mp\imath kx\right),$$

где $e_\mu^{(\lambda)}$ – вектор поляризации, который удовлетворяет соотношению $ke^{(\lambda)} = 0$, и в соответствии с проекцией спина фотона λ принимает значения ± 1.

Плоские волны $A_\mu^{(0)(\pm)}(x,\lambda)$ удовлетворяют условию ортонормировки [9]

$$\begin{aligned}&\left\langle A^{(0)(\pm)}(x',\lambda') \mid A^{(0)(\pm)}(x,\lambda)\right\rangle = \\ &(\mp\imath)\int\left\{\partial_t A_\mu^{(0)(\pm)*}(x',\lambda')A^{\mu(0)(\pm)}(x,\lambda) - \right. \\ &\left. - A_\mu^{(0)(\pm)*}(x',\lambda')\,\partial_t A^{\mu(0)(\pm)}(x,\lambda)\right\}d^3x = \\ &= \delta_{\lambda'\lambda}\,\delta(x' - \vec{x}),\end{aligned} \quad (1.7)$$

где $\partial_t = \partial/\partial t$.

Для определения амплитуды воспользуемся граничными условиями:

$$A_\mu(x)\,|_{t=-\infty} = A_\mu^{(0)}(x,l_1)\,,\ A_\mu(x)\,|_{t=+\infty} = A_\mu^{(0)}(x,l_2)\,, \quad (1.8)$$

где l_1 и l_2 обозначают совокупность квантовых характеристик падающего и рассеянного фотонов.

Учитывая ортонормировку (1.7) и граничные условия (1.8), амплитуду излучения фотона можно представить следующим образом:

$$\begin{aligned}d(l_2) &= \left\langle A_\mu^{(0)}(x,l_2) \mid A_\mu(x)\right\rangle|_{t=+\infty} = \quad (1.9)\\ &= \left\langle A_\mu^{(0)}(x,l_2) \mid \int G(x - x')\,|_{t=+\infty}\ J^\mu(x', A(x'))d^4x'\right\rangle.\end{aligned}$$

В свертке (1.9) воспользуемся соотношением [8]

$$\left\langle A_\mu^{(0)}(x,l_2) \mid G(x - x')\,|_{t=+\infty}\right\rangle = \imath A_\mu^{(0)*}(x',l_2)\,.$$

В результате получим

$$d(l_2) = \imath\int A_\mu^{(0)*}(x',l_2)J^\mu(x', A(x'))d^4x', \quad (1.10)$$

где

$$A_\mu^{(0)*}(x',l_2) = \frac{e_\mu^{(\lambda_2)*}}{(2\pi)^{3/2}\sqrt{2\omega_2}}\exp\left(\imath k_2 x'\right).$$

Чтобы получить амплитуду рассеяния с учетом поляризуемостей в выражении (1.10), ограничимся вкладом наведенного тока в структурной частице $j_{(m)}^\mu$. Так $j_{(m)}^\mu$ будет удовлетворять условию непрерывности

$$\partial_\mu j_{(m)}^\mu = 0\,,$$

если его определить через антисимметричный тензор $L^{\mu\nu}$

$$j_{(m)}^\nu = -\partial_\mu L^{\mu\nu}\,, \quad (1.11)$$

с помощью вектора 4-скорости частицы

$$U^\mu\{\gamma, \gamma\vec{\upsilon}\}\,,$$

и тензора $L^{\mu\nu}$ введем векторы p^μ и m^μ [10], [11]

$$p^\mu = L^{\mu\nu}U_\nu\,, \quad (1.12)$$

$$m^\mu = \frac{1}{2}\,\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}L_{\nu\rho}U_\sigma\,, \quad (1.13)$$

где $\gamma = 1/\sqrt{1-\vec{\upsilon}^2}$, $\varepsilon^{0123} = 1$.

Согласно определениям (1.12)–(1.13) эти векторы удовлетворяют соотношениям

$$p^\mu U_\mu = m^\mu U_\mu = 0 . \qquad (1.14)$$

На основании соотношений (1.12)–(1.14) тензор $L^{\mu\nu}$ можно выразить через векторы p^μ и m^μ:

$$L^{\mu\nu} = (p^\mu U^\nu - U^\mu p^\nu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} m_\rho U_\sigma . \qquad (1.15)$$

Нетрудно убедиться, что тензор электромагнитного поля $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - A^\mu \partial^\nu$ также принимает форму (1.15), если ввести векторы

$$e^\mu = F^{\mu\nu} U_\nu , \qquad (1.16)$$

$$h^\mu = \tilde{F}^{\mu\nu} U_\nu , \qquad (1.17)$$

где $\tilde{F}^{\mu\nu} = 1/2\, \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma}$.

В самом деле, используя векторы (1.16) и (1.17), получим

$$F^{\mu\nu} = (e^\mu U^\nu - U^\mu e^\nu) + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} U_\rho h_\sigma .$$

В трехмерных обозначениях (1.16) и (1.17) принимают вид:

$$e^\mu = \left\{ \gamma\left(\vec{E}\vec{V}\right), \gamma\left(\vec{E} - \left[\vec{H}\vec{V}\right]\right) \right\}, \qquad (1.18)$$

$$h^\mu = \left\{ \gamma\left(\vec{H}\vec{V}\right), \gamma\left(\vec{H} + \left[\vec{E}\vec{V}\right]\right) \right\}. \qquad (1.19)$$

В системе покоя структурной частицы, когда $U^\mu \left\{1, \vec{0}\right\}$, из (1.18) и (1.19) следует, что

$$e^\mu = \left\{0, \vec{E}\right\}, h^\mu = \left\{0, \vec{H}\right\}, \qquad (1.20)$$

т.е. e^μ и h^μ такие 4-векторы, пространственные компоненты которых в системе покоя частицы являются векторами электрической и магнитной напряженностей электромагнитного поля.

Аналогично можно показать, что векторы (1.12) и (1.13) в трехмерном представлении определяются так:

$$p^\mu = \left\{ \gamma\left(\vec{V}\vec{p}\right), \gamma\vec{p} + \gamma[\vec{m}\vec{V}] \right\},$$

$$m^\mu = \left\{ \gamma\left(\vec{V}\vec{m}\right), \gamma\vec{m} - \gamma[\vec{p}\vec{V}] \right\},$$

т.е, если перейдем в систему покоя частицы, то получим

$$p^\mu = \{0, \vec{p}\}, \quad m^\mu = \{0, \vec{m}\}.$$

Таким образом, p^μ и m^μ векторы, пространственные компоненты которых в системе покоя частицы являются векторами плотности электрической и магнитной поляризации частицы.

Подставляя определение тока $j^\mu_{(m)}$ (1.11) в (1.10), получим амплитуду излучения фотона за счет поляризации структурной микрочастицы:

$$d(l_2) = -\imath \int A^{(0)*}_\mu (x', l_2)\, \partial'_\nu L^{\nu\mu}(x', A(x')) d^4 x'. \qquad (1.21)$$

В уравнении (1.21) выполним интегрирование по частям и воспользуемся определением тензора электромагнитного поля излучения. В результате получим:

$$d(l_2) = \frac{\imath}{2} \int F^{(0)}_{\nu\mu}(x', l_2)\, L^{\nu\mu}(x', A(x')) d^4 x'. \qquad (1.22)$$

Подставим выражение для $L^{\nu\mu}$ (1.15) в уравнение (1.22). В результате приходим к выводу, что амплитуда излучения электромагнитного поля адронов с учетом электрической и магнитной поляризаций принимает калибровочно инвариантную форму:

$$d(l_2) = \imath \int \Big\{ \left[e_\nu(x', l_2) p^\nu (x', A(x')) \right] + \left[h_\nu(x', l_2) m^\nu (x', A(x')) \right] \Big\} d^4 x' . \qquad (1.23)$$

Выражение (1.23) согласуется с калибровочно-инвариантным определением амплитуды взаимодействия электромагнитного поля с нуклонной системой, в которой электрические и магнитные моменты системы вводятся на основе тождества Фолди [12].

2 Ковариантный формализм Лагранжа для взаимодействия электромагнитного поля с адронами с учетом поляризуемостей

Воспользуемся теперь определением (1.23), чтобы вычислить амплитуду рассеяния электромагнитного поля. Для этого введем электрическую и магнитную поляризуемости структурной системы и воспользуемся ковариантным формализмом Лагранжа.

В правой части уравнения (1.3) ограничимся вкладом индуцированного тока $j^\nu_{(m)}$. В этом случае, из уравнения Лагранжа-Эйлера

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial L}{\partial\left(\partial_\mu A_\nu\right)} \right) - \frac{\partial L}{\partial A_\nu} = 0 , \qquad (2.1)$$

получим уравнение (1.3), если лагранжиан L имеет вид:

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - j^{(M)}_\mu A^\mu . \qquad (2.2)$$

Используя выражение (1.11) для $j^\mu_{(m)}$ и неоднозначность определения лагранжиана, второе слагаемое в (2.2) можно представить следующим образом:

$$L_I = -j^\mu_{(m)} A_\mu = -\frac{1}{2} F_{\mu\nu} L^{\mu\nu} .$$

Рассмотрим случай, когда векторы поляризации p^μ и m^μ пропорциональны тензору электромагнитного поля $F^{\mu\nu}$:

$$p^\mu = 4\pi\alpha e^\mu , m^\mu = 4\pi\beta h^\mu , \qquad (2.3)$$

где α и β – коэффициенты пропорциональности, а векторы e^μ и h^μ выражаются через $F^{\mu\nu}$ согласно уравнениям (1.16) и (1.17).

Подставляя (2.3) в выражение (1.15), получим

$$L^{\mu\nu} = 4\pi[\alpha(e^\mu U^\nu - U^\mu e^\nu) + \beta \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} h_\rho U_\sigma] .$$

Чтобы получить согласование уравнения (2.1) с уравнением (1.3) с учетом того, что лагранжиан L_I будет пропорционален второй степени $F_{\mu\nu}$, следует представить лагранжиан следующим образом:

$$L_I = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} L^{\mu\nu} = -2\pi(\alpha e^2 + \beta h^2). \quad (2.4)$$

Из уравнений (1.18) и (1.19) следует, что

$$e^2 = \gamma^2 \left\{ \left(\vec{E}\vec{V}\right)^2 - \vec{E}^2 + 2\left(\vec{E}\left[\vec{H}\vec{V}\right]\right) - \right. \\ \left. - \vec{H}^2\vec{V}^2 + (\vec{H}\vec{V})^2 \right\}, \quad (2.5)$$

$$h^2 = \gamma^2 \left\{ \left(\vec{H}\vec{V}\right)^2 - \vec{H}^2 - 2\left(\vec{H}\left[\vec{E}\vec{V}\right]\right) - \right. \\ \left. - \vec{E}^2\vec{V}^2 + (\vec{E}\vec{V})^2 \right\}. \quad (2.6)$$

Таким образом, как видно из уравнений (2.5) и (2.6), разность

$$e^2 - h^2 = \frac{1}{2} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \vec{H}^2 - \vec{E}^2$$

инвариантна относительно преобразований Лоренца. Однако e^2 и h^2 по отдельности не являются инвариантами. В системе покоя частицы e^2 и h^2 определяются через вектора $\vec{E}$ и $\vec{H}$

$$e^2 = -\vec{E}^2, \quad h^2 = -\vec{H}^2,$$

а лагранжиан (2.4) принимает вид

$$L_I = 2\pi(\alpha\vec{E}^2 + \beta\vec{H}^2), \quad (2.7)$$

т. е. коэффициенты α и β являются поляризуемостями частицы.

Учитывая в определении амплитуды излучения фотона (1.23) соотношения (2.3), получим амплитуду рассеяния электромагнитного поля с учетом электрической и магнитной поляризуемостей структурной частицы

$$T = 4\pi\imath \int \left\{ \alpha\left[e_\nu(x', l_2) e^\nu(x', l_1) \right] + \right. \\ \left. + \beta\left[h_\nu(x', l_2) h^\nu(x', l_1) \right] \right\} d^4x'. \quad (2.8)$$

Дифференциальное сечение рассеяния вперед электромагнитного поля на структурной микрочастице в нерелятивистском приближении, вычисленное с использованием амплитуды (2.8), определяется известным соотношением [14]

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{\lambda',\lambda} | M^{\lambda',\lambda} |^2,$$

где $M^{\lambda'\lambda} = (\alpha+\beta)\omega^2(\vec{e}^{\,\lambda'}\vec{e}^{\,\lambda})$.

Вычисление амплитуды рассеяния фотонов с учетом квантовых свойств частицы и импульса отдачи можно реализовать, если воспользоваться определением векторов поляризации p^μ и m^μ, например, используя диаграммную технику, или, в рамках этой техники, формализмом уравнений Бете-Солпитера [13], или эффективным лагранжианом взаимодействия электромагнитного поля со структурной микрочастицей [1].

Определим лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицей спина 1/2 с учетом поляризуемостей следующим образом:

$$L^{(pol)} = \frac{(-\imath)}{2M}\left[\left\langle \hat{p}^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}^{\nu}\right\rangle F_{\mu\nu} + \left\langle \hat{m}^{\mu}\overleftrightarrow{\partial}^{\nu}\right\rangle \tilde{F}_{\mu\nu}\right]. \quad (2.9)$$

В уравнении (2.9) $\left\langle \hat{O} \right\rangle = \bar{\psi}(x)\hat{O}\psi(x)$, $\psi(x)$ – волновые функции частицы спина $1/2$, $\overleftrightarrow{\partial}^{\nu} = \overrightarrow{\partial}^{\nu} - \overleftarrow{\partial}^{\nu}$, γ^μ – матрицы Дирака.

Операторы $\hat{p}^\mu$ и $\hat{m}^\mu$ определены так:

$$\hat{p}^\mu = 4\pi\alpha F^{\mu\rho}\gamma_\rho, \quad \hat{m}^\mu = 4\pi\rho \tilde{F}^{\mu\rho}\gamma_\rho.$$

Лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицей спина 1/2 с учетом поляризуемостей представлен в таком виде, чтобы выражение (2.9) при переходе в систему покоя частицы, было в согласовании с (2.7). С другой стороны, амплитуда комптоновского рассеяния, вычисленная с помощью (2.9) в области низких энергий, принимает такую спиновую структуру, которая следует из низкоэнергетической теоремы, когда учитывается вклад статических поляризуемостей частицы.

В случае, когда длина электромагнитной волны порядка размеров структурной частицы, заряды, расположенные в разных местах частицы, будут по-разному реагировать на поле волны. Для того чтобы учесть этот факт, в классической электродинамике разлагают векторы напряженности поля в окрестности центра масс частицы. Аналогичную процедуру выполним ковариантным образом, т.е представим векторы p^μ и m^μ соотношения (1.15) в виде разложения:

$$p^\mu = 4\pi\alpha e^\mu + \lambda(U^\rho\partial_\rho)e^\mu + L\varepsilon^{\mu\rho\sigma\alpha}U_\sigma\partial_\alpha h_\rho, \quad (2.10)$$

$$m^\mu = 4\pi\beta h^\mu + \chi(U^\rho\partial_\rho)h^\mu + \Omega\varepsilon^{\mu\rho\sigma\alpha}U_\sigma\partial_\alpha e_\rho, \quad (2.11)$$

где λ, χ, L, Ω – инвариантные константы.

Разложения (2.10) и (2.11) допустимы, поскольку в них используется полный набор векторов (пока, кроме вектора Паули-Любанского), с помощью которых определяется движение структурной частицы в электромагнитном поле и учтена инвариантность разложений относительно инверсии пространства.

Подставим разложение (2.10) и (2.11) в соотношения для лагранжиана (2.5). В результате получим

$$L_I = -(pe + mh) = L_I^{(1)} + L_I^{(2)} + L_I^{(3)}. \quad (2.12)$$

В (2.12) введены обозначения:

$$L_I^{(1)} = -2\pi(\alpha e^2 + \beta h^2), \quad (2.13)$$

$$L_I^{(2)} = -(U^\rho\partial_\rho)(\lambda e^2 + \chi h^2), \quad (2.14)$$

$$L_I^{(3)} = -[L\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}U_\mu(\partial_\nu h_\rho)e_\sigma + \\ + \Omega\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}U_\mu h_\rho(\partial_\nu e_\sigma)]. \quad (2.15)$$

Из уравнений (2.13)–(2.15) следует, что $L_I^{(1)}$ второго порядка по частоте и напряженностям электромагнитного поля. В свою очередь $L_I^{(2)}$ и $L_I^{(3)}$ второго порядка по напряженностям, но третьего порядка по частоте электромагнитного поля.

Из уравнений (2.13)–(2.15) следует, что в системе покоя частицы

$$L_I = 2\pi(\alpha\vec{E}^2 + \beta\vec{H}^2) + [\lambda(\vec{E}\dot{\vec{E}}) + \chi(\vec{H}\dot{\vec{H}})] + \\ +[L(\vec{E}[\vec{\partial}\vec{H}]) - \Omega(\vec{H}[\vec{\partial}\vec{E}])].$$

Лагранжиан взаимодействия структурной частицы спина 1/2 с электромагнитным полем с учетом квантовых свойств установим на основе (2.13)–(2.15), выполнив процедуру аналогичную той, которая была использована при получении (2.12).

В результате получим:

$$L_I^{(2)} + L_I^{(3)} = \frac{i}{m^2}\left\langle \vec{\partial}^{\rho}\hat{\theta}_{\nu}^{\sigma}\right\rangle[\lambda\partial_{\rho}(F^{\mu\nu}F_{\mu\sigma}) + \\ +\chi\partial_{\rho}(\tilde{F}^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\sigma})] + \\ +\frac{i}{m^2}\left\langle \vec{\partial}_{\mu}\hat{\theta}^{\lambda\gamma}\right\rangle\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}[L(\partial_{\nu}\tilde{F}_{\rho\lambda})F_{\sigma\gamma} + \\ +\Omega\tilde{F}_{\rho\lambda}(\partial_{\nu}F_{\sigma\gamma})], \quad (2.16)$$

где $\hat{Q}_{\nu}^{\sigma} = \imath/2\gamma_{\nu}\vec{\partial}^{\sigma}$.

Если вычислим амплитуду комптоновского рассеяния на частице спина 1/2 с помощью эффективного лагранжиана (2.16), то нетрудно убедиться, что спиновые ковариантные структуры амплитуды не удовлетворяют условию перекрестной симметрии ($k_1 \leftrightarrow -k_2, e_2 \leftrightarrow e_1$).

Для получения антисимметричного тензора $L_{(s)}^{\mu\nu}$, аналогичного (1.15), но с учетом спина структурной частицы, используем вектор Паули-Любанского $\hat{W}^{\mu}$. Учитывая инвариантность $L_{(s)}^{\mu\nu}$ относительно инверсии пространства, получим

$$\hat{L}_{(s)}^{\mu\nu} = m_{(s)}^{\mu}\hat{W}^{\nu} - m_{(s)}^{\nu}\hat{W}^{\nu} + \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\hat{W}_{\sigma}P_{(s)\rho}. \quad (2.17)$$

В этом случае к лагранжиану (2.15) добавится слагаемое

$$L_I^{(s)} = -\frac{1}{2}L_{(s)}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}.$$

Выполняя все операции, которые были использованы при получении (2.16), определим лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицами спина 1/2 с учетом спиновых поляризуемостей:

$$L_{I(1)}^{(s)} = -\frac{2\pi}{m}\left\langle \hat{\Sigma}^{\nu\lambda}\vec{\partial}_{\lambda}\vec{\partial}_{\rho}\right\rangle \cdot \\ \cdot\left[\alpha_s\tilde{F}_{\mu\nu}F^{\mu\rho} + \beta_s F_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\rho}\right], \quad (2.18)$$

$$L_{I(2)}^{(s)} + L_{I(3)}^{(s)} = -\frac{\imath}{2m}\left\langle\left(\hat{\Sigma}^{\nu\alpha}\hat{\theta}_{\sigma}^{\rho} + \hat{\theta}_{\sigma}^{\rho}\hat{\Sigma}^{\nu\alpha}\right)\vec{\partial}_{\alpha}\right\rangle \cdot \\ \cdot[\lambda_s\tilde{F}_{\mu\nu}\partial_{\rho}F^{\mu\sigma} + \chi_s F_{\mu\nu}\partial_{\rho}\tilde{F}^{\mu\sigma}] - \\ -\frac{i}{m}\left\langle\left(\hat{\Sigma}^{\lambda\alpha}\hat{\theta}_{\mu}^{\beta} + \hat{\theta}_{\mu}^{\beta}\hat{\Sigma}^{\lambda\alpha}\right)\vec{\partial}_{\alpha}\right\rangle\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \cdot \\ \cdot[L_s\tilde{F}_{\sigma\lambda}\partial_{\nu}\tilde{F}_{\rho\beta} + \Omega_s F_{\rho\lambda}\partial_{\nu}F_{\sigma\beta}]. \quad (2.19)$$

В этих выражениях введено обозначение

$$\hat{\Sigma}^{\lambda\alpha} = \frac{\imath}{8}\varepsilon^{\lambda\rho\sigma\alpha}(\gamma_{\rho}\gamma_{\sigma} - \gamma_{\sigma}\gamma_{\rho}).$$

Вычисления амплитуды комптоновского рассеяния на структурной частице спина 1/2, в которых использованы эффективные лагранжианы (2.18) и (2.19), свидетельствует о том, что они вносят вклад в слагаемые амплитуды второго и третьего порядка по частоте электромагнитного поля соответственно. Однако, слагаемые амплитуды, которые определяются лагранжианом (2.18), не удовлетворяют условию перекрестной симметрии. Поэтому амплитуда комптоновского рассеяния в третьем порядке по частоте излучения определяется лагранжианом (2.19).

Гамильтониан, который следует из (2.19), выражается через спиновые структуры вида:

$$\{(\vec{\sigma}[\vec{E}\dot{\vec{E}}]), (\vec{\sigma}[\vec{H}\dot{\vec{H}}]), (E_{ij}S_iH_j), (H_{ij}S_iE_j)\},$$

где введены обозначения:

$$\dot{\vec{E}} = \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}, \dot{\vec{H}} = \frac{\partial\vec{H}}{\partial t},$$

$$E_{ij} = \partial_i E_j - \partial_j E_i, H_{ij} = \partial_i H_j - \partial_j H_i.$$

Эти структуры характерны для определения спиновых поляризуемостей.

Заключение

На основе релятивистского калибровочно-инвариантного подхода и решений электродинамических уравнений ковариантным методом функций Грина определена амплитуда взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей. Эта амплитуда представлена через электрическую и магнитную поляризации структурной системы без использования разложения по мультиполям.

В рамках этого подхода получен лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля со структурной частицей, что позволяет ковариантным образом вычислять вклад поля поляризуемостей в амплитуду сечения двухфотонных процессов.

С помощью установленного эффективного лагранжиана определена амплитуда комптоновского рассеяния на адроне с учетом электрической и магнитной поляризуемостей.

На основе формализма Лагранжа и согласования с низкоэнергетическими теоремами комптоновского рассеяния получены ковариантные структуры, связанные со спиновыми поляризуемостями микрочастицы.

Используя требования сохранения четности и перекрестной симметрии, показано, что статические поляризуемости, связанные со спиновыми свойствами частицы спина 1/2, вносят вклад в структуры амплитуды комптоновского рассеяния в третьем порядке по частоте излучения электромагнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Максименко, Н.В.* Феноменологическое описание поляризуемости элементарных частиц в полевой теории / Н.В. Максименко, Л.Г. Мороз // Сборник трудов 11 Международной школы молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике, Дубна / Д2-11707. – Дубна, 1979. – С. 533–543.

2. *Любошиц, В.Л.* Ковариантное разложение электромагнитного поля / В.Л. Любошиц, Я.А. Смородинский // ЖЭТФ. – 1962. – Т.42, Вып. 3. – С. 846–855.

3. *Дубовик, В.М.* Мультипольное разложение в классической и в квантовой теории поля и излучение / В.М. Дубовик, А.А. Чешков // Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). – 1974. – Т. 5, № 3. – С. 791–837.

4. *Левчук, М.И.* Гирация нуклона как одна из характеристик его электромагнитной структуры / М.И. Левчук, Л.Г. Мороз // Весці АН БССР. Сер. фіз.-мат. наук. – 1985. – № 1. – С. 45–54.

5. *Ragusa, S.* Third order spin polarizabilities of the nucleon / S. Ragusa // Phys. Rev. – 1993. – Vol. D47. – P. 3757–3767.

6. *Drechsel, D.* Dispersion relations in real and virtual Compton scattering / D. Drechsel, B. Pasquini, M. Vanderhaeghen // Phys. Rept. – 2003. – Vol. 378. – P. 99–205.

7. *Барышевский, В.Г.* Ядерная оптика поляризованных сред / В.Г. Барышевский. – Москва : Энергоатомиздат, 1995. – 315 с.

8. *Богуш, А.А*. Введение в теорию классических полей / А.А. Богуш, Л.Г. Мороз. – Минск : Наука и техника, 1968. – 387 с.

9. *Богуш, А.А.* Введение в калибровочную полевую теорию электрослабых взаимодействий / А. А. Богуш. – Минск : Наука и техника, 1987. – 359 с.

10. *де Гроот, С.Р.* Электродинамика / С.Р. де Гроот, Л.Г. Сатторп. – Москва : Наука, 1982. – 560 с.

11. *Anandan, J.S.* Classical and quantum interaction of the dipole / J.S. Anandan // Phys. Rev. Lett. – 2000. – Vol. 85. – P. 1354–1357.

12. *Левчук, Л.Г.* Об одном обобщении теоремы Зигерта: исправленный вариант / Л.Г. Левчук, А.В. Шебеко // Ядерная физика. – 1993. – Т. 56, № 2. – С. 145–151.

13. *Bete, H.A.* A relativistic equation for bound-state problems / H.A. Bete, E.E. Salpeter // Phys. Rev. – 1951. – Vol. 84, № 2. – P. 1232–1242.

14. *Ландау, Л.Д.* Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. – Москва : Наука, 1973. – 365 с.

Поступила в редакцию 15.10.09.