ФИЗИКА

УДК 531.51:531.18:530.12

ГРАВИТАЦИОННЫЙ ДЕФЕКТ МАССИВНОГО ШАРА

Н.А. Ахраменко

Белорусский государственный университет транспорта, *Гомель*

GRAVITATIONAL DEFECT OF MASSIVE BALL

N.A. Akhramenko

Belarusian State University of Transport, *Gomel*

Получено выражение, определяющее гравитационный дефект массы массивного шара. Показано, что гравитационный дефект массы растет с увеличением плотности и массы шара. Полученное соотношение является обобщением для величины гравитационного дефекта массы в нерелятивистском случае.

Ключевые слова: *теория тяготения*, *массивный шар*, *гравитационный дефект массы*.

The resulting expression defining the gravitational mass defect of massive ball is given. It is shown that the gravitational mass defect increases with increasing density and the mass of the ball. The resulting ratio is a generalization for magnitudes of the gravitational mass defect in the non-relativistic case.

Keywords: *theory of gravitation*, *massive ball*, *gravitational mass defect.*

Введение

В теории тяготения Ньютона гравитационная масса является источником гравитационного поля. Напряженность гравитационного поля представляет собой его силовую характеристику. Как известно [1]–[5], в теории тяготения Ньютона напряженность статического поля тяготения определяется величиной силы, действующей на покоящееся пробное тело единичной массы.

Многие небесные тела, в числе которых звезды, планеты и спутники планет, имеют форму близкую к шаровидной. С течением времени эти тела могут изменять как размеры, так и плотность. Например, звезда может превратиться в белый карлик с весьма большой плотностью. Еще большая плотность возникает при образовании нейтронной звезды.

В классической механике считается, что масса системы равна сумме масс составляющих ее тел [1]–[5]. В релятивистской механике масса может быть определена через полную энергию тела E и импульс p [6], [7]

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2 + m^2c^2,$$

где c – скорость света в вакууме.

Полная энергия включает и энергию взаимодействия частей системы друг с другом. Поэтому масса при изменении конфигурации системы и, соответственно, энергии взаимодействия, может изменяться. В частности масса массивной сферической пылевидной оболочки может зависеть от радиуса, что рассмотрено в [8], [9].

В данной работе предварительно определяется свободная масса (масса, не связанная гравитационным взаимодействием) массивного тела шаровидной формы в зависимости от радиуса и плотности, а затем гравитационный дефект массы. Будем считать, что шар представляет собой пылевидную систему частиц, которые взаимодействуют друг с другом только посредством гравитационного поля.

1 Изменение массы шарового слоя при увеличении его радиуса

Пусть имеется однородный массивный шар радиусом R и массой M. Выделим тонкий поверхностный шаровой слой. Подействуем внешними силами на этот слой в радиальном направлении и распределим его на бесконечность без придания ему кинетической энергии. В этом случае будет совершена некоторая работа против сил тяготения. Принимая во внимание связь массы с энергией можно положить, что масса шарового слоя возрастет соответственно затраченной работе при перемещении его с поверхности шара на бесконечность. После этого выделим следующий шаровой слой и опять, совершая работу внешними силами против сил тяготения, переместим его на бесконечность аналогично предыдущему слою. И так слой за слоем можно весь шар, перемещая его составляющие в радиальном направлении, распределить по бесконечности. Масса каждого шарового слоя при распределении его по бесконечности будет возрастать соответственно затраченной работе. В итоге масса всего шара возрастет до значения M_0.

Величина

$$\Delta M = M_0 - M \qquad (1.1)$$

и будет представлять собой гравитационный дефект массы.

Теперь определим ΔM. Для этого выделим промежуточный тонкий шаровой слой массой Δm (рисунок 1.1).

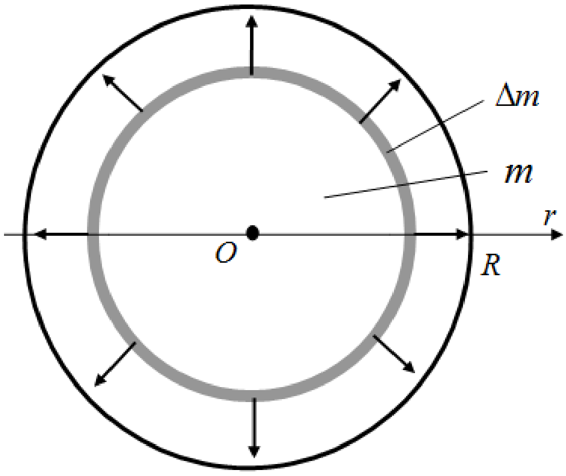

Рисунок 1.1 – Шаровой слой массы Δm

Внутри этого слоя сосредоточена масса m, определяемая радиусом r. При перемещении частиц этого слоя в радиальном направлении на dr будет совершена работа против сил тяготения. При этом будем учитывать взаимодействие только частиц шарового слоя Δm с массой m. Взаимодействием частиц самого слоя между собой пренебрежем ввиду малости величины. В этом случае элементарная работа против сил тяготения

$$\delta A = \frac{Gm\Delta m}{r^2} dr, \qquad (1.2)$$

где G – гравитационная постоянная.

Совершаемая согласно (1.2) работа приводит к росту массы шарового слоя

$$\delta A = c^2 d\left(\Delta m\right), \qquad (1.3)$$

где c – скорость света в вакууме.

Тогда приравнивая правые части выражений (1.2) и (1.3), получим

$$\frac{Gm\Delta m}{r^2} dr = c^2 d\left(\Delta m\right). \qquad (1.4)$$

Интегрируя выражение (1.4) в пределах от r до бесконечности, получаем

$$\Delta m\left(\infty\right) = \Delta m\left(r\right) \exp\left(\frac{Gm}{c^2 r}\right), \qquad (1.5)$$

где $\Delta m(\infty)$ и $\Delta m(r)$ – масса шарового слоя распределенного по бесконечности и в исходном положении.

2 Изменение массы всего шара

Масса всего шара при распределении его по бесконечности (свободная масса) будет определятся суммой масс всех шаровых слоев его составляющих. Это можно, учитывая выражение (1.5), выразить через интеграл вида

$$M_0 = \int_0^R 4\pi r^2 \rho \exp\left(\frac{4\pi G\rho r^2}{3c^2}\right) dr, \qquad (2.1)$$

где принято, что масса шарового слоя

$$dm = 4\pi\rho r^2 dr,$$

масса внутри шарового слоя

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3,$$

dr – толщина шарового слоя.

Следовательно, гравитационный дефект массы согласно (1.1) с учетом (2.1) можно определить выражением

$$\Delta M = \int_0^R 4\pi r^2 \rho \exp\left(\frac{4\pi G\rho r^2}{3c^2}\right) dr - M. \qquad (2.2)$$

Преобразуя последнее выражение путем разложения экспоненты в ряд, получим

$$\Delta M = M\left(\frac{3}{5}\frac{GM}{c^2 R} + \frac{3}{14}\left(\frac{GM}{c^2 R}\right)^2 + \ldots\right), \qquad (2.3)$$

где масса всего шара выражена через плотность и объем

$$M = V\rho = \frac{4}{3}\pi\rho R^3.$$

Тогда первое приближение для гравитационного дефекта массы, учитывая (2.3) составит

$$\Delta M_H = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{Rc^2}. \qquad (2.4)$$

Выражение (2.4) представляет собой отношение модуля потенциальной энергии шара в ньютоновской механике к величине c^2. Поэтому можно сделать вывод, что полученное соотношение (2.2) является обобщением гравитационного дефекта массы (2.4) для нерелятивистского случая.

3 Оценка величины гравитационного дефекта массы

Из сравнения выражений (2.3) и (2.4) следует, что гравитационный дефект массы (2.4) для нерелятивистского случая является меньшим, чем это следует из (2.2) или (2.3). Величина поправки определяется вторым и последующими слагаемыми в выражении (2.3). С учетом того, что отношение G/c^2 имеет порядок величины $\sim 10^{-28}$, величина поправки может быть ощутимой для тел больших масс и малых радиусов. С учетом этого величина поправки может быть ощутимой для тел больших масс и малых радиусов.

Оценим величину гравитационного дефекта масс для нейтронных звезд. Масса типичной нейтронной звезды $M \sim (1\text{–}2)\, M_\odot$, где $M_\odot = 2\cdot 10^{30}$ кг – масса Солнца [10]. При этом звезда обладает радиусом $R \sim (10\text{–}14)$ км. Массовая плотность вещества в такой звезде в среднем $\rho \sim 10^{18}$ кг/м^3. Плотность в центре нейтронной звезды может на порядок превосходить нормальную ядерную плотность $\rho_0 = 2{,}8\cdot 10^{17}$ кг/м^3 [10].

Для звезды с массой равной одной солнечной $M_1 = M_\odot$ получим согласно выражению (2.1) (при $R = 10$ км средняя плотность нейтронной звезды составит величину $\rho = 4{,}78\cdot 10^{17}$ кг/м^3)

$$M_{01} = 2{,}19\cdot 10^{30} \text{ кг}.$$

Дефект массы такой звезды в процентах составит

$$\frac{\left(M_{01}-M_1\right)\cdot 100\%}{M_{01}}=8,6\%.$$

Для звезды с массой равной двум солнечным $M_2 = 2M_{\odot}$ получим (при $R = 14$ км средняя плотность нейтронной звезды составит величину $\rho = 3,48\cdot 10^{17}$ кг/м^3) $M_{02} = 4,6\cdot 10^{30}$ кг.

Тогда дефект массы составит

$$\frac{\left(M_{02}-M_2\right)\cdot 100\%}{M_{02}}=12\%.$$

Оценим также дефект масс для нейтронных звезд массой $M_{\odot}$ и $2M_{\odot}$ с плотностью $\rho = 10^{18}$ кг/м^3. Для массы $M_3 = M_{\odot}$ получим $M_{03} = 2,22\cdot 10^{30}$ кг.

Соответственно дефект масс будет равен

$$\frac{\left(M_{03}-M_3\right)\cdot 100\%}{M_{03}}=10\%.$$

Для массы $M_4 = 2M_{\odot}$ получим $M_{04} = 4,82\cdot 10^{30}$ кг. В этом случае дефект масс будет равен

$$\frac{\left(M_{04}-M_4\right)\cdot 100\%}{M_{04}}=17\%.$$

Отсюда следует, что большим в процентном отношении дефектом масс обладают нейтронные звезды большей массы и плотности.

Заключение

Таким образом, определен гравитационный дефект массы массивного шара. Величина гравитационного дефекта массы возрастает с увеличением плотности и массы шара. Эта величина является ощутимой (в процентном выражении) для нейтронных звезд. Из полученного выражения для величины гравитационного дефекта массы массивного шара следует соотношение для гравитационного дефекта массы в нерелятивистском случае.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Сивухин*, *Д.В.* Общий курс физики в 5-ти т. Т. 1. Механика / Д.В. Сивухин. – М.: Физматлит, 2005. – 560 с.

2. *Савельев*, *И.В.* Курс физики в 3 т. Т 1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – М.: Наука, 1989. – 352 с.

3. *Матвеев*, *А.Н.* Механика и теория относительности / А.Н. Матвеев – М.: ОНИКС 21 век, 2003. – 432 с.

4. *Детлаф*, *А.А.* Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.

5. *Яворский*, *Б.М.* Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М.: Наука, 1990. – 624 с.

6. *Ландау*, *Л.Д.* Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – 512 с.

7. *Окунь*, *Л.Б.* Понятие массы (Масса. Энергия. Относительность) / Л.Б. Окунь // Успехи физических наук. – 1989. – Т. 158, вып. 3. – С. 511–530.

8. *Сердюков*, *А.Н.* Калибровочная теория скалярного гравитационного поля / А.Н. Сердюков. – Гомель, Изд-во Гомельского гос. ун-та, 2005. – 257 с.

9. *Ахраменко*, *Н.А.* Масса массивной сферической оболочки с учетом гравитационного дефекта / Н.А. Ахраменко, Л.М. Булавко // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 3 (20). – С. 13–15.

10. *Потехин*, *А.Ю.* Физика нейтронных звезд / А.Ю. Потехин // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180, № 12. – С. 1279–1304.

Поступила в редакцию 10.03.17.