

СИНТЕЗ АХРОМАТИЧЕСКИХ ПРОСВЕТЛЯЮЩИХ ПОКРЫТИЙ

Ш. А. Фурман, Е. Г. Столов, Н. М. Слотина и В. В. Веремей

Предложен новый способ конструирования просветляющих покрытий, сочетающий аналитический и машинный методы. На первом этапе покрытие синтезируется аналитически на основе приближенной формулы. Затем результат оптимизируется по программе градиентного спуска [1, 2]. В качестве иллюстрации метода приведен расчет покрытия, просветляющего границу стекло—воздух.

В работе [3] была выведена приближенная формула, описывающая свойства многослойных оптических покрытий. Использование ее позволяет аналитически определять оптические толщины слоев покрытий с заданными спектральными характеристиками. Однако данная формула применима лишь в случае равенства показателей преломления сред, обрамляющих покрытие. По этой причине ее нельзя использовать для синтеза просветляющих покрытий.

Несложно вывести формулу (подобную упомянутой выше), пригодную в случае полубесконечных обрамляющих сред с разными показателями преломления. Для этой цели используем приближенную формулу, которая описывает оптические свойства любого непоглощающего покрытия [4]

$$\frac{R}{T} \approx C_0 \left[\sum_{i=0}^N r_i^2 + 2 \sum_{0 \leq p < q \leq N} r_p r_q \cos \left(\sum_{l=p+1}^q \frac{4\pi}{\lambda} n_l h_l \cos \varphi_l \right) \right], \quad (1)$$

$$C_0 = \left[\prod_{i=0}^N (1 - r_i^2) \right]^{-1},$$

где R и T — энергетические коэффициенты отражения и пропускания покрытия; r_i — амплитудный коэффициент отражения границы, отделяющей среду с номером i от среды $i+1$; n_i и h_i — показатель преломления и геометрическая толщина слоя с номером i ; φ_i — угол преломления луча в среде с номером i ; N — число слоев в покрытии; λ — длина волны в вакууме.

Применим формулу (1) к непоглощающему покрытию, у которого показатели преломления нечетных слоев равны между собой, а оптические толщины связаны соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \frac{n_i a_i + n_{i+1} a_{i+1}}{2} + n b_{i+1} &= \lambda_0, \quad i = 1, 2, \dots, m-1, \\ \frac{n_1 a_1}{2} + n b_1 &= \lambda_0, \quad \frac{n_m a_m}{2} + n b_{m+1} = \lambda_0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где n_i , a_i и n , b_i — показатели преломления и геометрические толщины соответственно i -го четного и нечетного слоев (четные и нечетные слои нумеруются отдельно); $N = 2m + 1$; λ_0 — произвольная положительная постоянная.

Выполнив преобразования, аналогичные тем, которые имели место в работе [3], несложно получить для случая нормального падения светового потока новую приближенную формулу

$$\frac{R}{T} \approx C_0 \left\{ \alpha^2 \sum_{i=1}^m x_i^2 + 2\alpha^2 \sum_{1 \leq p < q \leq m} x_p x_q \cos [(p-q)\alpha] + 2\alpha r_0 \sum_{k=1}^m x_k \sin k\alpha - \right. \\ \left. - 2r_{m+1}\alpha \sum_{k=1}^m x_k \sin [(m+1-k)\alpha] + r_0^2 + r_{m+1}^2 + 2r_0 r_{m+1} \cos [(m+1)\alpha] \right\}, \quad (3)$$

$$C_0 = (1 - r_0^2)^{-1} (1 - r_{m+1}^2)^{-1} \prod_{k=1}^m (1 - r_k^2)^{-2},$$

где $r_0 = (n_0 - n)/(n_0 + n)$ и $r_{m+1} = (n - n_{N+1})/(n + n_{N+1})$ — амплитудные коэффициенты отражения на границе покрытия и обрамляющих сред, $\alpha = 4\pi(\lambda_0/\lambda)$; $x_i = r_i n_i a_i / \lambda_0$; $r_i = (n - n_i)/(n + n_i)$ — амплитудный коэффициент отражения границы, отделяющей i -е нечетный и четный слой.

Формула (3) удобна для синтеза просветляющих покрытий. Правая часть ее не отрицательна при любых вещественных $\{x_i\}$.

$$\left(\text{т. к. } \frac{R}{T} \approx C_0 \left| a \sum_{k=0}^{m-1} x_{k+1} e^{-i(k+1)\alpha} - ir_0 - ir_{m+1} e^{-i(m+1)\alpha} \right|^2 \right).$$

Поэтому в качестве критерия малости R/T в заданном интервале значений α $[\alpha_1, \alpha_2]$ можно использовать функционал

$$J = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{R}{T}(\alpha) d\alpha. \quad (4)$$

Для нахождения $\{x_i\}$, сообщающих минимум функционалу J , получаем систему линейных уравнений

$$\frac{\partial J}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (5)$$

или

$$\left. \begin{aligned} A_{11}x_1 + \dots + A_{1m}x_m &= C_1, \\ \dots & \dots \\ A_{m1}x_1 + \dots + A_{mm}x_m &= C_m, \end{aligned} \right\} \quad (5')$$

где

$$A_{pq} = A_{qp} = \left\{ \frac{\alpha^2 \sin [(p-q)\alpha]}{p-q} + \frac{2\alpha \cos [(p-q)\alpha]}{(p-q)^2} - \frac{2 \sin [(p-q)\alpha]}{(p-q)^3} \right\} \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2} \quad \text{при } p \neq q,$$

$$A_{ii} = \frac{\alpha^3}{3} \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2},$$

$$C_p = \left\{ r_{m+1} \left[\frac{\sin [(m+1-p)\alpha]}{(m+1-p)^2} - \frac{\alpha \cos [(m+1-p)\alpha]}{m+1-p} \right] - r_0 \left[\frac{\sin p\alpha}{p^2} - \frac{\alpha \cos p\alpha}{p} \right] \right\} \Big|_{\alpha_1}^{\alpha_2},$$

$$p = 1, 2, \dots, m.$$

Решив систему (5'), определяем величины $x_i = r_i n_i a_i / \lambda_0$. Несложно по схеме, изложенной в работе [3], вычислить оптические толщины слоев просветляющего покрытия. Задавшись, согласно знакам $\{x_i\}$, показателями преломления четных слоев, находим $n_i a_i = x_i \lambda_0 / r_i$. Далее из соотношения (2) определяем оптические толщины nb_i нечетных слоев.

Расчеты были выполнены для практически важного случая просветления стекла К8 ($n=1.52$) покрытием из чередующихся слоев сернистого цинка ($n=2.3$) и фтористого магния ($n=1.38$). Были выбраны следующие значения параметров: число слоев $N=9$, $m=4$, $\alpha_1 = \pi/2$, $\alpha_2 = \pi$, $r_0 = 0.04828$, $r_{m+1} = 0.15966$ (т. е. к обрамляющим средам прилегает слой MgF_2).

| Номер среды | Показатель преломления | Оптические толщины в единицах λ_0 | |
|-------------|------------------------|---|---|
| | | рассчитанные аналитически (см. рисунок, кривая 1) | скорректированные по методу градиентного спуска (см. рисунок, кривая 2) |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 0 | 1.52 | ∞ | ∞ |
| 1 | 1.38 | 0.881 | 0.870 |
| 2 | 2.3 | 0.238 | 0.245 |
| 3 | 1.38 | 0.679 | 0.694 |
| 4 | 2.3 | 0.404 | 0.378 |
| 5 | 1.38 | 0.536 | 0.520 |
| 6 | 2.3 | 0.524 | 0.554 |
| 7 | 1.38 | 0.676 | 0.666 |
| 8 | 2.3 | 0.124 | 0.073 |
| 9 | 1.38 | 0.938 | 0.983 |
| 10 | 1.0 | ∞ | ∞ |

Рассчитанные значения оптических толщин приведены в таблице (третий столбец). Спектральная характеристика покрытия изображена на рисунке (кривая 1).

Улучшение полученного решения осуществлялось градиентным методом [1]. Для этого определялся локальный минимум функционала

$$F(\mathbf{z}) = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \rho(\lambda) [R(\mathbf{z}, \lambda) - P(\lambda)]^2 d\lambda, \quad (6)$$

где \mathbf{z} — многомерный варьируемый вектор, составляющими которого в нашем случае являлись оптические толщины слоев покрытия, $R(\mathbf{z}, \lambda)$ — энергетический коэффициент отражения этой системы при конкретных значениях параметров \mathbf{z} и заданной длине волны λ , $P(\lambda)$ — требуемое значение коэффициента отражения искомой системы, $\rho(\lambda)$ — весовая функция.

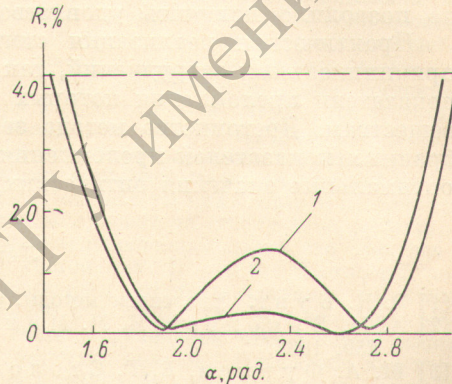
В качестве исходной точки \mathbf{z}_0 брались значения оптических толщин, найденные аналитически. В точке \mathbf{z}_0 вычислялись составляющие градиента $F(\mathbf{z})$, т. е. $(\nabla F)_k = \partial F / \partial z_k$. Движение в сторону локального минимума осуществлялось с помощью вектора $\mathbf{z} = \mathbf{z}_0 - t \nabla F$, где t — малый переменный параметр. В выбранном направлении функция F зависит только от одной переменной — t

$$F(t) = F(\mathbf{z}_0 - t \nabla F).$$

При некотором значении $t = t_0$, которое определяет величину градиентного шага, имеет место минимум.

Величина t_0 определялась при помощи аппроксимирующей параболы для функции $F(t)$. Парабола выбиралась из условия совпадения с функцией $F(t)$ в трех точках $t = 0, t_1, t_2$, где t_2 — точка пересечения касательной к функции $F(t)$ в точке $t = 0$ с осью t , а $t_1 = t_2/2$. Вершина параболы находится в точке

$$t_B = \frac{1}{4} \left| \frac{F(t_2) - 4F(t_1) + 3F(0)}{F(t_2) - 2F(t_1) + F(0)} t_2 \right|,$$



Зависимость коэффициента отражения R от $\alpha = 4\pi(\lambda_0/\lambda)$ для 9-слойных ахроматических просветляющих покрытий из чередующихся слоев с низким $n = 1.38$ и высоким $n = 2.30$ показателями преломления слоев на подложке из стекла с $n = 1.52$, рассчитанных аналитически (1) и путем дополнительной коррекции методом градиентного спуска (2).

Оптические параметры покрытий приведены в таблице. Штриховая линия — коэффициент отражения стекла без покрытия.

где

$$t_2 = \frac{F}{|\nabla F|^2} \Big|_{t=0}.$$

Точка $t=t_b$ принималась за приближенное положение минимума функции $F(t)$. Из определенной в результате первого градиентного шага точки $z_1 = z_0 - t_b \nabla F$ осуществлялся следующий градиентный шаг и т. д. Больше двух—трех шагов производить нецелесообразно, так как возрастание объема вычислений обычно не оправдывается малостью дальнейшего углубления минимума функционала. Метод был реализован на электронно-вычислительной машине БЭСМ-4М. Производные по толщинам определялись численно с шагом $0.00025 \lambda_0$. В интервале значений α $[\pi/2, \pi]$ значительного улучшения исходного решения не получилось. В суженном интервале $[0.578\pi, 0.878\pi]$ градиентный спуск позволил существенно улучшить исходное решение. Найденные оптические толщины приведены в последнем столбце таблицы. Спектральная характеристика изображена на рисунке (кривая 2). Как видно из рисунка, в интервале длин волн от λ_1 до λ_2 , связанных отношением $\lambda_2 = 1.5\lambda_1$, коэффициент отражения не превышает 0.4%. Следует отметить, что несмотря на относительно большое число слоев — 9, общая толщина синтезированного покрытия невелика и соответствует примерно 4-слойному четвертьволновому равнотолщинному покрытию. Заметим, также что применение только машинного метода для расчета многослойного ахроматического просветляющего покрытия не позволило получить удовлетворительный результат.

Практическая реализация синтезированных покрытий не вызывает принципиальных затруднений, так как они построены на основе пленок, показатели преломления которых соответствуют реально существующим веществам. Достоинство метода заключается в том, что для любых выбранных показателей преломления слоев и подложек можно определить оптимальные значения оптических толщин слоев.

Литература

- [1] Э. Д. Бунг. Численные методы. Физматгиз, М., 1959.
- [2] А. М. Ермолаев, И. М. Минков, А. Г. Власов. Опт. и спектр., 13, 259, 1962.
- [3] Ш. А. Фурман, Е. Г. Столов. Опт. и спектр., 36, 589, 1974.
- [4] Ш. А. Фурман. Опт.-механич. промышл., № 12, 34, 1962.

Поступило в Редакцию 24 ноября 1973 г.