

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАССЕЯНИЯ СВЕТА РАДИАЛЬНО НЕОДНОРОДНЫМИ ЧАСТИЦАМИ С ПЛАВНО МЕНЯЮЩИМСЯ ПОКАЗАТЕЛЕМ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

А. П. Пришивалко, В. А. Бабенко и С. Т. Лейко

На основе модифицированной теории Ми для радиально неоднородных непоглощающих сфер получены точные аналитические решения для трех профилей радиальной неоднородности показателя преломления; для двух других профилей в предположении слабой неоднородности получены приближенные решения. В результате численного анализа точных решений получены зависимости коэффициента рассеяния от параметра дифракции $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ в широком диапазоне значений показателя преломления. Полученные результаты сравниваются с аналогичными характеристиками для однородных и двуслойных частиц. Показано, что моделирование радиально неоднородных частиц однородными и двуслойными возможно лишь в области малых ρ_0 . При больших ρ_0 влияние неоднородности проявляется в понижении величины максимумов зависимости $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ и сдвиге их в сторону меньших ρ_0 .

В литературе имеются многочисленные и разносторонние сведения о рассеянии света однородными сферическими частицами. Однако в последнее время все чаще возникает необходимость получения аналогичных данных для частиц с показателем преломления, изменяющимся в радиальном направлении. В ряде работ [1-7] рассмотрены различные аспекты рассеяния света так называемыми двуслойными частицами, в которых изменение показателя преломления на границе ядра и оболочки частицы происходит скачкообразно. Взаимодействие электромагнитного излучения с многослойными частицами детально рассмотрено в монографии [8]. Что же касается рассеяния излучения сферическими объектами с плавно меняющимся вдоль радиуса показателем преломления, то в этом направлении исследования еще только начинаются [9-13]. Если учесть, что рассеивающие объекты такого рода встречаются в природе и технической практике довольно часто (частицы аэрозолей и гидрозоелей, бактерии, окисленные частицы металлов и т. п.), то актуальность и необходимость исследований в этом направлении становятся вполне очевидными.

В настоящей работе получено и исследовано решение задачи о дифракции плоской электромагнитной волны на непоглощающей сфере с плавным изменением оптической плотности образующего ее вещества в радиальном направлении. При этом были использованы результаты работ [9, 10], в которых показано, что в отличие от случая однородных частиц амплитудные множители A_l и B_l , входящие в выражение для коэффициента рассеяния

$$k_{\text{расс.}} = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) (|A_l|^2 + |B_l|^2) \quad (1)$$

и в соответствующие выражения для угловых характеристик рассеяния по теории Ми [14], теперь определяются более сложными соотношениями

$$A_l = \frac{\psi_l}{\zeta_l^{(2)}} \left[1 + \frac{n^2 (\Gamma_l - D_l)}{W_l' / W_l - n^2 \Gamma_l} \right], \quad (2)$$

$$B_l = - \frac{\psi_l}{\zeta_l^{(2)}} \left[1 + \frac{\Gamma_l - D_l}{G_l' / G_l - \Gamma_l} \right], \quad (3)$$

где $D_l = \psi_l' / \psi_l$, $\Gamma_l = \zeta_l^{(2)' / \zeta_l^{(2)'}$ — логарифмические производные функций Рикатти—Бесселя и Рикатти—Ханкеля [14], n — показатель преломления частицы. Все величины, входящие в (2), (3), являются функциями радиальной координаты $\rho = kr$ ($k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны падающего на частицу излучения, $0 \leq r \leq r_0$, r_0 — радиус частицы) и определяются на границе частицы, т. е. при $\rho = \rho_0 = kr_0$.

Как показано в [9], функции $W_l(\rho)$ и $G_l(\rho)$ являются регулярными при $\rho=0$ решениями дифференциальных уравнений

$$\frac{d^2 W_l}{d\rho^2} - \frac{2}{n(\rho)} \frac{dn}{d\rho} \frac{dW_l}{d\rho} + \left[n^2(\rho) - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] W_l = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d^2 G_l}{d\rho^2} + \left[n^2(\rho) - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] G_l = 0. \quad (5)$$

Эти уравнения при постоянном n переходят в обычные волновые уравнения, решениями которых, как следует из теории Ми, являются цилиндрические функции с полуцелым индексом.

Достаточно полная библиография, касающаяся как аналитического, так и численного исследования уравнений (4), (5), приведена в [10, 12, 13]. На основе общей теории дифференциальных уравнений можно показать [12, 13, 15, 16], что эти уравнения аналитически разрешимы лишь для небольшого набора реальных профилей $n = n(\rho)$. В настоящей работе исследование светорассеивающих свойств радиально неоднородных частиц основывается на точных аналитических решениях для следующих профилей показателя преломления: а) $n(\rho) = n_0 / (1 + c_1 \rho)$, б) $n(\rho) = n_0 / (1 + c_2 \rho^2)$, в) $n(\rho) = n_0 \sqrt{1 + c_3 \rho^2}$, где n_0 — показатель преломления в центре частицы, c_1, c_2, c_3 — постоянные коэффициенты. Для этих профилей уравнения (4), (5) разрешаются через гипергеометрические функции. Для профилей вида г) $n(\rho) = n_0 \exp(-c_4 \rho^2)$ и д) $n(\rho) = n_0 \sqrt{\sin c_5 \rho / c_5 \rho}$ в предположении слабой неоднородности [$\ln n_1 / n_0 \ll 1$ в случае г) и $(n_0 - n_1) / n_0 \ll 1$ в случае д), где n_0 — показатель преломления в центре частицы и n_1 — на ее поверхности] получены приближенные решения уравнений (4), (5) через вырожденные гипергеометрические функции. Вид профилей а) — д) показан на рис. 1. В табл. 1 и 2 приведены аналитические выражения коэффициентов A_l и B_l для каждого из этих профилей. Подробные решения, а также некоторые вычислительные аспекты изложены в [12, 13], а для профиля а) также в [11].

Нами проведены расчеты коэффициентов рассеяния, индикатрис, поляризации и параметров Стокса для радиально неоднородных частиц типов а) — д) при различных значениях показателей преломления n_0 и n_1 в зависимости от параметра дифракции ρ_0 (здесь мы рассматриваем только случай убывающего профиля, т. е. $n_0 > n_1$). Ниже обсуждаются некоторые результаты этих расчетов для профиля б), показывающие заметное отличие коэффициентов рассеяния света в случае однородных и неоднородных частиц.

На рис. 2 приведены для сравнения графики зависимостей $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ для неоднородной частицы с $n_0 = 1.5$, $n_1 = 1.33$ и однородных частиц с $n = 1.5, 1.33, 1.395$. Последнее значение соответствует показателю преломления, усредненному по объему неоднородной частицы. Приводится также аналогичная зависимость для двухслойной частицы с показателем преломления вещества ядра — 1.5 и оболочки — 1.33. Соотношение раз-

Таблица 1

Точные аналитические выражения амплитудных коэффициентов A_l и B_l для профилей а), б), в)

Вид зависимости $n = n(\rho)$	$A_l = \frac{\psi_l}{\zeta_l^{(2)}} \left[1 + \frac{n_1^2 (\Gamma_l - D_l)}{l+1 - n_1^2 \Gamma_l + f_{1l}} \right]$	$B_l = -\frac{\psi_l}{\zeta_l^{(2)}} \left[1 + \frac{\Gamma_l - D_l}{l+1 - \Gamma_l + f_{2l}} \right]$
$n(\rho) = \frac{n_0}{1 + c_1 \rho}$	$f_{1l} = \frac{1}{2} (c_1 + \sqrt{c_1^2 - 4n_0^2}) \left(\frac{1}{c_1 \rho_0 + 1} - \frac{F_{2l}}{F_{1l}} \right) - \frac{c_1}{c_1 \rho_0 + 1}$ $z = -c_1 \rho_0; \quad \alpha_l, \beta_l = l + 1 + \frac{1}{2c_1} \sqrt{c_1^2 - 4n_0^2} \pm \frac{1}{2c_1} \sqrt{(2l+1)^2 c_1^2 - 4n_0^2}; \quad \gamma_l = 2(l+1)$	$f_{2l} = f_{1l} + \frac{c_1}{c_1 \rho_0 + 1}$
$n(\rho) = \frac{n_0}{1 + c_2 \rho^2}$	$f_{1l} = -\frac{(c_2 + \sqrt{c_2(c_2 + n_0^2)}) \rho_0}{c_2 \rho_0^2 + 1} - \rho_0 \left[\frac{c_2(2l+1)}{2l+3} - \sqrt{c_2(c_2 + n_0^2)} + \frac{n_0^2}{2l+3} \right] \frac{F_{2l}}{F_{1l}}$ $z = -c_2 \rho_0^2; \quad \alpha_l, \beta_l = \frac{1}{2} \left[l + \frac{3}{2} - \sqrt{1 + \frac{n_0^2}{c_2}} \pm \sqrt{l^2 + l + \frac{9}{4}} \right]; \quad \delta_l = l + 1 - \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{n_0^2}{c_2}}; \quad \nu_l = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{n_0^2}{c_2}}; \quad \gamma_l = l + \frac{3}{2}$	$f_{2l} = \frac{(c_2 - \sqrt{c_2(c_2 + n_0^2)}) \rho_0}{c_2 \rho_0^2 + 1} - \rho_0 \left[c_2 - \sqrt{c_2(c_2 + n_0^2)} + \frac{n_0^2}{2l+3} \right] \frac{F_{4l}}{F_{3l}}$
$n(\rho) = \frac{n_0}{\sqrt{1 + c_3 \rho^2}}$	$f_{1l} = \frac{\rho_0 [n_0^2 + 2c_3(l+1)]}{2l+3} \frac{F_{2l}}{F_{1l}}$ $z = -c_3 \rho_0^2; \quad \alpha_l, \beta_l = \frac{3}{4} + \frac{l}{2} \pm \frac{1}{4} \sqrt{(2l+1)^2 - \frac{4n_0^2}{c_3}}; \quad \delta_l, \nu_l = \alpha_l, \beta_l = \frac{1}{2}; \quad \gamma_l = l + \frac{3}{2}$	$f_{2l} = \frac{n_0^2 \rho_0}{2l+3} \frac{F_{4l}}{F_{3l}}$

Примечание. $F_{1l} = F(\alpha_l, \beta_l, \gamma_l, z)$, $F_{2l} = F(\alpha_l + 1, \beta_l + 1, \gamma_l + 1, z)$, $F_{3l} = F(\delta_l, \nu_l, \gamma_l, z)$, $F_{4l} = F(\delta_l + 1, \nu_l + 1, \gamma_l + 1, z)$ — гипергеометрические функции.

Таблица 2

Приближенные аналитические выражения амплитудных коэффициентов A_l и B_l для профилей г); д)

Вид зависимости $n = n(\rho)$	$A_l = \frac{\Phi_l}{\zeta_l^{(2)}} \left[1 + \frac{n_0^2 (\Gamma_l - D_l)}{f_{1l} - n_0^2 \Gamma_l} \right]$	$B_l = -\frac{\Phi_l}{\zeta_l^{(2)}} \left[1 + \frac{\Gamma_l - D_l}{f_{2l} - \Gamma_l} \right]$
$n(\rho) = n_0 e^{-c_4 \rho^2}$ $n(\rho) = n_0 \sqrt{\frac{\sin c_5 \rho}{c_5 \rho}}$	$f_{1l} = -2\rho_0 \left(c_4 + \frac{1}{2} \eta \right) + \rho_0 \left(\eta - \frac{\nu}{2l+3} \right) \frac{\Phi_{2l}}{\Phi_{1l}} + \frac{l+1}{\rho_0}$ $\eta = \sqrt{2bc_4 n_0^2 + 4c_4^2}; \quad \xi = n_0 \sqrt{2bc_4}; \quad \nu = n_0^2 a - 2c_4; \quad z_1 = \rho_0^2 \eta; \quad z_2 = \rho_0^2 \xi;$ $a_l = \frac{1}{4} \left(3 + 2l - \frac{\nu}{\eta} \right); \quad \delta_l = \frac{1}{4} \left(3 + 2l - \frac{n_0^2 a}{\xi} \right); \quad \gamma_l = \beta_l = l + \frac{3}{2}$	$f_{2l} = -\xi \rho_0 + \rho_0 \left(\xi + \frac{n_0^2 a}{2l+3} \right) \frac{\Phi_{4l}}{\Phi_{3l}} + \frac{l+1}{\rho_0}$ $b = \frac{1 - \exp(-2\rho_0^2 c_4)}{2\rho_0^2 c_4}; \quad a = \frac{1}{2} \left(1 + b + b \ln \frac{1}{b} \right);$ $f_{1l} = \frac{g-1+4m_1}{2\rho_0} - \frac{\rho_0}{2} (h+2x_1) + \frac{x_1 \rho_0 (1+2m_1-2k_1)}{2m_1+1} \frac{\Phi_{2l}}{\Phi_{1l}} \quad \left \quad f_{2l} = \frac{1+4m_2}{2\rho_0} - x_2 \rho_0 + \frac{(1+2m_2-2k_2)x_2 \rho_0}{2m_2+1} \frac{\Phi_{4l}}{\Phi_{3l}} \right.$ $g = 1.0012; \quad h = -0.3479c_5^2; \quad m_1 = \frac{1}{4} \sqrt{(g-1)^2 + 4l(l+1)}; \quad m_2 = \frac{1}{4} (2l+1); \quad s = 3.01436/\pi; \quad q = \frac{5.01056c_5^2}{\pi^3}$ $k_1 = \frac{2n_0^2 s - h(1+g)}{8x_1}; \quad k_2 = \frac{n_0^2 s}{4x_2}; \quad x_1 = \frac{1}{2} \sqrt{h^2 - 4n_0^2 q}; \quad x_2 = n_0 \sqrt{-q}; \quad z_1 = x_1 \rho_0^2; \quad z_2 = x_2 \rho_0^2;$ $\alpha_l = \frac{1}{2} + m_1 - k_1; \quad \beta_l = 2m_1 + 1; \quad \delta_l = \frac{1}{2} + m_2 - k_2; \quad \gamma_l = 2m_2 + 1$

Примечание. $\Phi_{il} = \Phi(\alpha_l, \beta_l, z_1)$, $\Phi_{2il} = \Phi(\alpha_l + 1, \beta_l + 1, z_1)$, $\Phi_{3il} = \Phi(\delta_l, \nu_l, z_2)$, $\Phi_{4il} = \Phi(\delta_l + 1, \nu_l + 1, z_2)$ — вырожденные гипергеометрические функции.

меров ядра и оболочки двухслойной частицы выбрано таким, чтобы ее средний по объему показатель преломления равнялся аналогичной величине для радиально неоднородной частицы, т. е. 1.395. Частицы всех указанных типов могут существовать в атмосферном аэрозоле.

Из сопоставления кривых рис. 2 видно, что график зависимости $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ для радиально неоднородных частиц резко отличается от соответствующих зависимостей для однородных частиц с $n=1.5$ и $n=1.33$. Гораздо ближе лежат кривые для однородных частиц с $n=1.395$ и для двухслойных частиц. В области $\rho_0 > 4$ значения $k_{\text{расс.}}$ для этих частиц отличаются от $k_{\text{расс.}}$ неоднородной частицы не более чем на 5–6%, но при $\rho_0 \geq 4$ отклонения в некоторых случаях достигают 30%. Отсюда следует, что

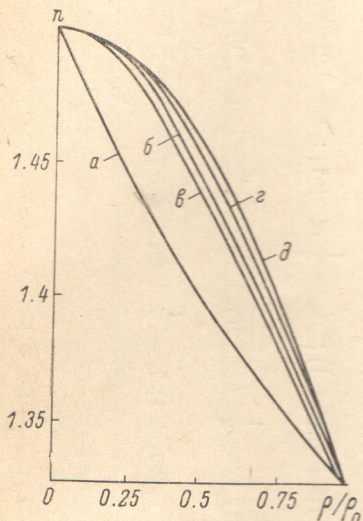


Рис. 1. Рассматриваемые профили радиальной неоднородности показателя преломления частиц.

$n_0=1.5$, $n_1=1.33$. Буквы у кривых соответствуют обозначениям в тексте.

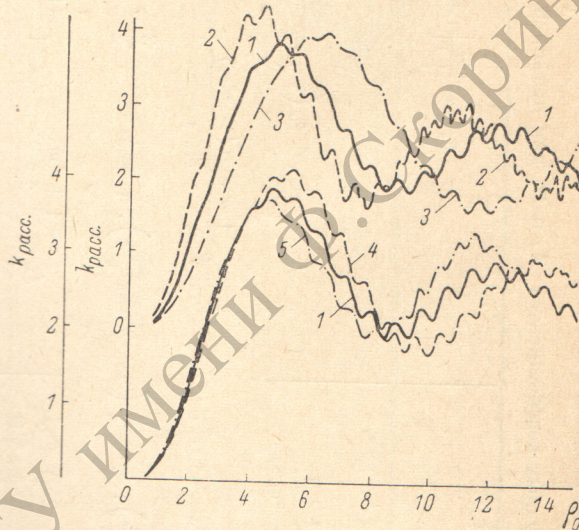


Рис. 2. Зависимости коэффициента рассеяния от параметра дифракции.

1 — неоднородные частицы ($n_0=1.5$, $n_1=1.33$); 2, 3, 4 — однородные ($n=1.5$, 1.33, 1.395); 5 — двухслойные ($n_0=1.5$, $n_1=1.33$; $n_{\text{ср.}}=1.395$). Левая шкала соответствует нижней группе кривых, правая — верхней.

моделирование светорассеивающих свойств радиально неоднородной частицы с помощью однородных или двухслойных частиц возможно только в области малых значений ρ_0 , в данном случае при $\rho_0 < 4$. Для частиц с более высокими значениями параметра дифракции не представляется возможным подобрать величину эффективного n , при которой $k_{\text{расс.}}$ неоднородной частицы и однородной частицы с выбранным n отличались бы не более чем на 10–15% в достаточно широком диапазоне изменения ρ_0 . Расчеты с помощью модели двухслойных частиц в этом смысле не дают каких-либо явных преимуществ.

На рис. 3 и 4 представлены графики, иллюстрирующие влияние вариаций значений n_0 и n_1 . Сравнение проводится только с ходом зависимости $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ для однородных частиц с показателем преломления, равным среднему по объему значению n для соответствующей неоднородной частицы. Из сопоставления кривых видно, что положение и высота максимумов и минимумов зависимости $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ в случае однородных и неоднородных частиц весьма существенно различаются. Максимум для неоднородной частицы всегда ниже максимума для соответствующей однородной частицы, а первый минимум всегда выше соответствующего первого минимума для однородной частицы. В случае неоднородной частицы оба экстремума сдвинуты в сторону меньших ρ_0 по сравнению с экстремумами для соответствующей однородной частицы. С увеличением разности $\Delta n = n_0 - n_1$ различие в ходе графиков усиливается, причем при

постоянном Δn это различие тем больше, чем меньше n_0 . С увеличением Δn до 0.3—0.4 и для восходящей части кривых в области малых ρ_0 разность значений $k_{\text{расс.}}$ для неоднородной частицы и однородной со средним значением n возрастает до 15—20% и более.

На примере частиц с $n_0=1.6$, $n_1=1.1$ (рис. 3) наиболее отчетливо видно, что моделирование светорассеивающих свойств неоднородных частиц с помощью однородных при $\rho_0 > 5$ вообще невозможно. Для сближения кривых необходимо было бы так изменить эффективный показатель преломления однородной частицы, чтобы первый максимум зависимости сместился влево и стал ниже. Если смещение максимума влево может быть достигнуто увеличением эффективного показателя преломления, то для его снижения показатель преломления надо уменьшить, что никак не согласуется с предыдущим. Аналогичные выводы следуют из рассмотрения кривых рис. 4.

Для «мягких» частиц (рис. 4) несколько расширяется интервал зна-

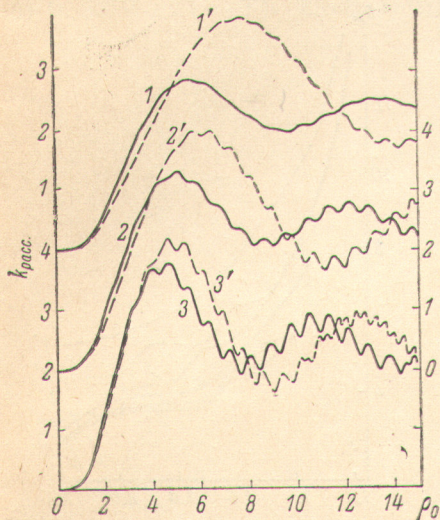


Рис. 3. Зависимости коэффициента рассеяния от параметра дифракции.

1, 2, 3 — неоднородные частицы ($n_0=1.6$ и $n_1=1.1, 1.2, 1.33$ соответственно); 1', 2', 3' — однородные ($n=1.269, 1.341, 1.429$). Правая шкала относится к кривым 2, 2'; левая верхняя — к 1, 1'; нижняя — к 3, 3'.

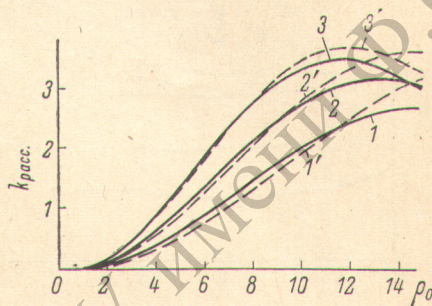


Рис. 4. Зависимости коэффициента рассеяния от параметра дифракции.

1, 2, 3 — неоднородные частицы ($n_0=1.2$ и $n_1=1.05, 1.1, 1.15$ соответственно); 1', 2', 3' — однородные ($n=1.107, 1.139, 1.170$).

чений ρ_0 , в котором значения $k_{\text{расс.}}$ для неоднородных частиц и однородных со средним n оказываются достаточно близкими. Однако с увеличением Δn до 0.15 и на этом участке различие значений $k_{\text{расс.}}$ в некоторых точках достигает 14—16%. Поскольку в области $n \approx 1.1$ величина $k_{\text{расс.}}$ однородных частиц очень чувствительна к изменению n , увеличением эффективного среднего значения n всего лишь на 0.003—0.005 можно заметно улучшить совпадение кривых $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ в области малых ρ_0 , но при этом соответственно увеличится расхождение кривых при больших ρ_0 . Таким образом, и в случае «мягких» частиц моделирование светорассеивающих свойств радиально неоднородных частиц с помощью частиц однородных возможно лишь в ограниченном интервале значений ρ_0 , в основном при $\rho_0 < 10$.

На рис. 5, 6 представлены зависимости высоты и положения первого максимума функции $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ для радиально неоднородных частиц от величины n_0 (при различных фиксированных n_1). На этих же рисунках приведены для сравнения координаты (высота и положение) первых максимумов зависимости $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ для однородных частиц с показателем преломления, равным среднему по объему показателю преломления рассматриваемых неоднородных частиц. Как и следовало ожидать, снижение значения n_1 при фиксированном значении n_0 приводит к понижению первого максимума и его смещению в сторону больших ρ_0 . Однако если при постоянном n_1 величина n_0 возрастает, то высота первого максимума не увеличивается, как можно было бы ожидать в соответствии с ростом сред-

него по объему частицы показателя преломления. При значениях n_1 , близких к единице, в широком диапазоне изменения n_0 она остается примерно постоянной. С увеличением n_1 кривые приобретают слабо осциллирующий характер. Разность высот первых максимумов сопоставляемых зависимостей для однородных и неоднородных частиц уменьшается с ростом n_1 .

Проведенные нами расчеты $k_{\text{расс.}}$ для различных профилей $n(\rho)$ ($n_0=1.5$, $n_1=1.33$) показали, что при таких значениях n_0 и n_1 результаты, полученные для профилей б)–г), практически совпадают. Зависимость $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ для профиля а) качественно весьма сходна с соответствующей зависимостью для других профилей, хотя количественное различие, конечно, имеется.

При разности $\Delta n=(n_0-n_1) < 0.25$ относительно простое приближенное решение для профиля г) хорошо передает особенности рассеяния света

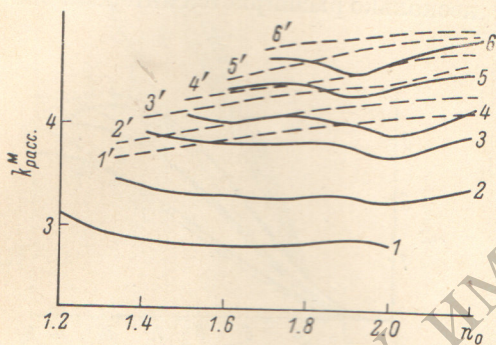


Рис. 5. Зависимости высоты первого максимума функции $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ от показателя преломления в центре частицы и сравнение со случаем однородных частиц.

Кривые 1–6 — $n_1=1.1, 1.2, 1.33, 1.4, 1.5, 1.6$ соответственно; кривые 1'–6' — значения $k_{\text{расс.}}^{\text{макс.}}$ для однородных частиц с показателем преломления, получаемым усреднением по объему неоднородной частицы с n_0 , равным абсциссе точки на кривой и $n_1=1.1, 1.2, 1.33, 1.4, 1.5$ и 1.6 соответственно.

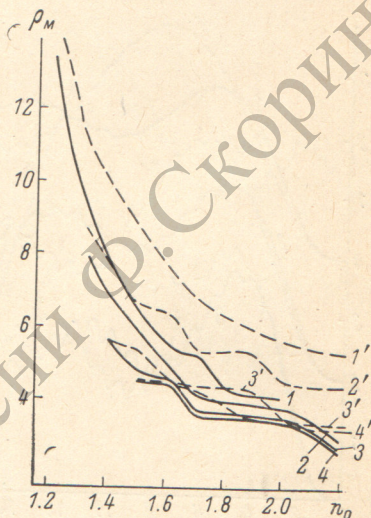


Рис. 6. Зависимости положения первого максимума функции $k_{\text{расс.}}(\rho_0)$ от показателя преломления в центре частицы и сравнение со случаем однородных частиц. Обозначения те же, что на рис. 5.

радиально неоднородными частицами с профилями неоднородности б), в), г). Особенно важно при этом то, что расчеты с помощью приближенного решения для профиля г) требуют примерно в 4–5 раз меньших затрат машинного времени, чем расчеты для профилей а), б) и в), и всего лишь на 15–25% больше времени, требуемого для аналогичных расчетов по теории Ми для однородных частиц. Из этого следует, что расчеты характеристик рассеянного света для слабнеоднородных частиц атмосферного аэрозоля не связаны с какими-либо неопределимыми затруднениями. Более подробно вопрос о границах применимости приближенного решения, а также результаты исследования угловых характеристик рассеяния света радиально неоднородными частицами будут рассмотрены в последующих публикациях.

Литература

- [1] A. L. Aden, M. Kerker. J. Appl. Phys., 22, 1242, 1951.
- [2] К. С. Шифрин. Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2, 15, 1952.
- [3] A. Güttler. Ann. der Phys., 11, 65, 1952.
- [4] M. Kerker, J. P. Kratochvil, E. Matijević. J. Opt. Soc. Am., 52, 551, 1962.
- [5] P. W. Fenn, H. Oser. Appl. Opt., 4, 1504, 1965.
- [6] M. J. Pilat. Appl. Opt., 6, 1555, 1965.

- [7] А. П. Пришивалко, Л. Г. Астафьева. Поглощение, рассеяние и ослабление света обводненными частицами атмосферного аэрозоля. Препринт Института физики АН БССР. Минск, 1975.
- [8] В. И. Розенберг. Рассеяние и ослабление электромагнитного излучения атмосферными частицами. Гидрометеониздат, Л., 1972.
- [9] P. J. Wyatt. Phys. Rev., *127*, 1837, 1962.
- [10] M. Kerker. The scattering of light and other electromagnetic radiation. Academic Press, N. Y., 1969.
- [11] В. А. Бабенко, А. П. Пришивалко. ДАН БССР, *17*, 1093, 1973.
- [12] В. А. Бабенко. Изв. АН БССР, сер. физ.-мат. наук, № 1, 89, 1975.
- [13] А. П. Пришивалко, В. А. Бабенко. Рассеяние света радиально неоднородными частицами. Препринт Института физики АН БССР, Минск, 1975.
- [14] К. С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. ГИТТЛ, М.—Л., 1951.
- [15] B. S. Westcott. Proc. Camb. Phil. Soc., *64*, 227, 1968.
- [16] B. S. Westcott. Electr. Lett., *4*, 572, 1968.

Поступило в Редакцию 29 января 1974 г.