

ИССЛЕДОВАНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК
ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ВНУТРИ РАССЕИВАЮЩИХ СРЕД
В УСЛОВИЯХ ГЛУБИННОГО РЕЖИМА

С. Г. Гуминецкий и Я. П. Марчук

Получены аналитические соотношения, связывающие характеристики $a(\mu)$, $b(\mu)$, $c(\mu)$ и $d(\mu)$ разложения тел яркости в условиях глубинного режима в ряд по малому параметру с коэффициентами разложения индикатрисы рассеяния элементарного объема по полиномам Лежандра. Проведены измерения указанных характеристик для рассеивающих сред типа молочной эмульсии.

Одним из широко распространенных методов решения уравнения переноса излучения в практике спектродиагностических исследований рассеивающих сред является асимптотический метод для условий глубинного режима, при котором с некоторой глубины внутри среды устанавливается стационарная картина углового распределения яркости и поляризации [1-4]. В этом случае наряду с простыми соотношениями, пригодными для раздельного определения показателей поглощения α и рассеяния σ элементарного объема [5, 6], часто применяется впервые предложенный Розенбергом [1, 5] метод разложения тел яркости $S(\mu)$ в ряд по малому параметру $\gamma = k'/k$, где k' — показатель ослабления в условиях глубинного режима, а k — бугеровский показатель ослабления. Согласно этому методу, имеем

$$S(\mu) = S_0 [1 + a(\mu)\gamma + b(\mu)\gamma^2 + c(\mu)\gamma^3 + \dots] \quad (1)$$

и

$$\beta = q\gamma^2 + t\gamma^4 + \dots, \quad (2)$$

где S_0 — постоянная, нормируемая условием $a(0) = b(0) = c(0) = \dots = 0$, $\beta \cong \alpha/\sigma$ — удельное поглощение среды, причем $\beta \ll 1$; q, t — интегральные параметры, а $a(\mu), b(\mu), c(\mu), \dots$ — некоторые функции, определяемые видом индикатрисы рассеяния $f(\mu)$; $\mu = \cos \theta$, θ — угол между направлением рассеянных пучков и нормалью к поверхности среды.

В работах [1, 5] получены выражения для указанных функций

$$\left. \begin{aligned} a(\mu) &= \mu + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F(\mu, \mu') a(\mu') d\mu', \\ b(\mu) &= -q + \mu a(\mu) + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F(\mu, \mu') b(\mu') d\mu', \\ c(\mu) &= q\mu - qa(\mu) + \mu b(\mu) + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F(\mu, \mu') c(\mu') d\mu', \\ d(\mu) &= -t + qa(\mu) - qb(\mu) + \mu c(\mu) + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 F(\mu, \mu') d(\mu') d\mu' \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

и для параметров q и t

$$q = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu a(\mu) d\mu, \quad t = q^2 + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \mu c(\mu) d\mu - \frac{1}{2} q \int_{-1}^1 b(\mu) d\mu. \quad (4)$$

В то же время индикатрису рассеяния $f(\mu)$ можно разложить в ряд по полиномам Лежандра $P(\mu)$ [6], т. е.

$$f(\mu) = \sum_{n=0}^N x_n P_n(\mu), \quad (5)$$

где n — порядковый номер полинома, а N — число членов в ряду, величина которого зависит от вида индикатрисы рассеяния, x_n — коэффициенты разложения. Тогда функцию $F(\mu, \mu')$ в выражениях (3) можно, используя свойства шаровых функций, также выразить через полиномы Лежандра

$$F(\mu, \mu') = \sum_{n=0}^N x_n P_n(\mu) P_n(\mu'). \quad (6)$$

Учитывая особенности функций $a(\mu)$, $b(\mu)$, $c(\mu) \dots$, $F(\mu, \mu')$ и подставляя (6) в (3), получаем связь этих функций с коэффициентами разложения x_n

$$\left. \begin{aligned} a(\mu) &= \frac{3}{3-x_1} \mu; & b(\mu) &= \frac{15\mu^2}{(3-x_1)(5-x_2)}, \\ c(\mu) &= \frac{3\mu}{3-x_1} \left[\frac{1}{3-x_1} - \frac{3}{(3-x_1)^2} - \frac{21}{(5-x_2)(7-x_3)} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{9}{(3-x_1)(5-x_2)} \right] + \frac{105\mu^3}{(3-x_1)(5-x_2)(7-x_3)}, \\ d(\mu) &= \frac{15\mu^2}{5-x_2} \left[t + \frac{9}{(3-x_1)(5-x_2)(7-x_3)} - \frac{54}{(3-x_1)(7-x_3)(9-x_4)} \right] + \\ &\quad \left. + \frac{945\mu^4}{(3-x_1)(5-x_2)(7-x_3)(9-x_4)} \right] \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Используя соответствующие выражения (7), из (4) получаем

$$q = \frac{1}{3-x_1} \quad \text{и} \quad t = 2q^2 - 3q^3 + \frac{4q^2}{5-x_2}. \quad (8)$$

Поскольку в соответствии с (7)

$$a(\mu) = -a(-\mu), \quad b(\mu) = b(-\mu), \quad c(\mu) = -c(-\mu) \quad \text{и} \quad d(\mu) = d(-\mu),$$

то из соотношения (1) получаем удобные для экспериментального определения этих функций выражения, а именно:

$$\frac{S(\theta) - S(180^\circ - \theta)}{2S(90^\circ)} = a(\theta) \gamma \quad (9)$$

с точностью до членов γ^3 ,

$$\frac{S(\theta) + S(180^\circ - \theta) - 2S(90^\circ)}{2S(90^\circ)} = b(\theta) \gamma^2 \quad (10)$$

с точностью до членов γ^4 ,

$$\frac{S(\theta) - S(180^\circ - \theta) - 2S(90^\circ) a(\theta) \gamma}{2S(90^\circ)} = c(\theta) \gamma^3 \quad (11)$$

с точностью до членов γ^5 и

$$\frac{S(\theta) + S(180^\circ - \theta) - 2S(90^\circ) b(\theta) \gamma^2 - 2S(90^\circ)}{2S(90^\circ)} = d(\theta) \gamma^4 \quad (12)$$

с точностью до членов γ^6 .

Так как соотношения (9) и (10) довольно подробно исследованы в работе [7], в настоящем сообщении мы лишь коротко остановимся на характере функций $a(\mu)$ и $b(\mu)$ и более детально рассмотрим последующие выражения. Из этих соотношений следует прежде всего, что для расчета стоящих в их левой части функций необходимо знать вид кривых распределения яркости в условиях глубинного режима в зависимости от величины нормированного показателя ослабления среды γ . Объектом исследования служила молочная эмульсия, в которую для варьирования значений a и γ добавлялся в определенном количестве раствор нейтрального красителя нигрозина. Кривые распределения яркости измерялись на установке, несколько видоизмененной по сравнению с описанной в работе [8]. Измерительной емкостью в ней служит металлический бак диаметром и высотой 1 м, а вместо призмы полного внутреннего отражения в качестве при-

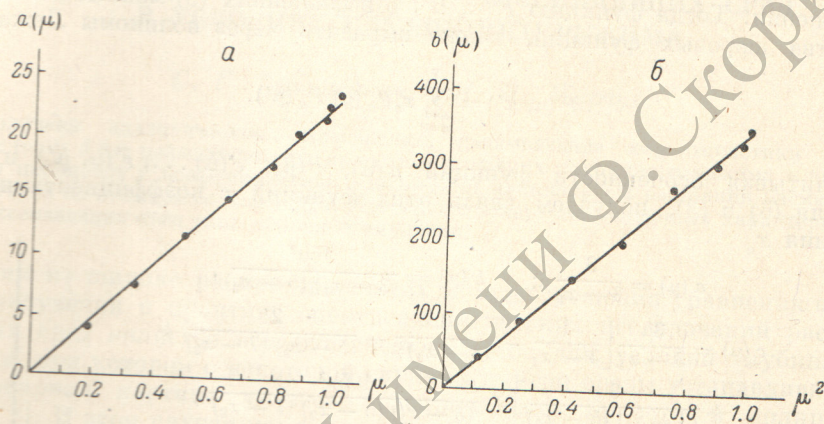


Рис. 1. Зависимости $a(\mu)$ от μ (а) и $b(\mu)$ от μ^2 (б) для поглощающей рассеивающей среды.

емника излучений используется подводный фотометр с наружным дистанционным управлением. Показатель глубинного ослабления k' и показатель поглощения a измерялись на установке и по методике, описанной в [9], а показатель бугеровского ослабления k — на коллимационной приставке к зеркальному монохроматору ЗМР-3.

По измеренным k и k' рассчитывался показатель ослабления γ , величина которого в нашем случае изменялась от 0.026 для чисто молочной эмульсии до 0.0617. В этой области изменений γ было выбрано тринадцать растворов с различной поглощающей способностью, для которых в условиях глубинного режима измерены кривые распределения яркости. Используя эти кривые, для различных значений θ от 0 до 80° через каждые 10° находились, согласно выражениям (9) и (10), соответствующие функциональные зависимости. Оказалось, что они для всех углов θ хорошо аппроксимируются прямыми, что подтверждает справедливость указанных соотношений [7]. По тангенсам углов наклона этих прямых в первом случае для каждого из выбранных углов находилось значение величины $a(\mu)$, а во втором случае — $b(\mu)$. В свою очередь из соотношений (7) вытекает, что функции $a(\mu) = \psi_1(\mu)$ и $b(\mu) = \psi_2(\mu^2)$ также должны графически представляться в виде прямых. Именно это и следует из рис. 1. Видно, что данные зависимости хорошо аппроксимируются прямыми. Это подтверждает справедливость соответствующих выражений (7) и позволяет просто найти коэффициенты x_1 и x_2 . Первый находится из значения тангенса угла наклона прямой $a(\mu) = \psi_1(\mu)$, а второй (при известном x_1) из значения тангенса угла наклона прямой $b(\mu) = \psi_2(\mu^2)$. Оказалось, что в нашем случае $x_1 = 2.874$, а $x_2 = 4.668$. Это находится в хорошем согласии с данными работы [10] для случая океанской индикатрисы рассеяния. В то же время полученные в этой работе другим методом выражения для функции $b(\mu)$ и параметра t несколько отличаются от со-

ответствующих выражений (7) и (8). Так, в случае функции $b(\mu)$ это различие характеризуется наличием свободного члена $-5q/(5-x_2)$, который с учетом найденных значений для x_1 и x_2 должен быть довольно большим. Однако из рис. 1, б этого не следует: в функции $b(\mu)$ свободного члена не обнаружено.

Отметим, что поскольку с учетом (8) выражение для $a(\mu)$ принимает вид

$$a(\mu) = 3q\mu, \quad (13)$$

то из значения тангенса угла наклона прямой $a(\mu) = \psi_1(\mu)$, помимо x_1 , легко находится параметр q . Он равен 7.73.

Для нахождения значений функции $c(\theta)$ использовалось соотношение (11). В этом случае, кроме соответствующих значений, снимаемых

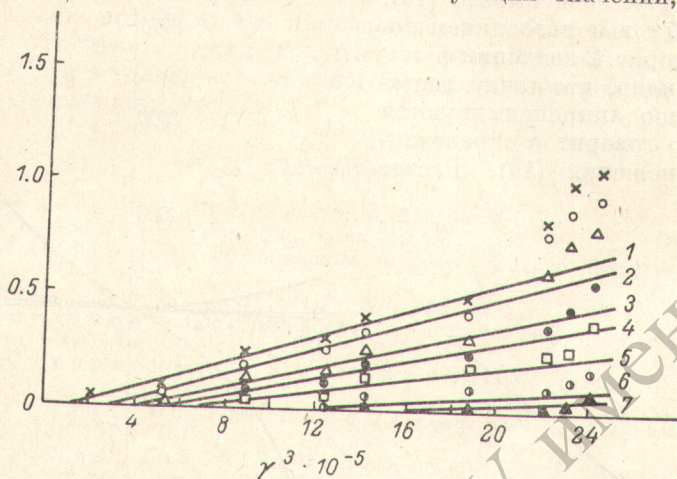


Рис. 2. Графики зависимости (11) для различных углов наблюдения.

1 — 0°, 2 — 10°, 3 — 20°, 4 — 30°, 5 — 40°, 6 — 50°, 7 — 60°.

с кривых распределения яркости, брались также соответствующие значения $a(\theta)$ γ , согласно выражению (9). В то же время из сравнения (11) с (9) следует, что левая часть равенства (11) может быть отличной от нуля, лишь при таких значениях γ , когда уже не выполняется равенство (9), т. е. уже нельзя пренебречь в разложении (1) членами с γ^3 . Это наглядно видно из рис. 2, на котором для каждого из углов θ графически представлена зависимость (11). Из этого рисунка следует, что действительно левая часть этого равенства практически отлична от нуля при $\gamma \geq 0.05$. Выбрав в этой области изменений γ для исследований семь сред, мы имеем возможность довольно точной экспериментальной проверки соотношения (11). Хорошая аппроксимация прямыми изображенных на рис. 2 зависимостей подтверждает справедливость указанного соотношения.

С другой стороны, практическое равенство нулю левой части выражения (11) в области $\gamma < 0.04-0.05$ говорит о том, что именно в этой области изменений γ необходимо пользоваться соотношением (9) для наиболее точного определения значений функции $a(\mu)$. Отметим, что значения функции $c(\theta)$, определяемые по тангенсам углов наклона представленных на рис. 2 прямых, сильно зависят от угла наблюдения θ , причем для малых углов эти значения почти на два порядка выше соответствующих значений функции $a(\mu)$. Это приводит к тому, что для этих углов члены с γ^3 даже при очень малых γ вносят ощутимый вклад в разложение (1).

Для удобства нахождения коэффициента x_3 по значениям функции $c(\theta)$ представим выражение (7) в несколько ином виде

$$\frac{3-x_1}{3\mu} c(\mu) = c_0 + c'\mu^2, \quad (14)$$

где

$$c_0 = \frac{1}{3-x_1} + \frac{9}{(3-x_1)(5-x_2)} - \frac{21}{(5-x_2)(7-x_3)} - \frac{3}{(3-x_1)^2} \quad (15)$$

и

$$c' = \frac{105}{3(5-x_2)(7-x_3)} \quad (16)$$

Так как значения x_1 и x_2 уже известны, то коэффициент x_3 можно найти двумя способами: во-первых, по величине тангенса угла наклона, представляющей графически в виде прямой зависимости (14), исходя из соотношения (16), и, во-вторых, по величине отрезка c_0 , отсекаемого прямой на оси ординат. На рис. 3 представлен график зависимости (14), построенный с использованием полученных из рис. 2 значений функции $c(\theta)$. Видно, что точки достаточно хорошо аппроксимируются прямой, что говорит о справедливости соотношения (14). Расчет

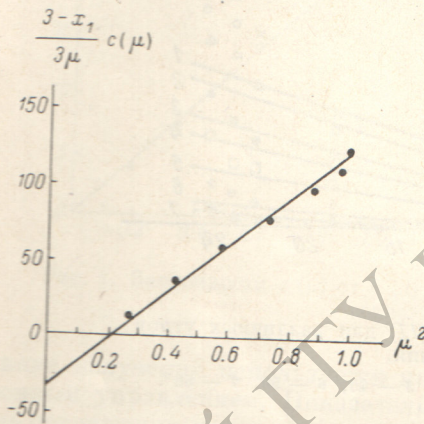


Рис. 3. Зависимость $(3-x_1)/3\mu c(\mu)$ от μ^2 для поглощающей рассеивающей среды.

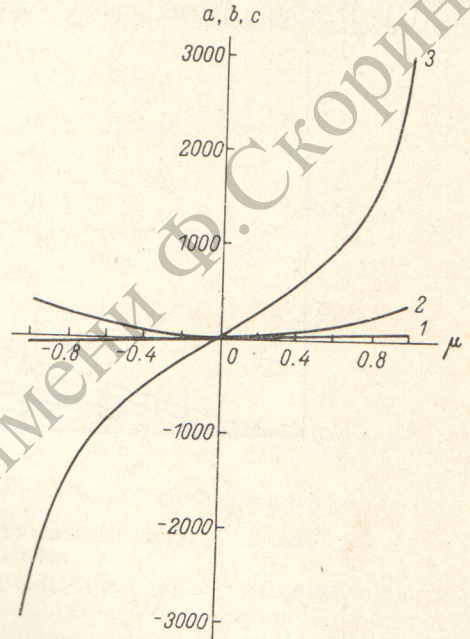


Рис. 4. Вид функций $a(\mu)$ (1); $b(\mu)$ (2); $c(\mu)$ (3) для поглощающей рассеивающей среды.

коэффициента x_3 дает в случае использования соотношения (15) значение $x_3' = 6.12$, в случае (16) — $x_3'' = 6.38$, которые мало отличаются друг от друга. Для дальнейшего примем, что $x_3 = (x_3' + x_3'')/2 = 6.25$.

Отметим, что параметр q , кроме выражения (8), может быть найден другим методом [11]. Проводившиеся параллельно соответствующие измерения показали, что в этом случае параметр $q = 8.78$, т. е. довольно хорошо согласуется с приведенным выше значением. Аналогично двумя независимыми методами можно найти также параметр t : по формуле (8) и, исходя из соотношения (2), по формуле

$$t = \frac{\beta - q\gamma^2}{\gamma^4}, \quad (17)$$

причем в последнем случае он вычисляется как среднеарифметическое значение из серии значений t , соответствующих разным значениям β и γ . Расчет показал, что в первом случае $t' = -546$, а во втором $t'' = -483$. Как видно, величины их вполне удовлетворительно согласуются между собой.

Была предпринята попытка, исходя из равенства (12) и значений $b(\theta)$, найти функцию $d(\theta)$. Однако расчет показал, что левая часть этого равенства, в большинстве случаев тождественно равна нулю. Это говорит о том, что при использованных в работе значениях γ сколько-нибудь заметного

отклонения от зависимости (10) не наблюдается. Очевидно, что для определения вида функции $d(\theta)$ описываемым экспериментальным путем необходимы измерения при $\gamma > 0.0617$. Нам удалось лишь оценить ее величину только при $\theta=0^\circ$ ($\mu=1$). В этом случае $d(\theta) \approx 19\,500$. Теперь используя соответствующее соотношение (7), при $\mu=1$ можно оценить также величину коэффициента x_4 . Оказалось, что $x_4=8.86$.

Наконец, на рис. 4 функции $a(\mu)$, $b(\mu)$ и $c(\mu)$ с учетом их свойств представлены графически во всем интервале изменений (от -1 до 1), причем для удобства сравнения между собой графики приведены в одном и том же масштабе. Из рис. 4 следует, что хотя параметр γ является малым, однако для большинства реальных рассеивающих сред, как правило, нельзя ограничиваться лишь первыми членами в разложениях (1) и (2), поскольку $c(\mu) \gg b(\mu) > a(\mu)$ и $t \gg q$.

В заключение отметим, что приведенные в работе результаты свидетельствуют об эффективности использования измерений кривых распределения яркости в условиях глубинного режима для изучения оптических свойств рассеивающих сред.

Литература

- [1] Г. В. Розенберг. Опт. и спектр., 5, 440, 1958.
- [2] Г. В. Розенберг. Усп. физ. наук, 69, 57, 1959.
- [3] В. А. Тимофеева. Тр. Морского гидрофизического института АН СССР, 3, 1953.
- [4] В. А. Тимофеева. ДАН СССР, 113, 556, 1957.
- [5] Г. В. Розенберг. Сб. «Спектроскопия рассеивающих сред», 5. Минск, 1963.
- [6] J. Lepoble. Rev. d'Optique, 35, 1, 1956.
- [7] М. Ю. Сахновский, Е. С. Смолинский. Ж. прикл. спектр., 18, 340, 1973.
- [8] С. Г. Гуминецкий, В. Е. Паламарюк, В. П. Рвачев. Ж. прикл. спектр., 12, 1079, 1970.
- [9] Е. С. Смолинский, В. Е. Паламарюк, А. Т. Димитрашук, С. Г. Гуминецкий. Ж. прикл. спектр., 14, 502, 1971.
- [10] Э. П. Зеге. Изв. АН СССР, физика атм. и океана, 7, 121, 1971.
- [11] В. А. Тимофеева. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 2, 265, 1957.

Поступило в Редакцию 16 апреля 1974 г.