

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО РАЗМЕРА И КОНЦЕНТРАЦИИ ВЗВЕШЕННЫХ ЧАСТИЦ ПО ФЛУКТУАЦИЯМ ИНТЕНСИВНОСТИ ПРОШЕДШЕГО СВЕТА

А. Н. Сахаров и К. С. Шифрин

Представлено дальнейшее развитие метода, позволяющего определять параметры дисперсной среды по флуктуациям интенсивности прошедшего света. Описано устройство, в основу которого положена схема дифференциального фотометра с двумя фотоприемниками. Проведен анализ погрешностей флуктуационного метода и проведены количественные расчеты величин погрешностей для конкретных устройств. Приведенные результаты измерений на модельных средах показали хорошее согласование с расчетом.

1. В работе [1] описан метод получения параметров дисперсной среды по ее прозрачности. Выведено соотношение, позволяющее определять величины среднего поперечника ослабления света частицей  $S_0$  и концентрации частиц  $n$  по оптической толщине дисперсной среды  $\tau$  и дисперсии флуктуаций интенсивности прошедшего света  $D$ , вызванных хаотическим перемещением частиц

$$S_0 = \frac{D S_n \tau}{I_0^2 \varphi(\tau)}, \quad n = \frac{\tau}{L S_0}, \quad \tau = -\ln \frac{I}{I_0}, \quad (1)$$

где  $I_0$  — интенсивность падающего пучка,  $I$  — средняя интенсивность прошедшего пучка,  $S_n$  — площадь сечения пучка,  $L$  — длина пути света в среде,  $\varphi(\tau)$  — специальная функция, зависящая от  $\tau$ . Функция  $\varphi(\tau)$  и ее асимптотические представления следующие:<sup>1</sup>

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\tau) &= 2\tau e^{-2\tau} \int_0^{\pi} \left[ \exp \frac{\tau(\psi - \sin \psi)}{\pi} - 1 \right] \sin \psi d\psi, \\ \varphi(\tau) &= \tau^2 - 1.77\tau^3 + 0(\tau^4) \quad \text{при } \tau \rightarrow 0, \\ \varphi(\tau) &= \frac{\pi^2}{2} \frac{e}{\tau} \quad \text{при } \tau \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Подробная таблица  $\varphi(\tau)$  для  $\tau=0(0.1) \div 10$  опубликована в [2].<sup>2</sup>

Цель настоящей работы, которая является непосредственным продолжением [1], состоит в том, чтобы оценить точность нового метода и разработать такую схему измерений, которая обеспечивала бы наилучшую точность определения  $S_0$  и  $n$ .

2. Рассмотрим выражение для  $dS_0/S_0$ , вытекающее из (1),

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS_0}{S_0} &= \frac{dD}{D} - 2 \frac{dI_0}{I_0} + \frac{dS_n}{S_n} + \mu(\tau) d\tau, \\ \mu(\tau) &= \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\varphi} \frac{d\varphi}{d\tau}, \quad d\tau = \frac{dI_0}{I_0} - \frac{dI}{I}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

<sup>1</sup> В [2] формулы (2) напечатаны с опечатками.

<sup>2</sup> Отклонение асимптотических формул от таблицы составляет 2.5% при  $\tau=0.1$  и 1.3% при  $\tau=10$ .

Функция  $\mu(\tau)$ , описывающая вклад  $d\tau$  в относительную ошибку  $dS_0/S_0$ , имеет асимптотические представления

$$\mu(\tau) \begin{cases} -\frac{1}{\tau} + \beta + \gamma + \dots & \text{при } \tau \rightarrow 0, \beta = 1.77, \\ 1 + \frac{2}{\tau} + \dots & \text{при } \tau \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (4)$$

Значения ее указаны в табл. 1. Она имеет один корень в точке  $\tau=0.52$ . Обращение ее в бесконечность при  $\tau \rightarrow 0$  есть следствие того факта, что при малых  $\tau$  метод неэффективен. Это обстоятельство было отмечено уже в [1].

Таблица 1

$\tau$	$\mu(\tau)$	$\tau$	$\mu(\tau)$	$\tau$	$\mu(\tau)$
0	—	2.2	1.22	5.8	1.31
0.1	-8.23	2.3	1.24	6.0	1.30
0.2	-3.23	2.4	1.25	6.2	1.30
0.3	-1.56	2.5	1.26	6.4	1.29
0.4	-0.738	2.6	1.27	6.6	1.29
0.5	-0.246	2.7	1.28	6.8	1.29
0.6	0.086	2.8	1.29	7.0	1.27
0.7	0.316	2.9	1.29	7.2	1.27
0.8	0.488	3.0	1.30	7.4	1.27
0.9	0.625	3.2	1.31	7.6	1.26
1.0	0.731	3.4	1.31	7.8	1.25
1.1	0.818	3.6	1.32	8.0	1.25
1.2	0.890	3.8	1.33	8.2	1.25
1.3	0.946	4.0	1.33	8.4	1.24
1.4	0.00	4.2	1.33	8.6	1.24
1.5	1.04	4.4	1.33	8.8	1.23
1.6	1.08	4.6	1.33	9.0	1.23
1.7	1.11	4.8	1.33	9.2	1.22
1.8	1.14	5.0	1.32	9.4	1.22
1.9	1.17	5.2	1.32	9.6	1.22
2.0	1.18	5.4	1.32	9.8	1.21
2.1	1.20	5.6	1.31	10.0	1.21

Теперь для  $|dS_0/S_0|$  найдем

$$\left| \frac{dS_0}{S_0} \right| = \left| \frac{dD}{D} \right| + \left| [2 - \mu(\tau)] \frac{dI_0}{I_0} \right| + \left| \mu(\tau) \frac{dI}{I} \right| + \left| \frac{dS_n}{S_n} \right|. \quad (5)$$

Оценим значение отдельных слагаемых в формуле (5).

Величина  $|dS_n/S_n|$  характеризует измерительное устройство и входит как систематическая поправка. Ее можно сделать весьма малой ( $< 1\%$ ). Основными источниками погрешностей является погрешность определения дисперсии (первое слагаемое) и ошибка, связанная с измерением интенсивности (второе и третье слагаемые).

Частотный спектр флуктуаций интенсивности, обусловленный движением частиц, занимает область низких частот начиная от нуля герц. Это существенно затрудняет определение дисперсии при наличии низкочастотных компонент сигнала, вызванных нестационарностью источника, шумами приемника или других элементов приборной схемы. Необходимо также избавиться от изменения прозрачности дисперсной среды, вызванного происходящими в ней процессами (седиментацией и др.). Шумы источника особенно сильно сказываются в случае использования лазеров.

Наблюдаемая дисперсия интенсивности прошедшего пучка  $D'$  есть сумма интересующей нас величины  $D$  и двух паразитных величин:  $D_1$  — приборной дисперсии и  $D_2$  — дисперсии, вызванной изменениями объекта измерений (дисперсии складываются, так как причины их независимы)

$$D' = D + D_1 + D_2 \quad (6)$$

Величина вариации дисперсии определяется формулой

$$\frac{\sigma[D']}{D'} = \sqrt{\frac{2}{n-1}}, \quad (7)$$

где  $n$  — число отсчетов при обработке записей флуктуаций. Вычисляя  $S_0$ , мы вместо  $D$  подставляем величину  $D'$ , поэтому ошибка в определении  $D$  будет иметь два независимых источника: первый — погрешность определения  $D'$  и второй — неучитываемая нами систематическая ошибка из-за вклада величины  $D_0 = D_1 + D_2$

$$\left| \frac{dD}{D} \right| = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{2}{n-1} D'^2 + D_0^2} = \sqrt{\frac{2}{n-1} (1 + \eta)^2 + \eta^2}, \quad \eta = \frac{D_0}{D}. \quad (8)$$

При очень малых и больших  $\tau$ , когда  $\varphi(\tau)/\tau \rightarrow 0$ , величина  $D$ , как следует из (1), убывает и может стать сравнимой с  $D_0$ . В этих случаях величина  $\eta$  и погрешность  $|dD/D|$  возрастают. В диапазоне  $\tau$ , где  $D \gg D_0$  и  $\eta \ll 1$ , погрешность определяется только числом отсчетов и практически не зависит от  $\tau$ . Отметим также, что  $D \sim S_0/S_n$ , поэтому желательно работать с максимально узким пучком, не нарушая, однако, условия:  $S_0 \ll S_n$  [1].

Чтобы оценить вклад второго и третьего слагаемых в (5), необходимо определить значения величин  $dI/I$  и  $dI_0/I_0$ . Дисперсия интенсивности является суммой квадратов мультипликативных и аддитивных ошибок фотометрической системы. Первое слагаемое пропорционально  $I^2$ , а второе определяется только параметрами устройства. Тогда вариацию интенсивности, характеризующую ошибку измерения  $I$ , можно выразить в виде

$$\frac{\sigma[I]}{I} = \sqrt{A^2 + B^2 I^{-2}} = \sqrt{A^2 + C^2 \exp(2\tau)}, \quad (9)$$

где  $C = B/I_0$ . Первое слагаемое подкоренного выражения ответственно за мультипликативные источники ошибок, второе — за аддитивные, которые начинают играть роль при сильном ослаблении. Обычно работая в области не очень больших  $\tau$  с приемником, обладающим достаточно широким динамическим диапазоном, можно пренебречь вкладом аддитивной составляющей и считать погрешности определения  $I$  и  $I_0$  одинаковыми.

Подставив в (5) выражения отдельных членов с учетом (8) и (9), получим

$$\left| \frac{dS_0}{S_0} \right| = \sqrt{\frac{2}{n-1} (1 + \eta)^2 + \eta^2 + A [2 - \mu(\tau) + |\mu(\tau)|]}. \quad (10)$$

Как видно из (10), необходимо обеспечить такие условия измерений, чтобы параметры  $\eta$  и  $A$  были по возможности минимальными. В отличие от  $A$ , которое определяется мультипликативными шумами и является константой фотометрического устройства,  $\eta$  зависит от переменного параметра  $D$ . При разработке устройства необходимо создать по возможности узкий параллельный пучок света, чтобы увеличить  $D$  во всем интервале  $\tau$ . При сужении пучка возрастают требования к его параллельности — необходимо, чтобы диаметр пучка по длине кюветы практически не изменялся. В противном случае вклад одинаковых частиц в величину дисперсии будет различаться в разных точках освещенного объема, что отразится на точности измерений. При работе с малыми частицами расходимость пучка определяется дифракцией на формирующей диафрагме.

Поскольку  $\eta$  пропорционально  $D_0 = D_1 + D_2$ , необходимо уменьшить  $D_1$ , что требует повышения фотометрической точности определения дисперсии, и так построить схему измерений, чтобы при измерении дисперсии исключить влияние изменения общей прозрачности среды ( $D_2$ ).

3. Схема, учитывающая все вышесказанное, приведена на рис. 1. С помощью системы линз и диафрагм создается параллельный широкий световой пучок, промодулированный дисковым модулятором  $I$  с частотой,

много большей частот флуктуаций. Пучок проходит сквозь кювету 2 с исследуемой средой и попадает на светоделительное зеркало 3, которое пропускает центральную часть пучка, а остальной свет посылает на фотоприемник 4. Из прошедшего света диафрагмой 5 формируется узкий пучок, который поступает на второй фотоприемник 6. Угловые апертуры обоих приемников одинаковы, что дает возможность считать поперечник ослабления каждой частицы одинаковым для любого канала. Удобно иметь апертуры малыми, чтобы не нужно было вводить поправки на учет света, рассеянного средой в приемник. Для крупных частиц это означает, что поперечник рассеяния их равен  $2\pi a^2$  (где  $a$  — радиус частицы) независимо от того, из какого вещества они сделаны. В настоящем устройстве угловая апертура составляет  $10'$ , что дает возможность считать  $S_0 = 2\pi a^2$  с погрешностью, не превышающей 2% для частиц с дифракционным параметром  $\rho = 2\pi a/\lambda$  (где  $\lambda$  — длина волны) меньше  $300$  [3].

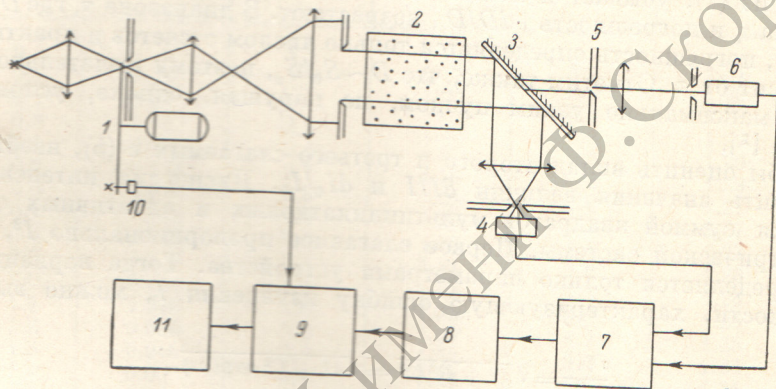


Рис. 1. Оптическая схема и блок-схема устройства.

С фотоприемников сигналы поступают на блок вычитания 7, в котором предусмотрено электрическое выравнивание сигналов. Разностный сигнал подается на усилитель 8 и далее на синхронный детектор 9, опорный светом, промодулированным модулятором 1. Последней освещается светом, промодулированным модулятором 1. Постоянная времени синхронного детектора выбрана достаточно малой, чтобы не вносить искажения в частотный спектр флуктуаций, который регистрируется на записывающем блоке 11. Значение величины дисперсии определяется после обработки записи спектра.

В основу описанного устройства положена схема дифференциального фотометра, разработанного в [4]. Такая схема позволяет регистрировать флуктуации интенсивности, обусловленные средой, с высокой точностью. При этом могут быть использованы нестабильные источники света, например квантовые генераторы. Информация о флуктуациях источника, а также об общей прозрачности среды содержится в обоих каналах и при вычитании уничтожается, а информация об исследуемых флуктуациях содержится только в узком пучке. Формирование узкого пучка после прохождения светом дисперсной среды позволяет снять ограничение на расходимость пучка, накладываемое дифракцией на формирующей диафрагме.

4. Для проверки точности работы описанного устройства были проведены две серии измерений на дисперсных средах с калиброванными монодисперсными частицами при различных концентрациях. Частицами служили шарики полистирола ( $d_0 = 53 \pm 1$  мкм) и споры ликоподия ( $d_0 = 30 \pm 1$  мкм). Результаты измерений приведены в табл. 2. В последнем столбце указаны относительные величины полученных отклонений от истинного значения  $|\Delta d_0/d_0|$  в процентах.

Таблица 2

№	$\frac{I_0}{I}$	$\tau$	$\frac{\sqrt{D}}{I_0} \cdot 10^2$	$n \cdot 10^{-8},$ см <sup>-3</sup>	$d_0$ , мкм	$ \Delta d_0/d_0 , \%$
Ликоподий = (30 ± 1) мкм						
1	1.18	0.15	2.36	1.7	32.6	8.7
2	1.33	0.28	2.60	3.3	28.0	6.6
3	1.8	0.58	3.01	6.8	29.6	1.3
4	2.3	0.89	2.70	9.8	28.1	6.3
5	2.9	1.07	2.74	12.6	30.6	2.0
6	4.0	1.4	2.41	16.5	31.8	6.0
7	4.5	1.5	2.14	17.7	29.0	3.3
8	9.0	2.2	1.46	26	28.8	4.0
9	15	2.7	0.95	32	27.5	8.3
10	75	4.3	0.45	51	35	16.6
Полистирол = (53 ± 1) мкм						
1	1.2	0.18	4.4	0.66	55.5	4.7
2	1.4	0.34	4.7	1.24	49.3	8.9
3	1.5	0.40	5.2	1.45	53.4	0.8
4	1.8	0.56	5.5	2.04	54.2	2.3
5	2.6	0.96	5.0	3.50	52.8	0.4
6	3.7	1.3	4.2	4.74	54.0	1.9
7	6.1	1.8	3.5	6.57	56.8	7.2
8	7.4	2.0	3.16	7.3	56.5	6.6
9	16.5	2.8	1.58	10.4	48.0	9.4
10	60	4.1	0.62	15	43	18.9

Воспользуемся проделанным выше анализом точности метода и рассчитаем зависимость  $\Delta = |dd_0/d_0|$  от  $\tau$ , исходя из формулы (10), с учетом того, что  $\Delta = (1/2) |dS_0/S_0|$ . Исследуя записи сигналов для широкого пучка при введении ослабителей различной оптической плотности, мы установили, что для описанного устройства  $A \approx 10^{-2}$ ,  $C \approx 2 \cdot 10^{-3}$ . Последний параметр начинает играть роль при  $\tau \geq 2$ , когда выражение (10) перестает быть справедливым и при расчете погрешности вариация интенсивности ослабленного потока входит в виде выражения (9). Поскольку применяемая методика измерения  $D$  позволяет исключить влияние  $D_2$ , то  $D_0 = D_1$ . Это позволило нам при оценке  $D_0$  ограничиться записью дисперсии узкого пучка в отсутствие среды при различных интенсивностях пучка, полученных с помощью ослабителей. Измерения показали, что  $D_0 \approx 10^{-5} I_0^2$ . На рис. 2 приведены графики зависимости  $\Delta$  от  $\tau$  для частиц с диаметрами 53 мкм (кривая 1) и 30 мкм (кривая 2), рассчитанные нами по формуле (10) с указанными значениями параметров. Число отсчетов при обработке спектра флуктуаций бралось равным 200. Величина  $D$  рассчитывалась по формуле (1) для разных  $\tau$ . Как видно из графиков, в диапазоне  $\tau = 0.5 - 2$  ошибка  $\Delta$  не превосходит 6%. При  $\tau \leq 2$  обе кривые полностью совпадают и только при значениях  $\tau \approx 4$  наблюдаются существенные различия в значениях  $\Delta$ . Это позволяет нам считать, что уменьшение размеров частиц сначала не окажет влияния на точность измерений в оптимальной области  $\tau$ , а будет приводить к сужению его диапазона, в котором величина  $\Delta$  не превосходит заданную.

На том же рисунке приведены две кривые, рассчитанные для устройства, построенного по схеме с одним фотоприемником (аналогично описанному в [1]). Кривая 3 соответствует частицам с диаметром 53 мкм, а кривая 4 — 30 мкм. Переход от дифференциальной фотометрической схемы к схеме с одним фотоприемником скажется главным образом на точности измерения  $D$ . Для сред, в которых  $D_2$  можно свести к незначительной величине, можно достичь  $D_0 \approx 10^{-4} I_0^2$ . Остальные параметры брались такими же, как в описанном устройстве. Сравнивая две пары кривых

1, 2 и 3, 4, легко заметить, что для двух последних диапазонов, в котором  $\Delta$  не превосходит 10%, значительно уже. Различие кривых 3 и 4 гораздо больше, чем 1 и 2. Это говорит о том, что точность работы устройства с одним фотоприемником сильнее зависит от размеров частиц, чем с двумя. Кроме того, как мы уже упоминали, в устройствах с двумя фотоприемниками можно использовать нестабильные источники света и работать со средами с изменяющейся прозрачностью, что в схемах с одним фотоприемником приводит к большому увеличению погрешностей измерения. На этом же графике нанесены экспериментально полученные значения  $|\Delta d_0/d_0|$  из табл. 2. Как видно из сопоставления этих точек с кривыми 1 и 2, экспериментальные значения погрешности лежат в пределах рас-

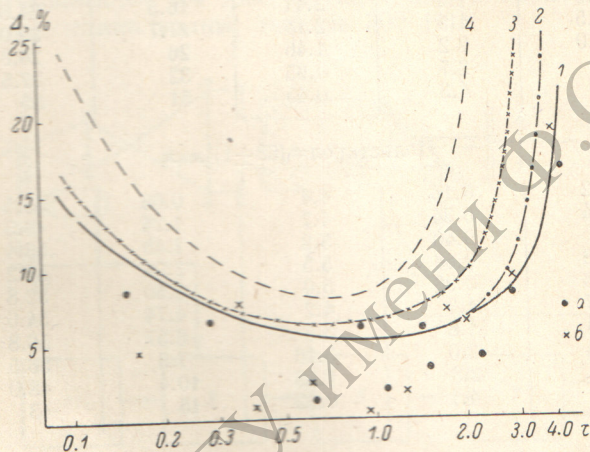


Рис. 2. Рассчитанные кривые зависимости  $\Delta$  от  $\tau$  и отдельные экспериментально полученные значения ошибок для двух типов частиц.

а — для ликоподия, б — для шариков полистирола.

считанных значений, что подтверждает справедливость наших расчетов.

Отметим в заключение, что развитый метод можно применять и к несферическим частицам. В этом случае он дает среднее поперечное сечение частиц в пучке. Пример такого приложения был описан в работе [5]. Также отметим, что выражение (10) дает возможность заранее оценить погрешность изменения и допустимый диапазон  $\tau$  для конкретных сред. Этими же оценками можно руководствоваться при выборе схемы измерений.

Авторы благодарят Б. В. Новогрудского за обсуждение схемы устройства.

#### Литература

- [1] К. С. Шифрин, Б. З. Мороз, А. Н. Сахаров. ДАН СССР, 199, 589, 1971.
- [2] Б. З. Мороз. Сб. «Оптика атмосферы и океана», 77. Изд. «Наука», Л., 1972.
- [3] К. С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. М.—Л., 1951.
- [4] А. Н. Сахаров, Б. В. Новогрудский. ПТЭ, № 4, 202, 1973.
- [5] К. С. Шифрин, А. Н. Сахаров, Б. В. Новогрудский, Ю. А. Герасимов. ДАН СССР, 214, 612, 1974.

Поступило в Редакцию 20 сентября 1973 г.