

ОБ УГЛОВОЙ РАСХОДИМОСТИ
УСИЛЕННОГО СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Н. Н. Розанов

В рамках линейных уравнений переноса излучения исследована угловая расходимость усиленного спонтанного излучения в зависимости от усиления активного образца. Изучалось также влияние пространственной неоднородности усиления и френелевского отражения от полированных граней образца. Найдены условия сужения угловой расходимости вдоль направлений с наибольшим усилением при высоких усилениях, а также при неоднородной накачке, и значительное увеличение угловой расходимости при учете отражений от полированных граней.

Существенное при высоких уровнях накачки явление усиления спонтанного излучения («суперлюминесценция») теоретически было исследовано весьма различными методами. Большая часть результатов линейной теории получена путем приближенного или численного решения интегральных уравнений для освещенности внутри активного образца при учете характера отражения на его поверхностях [1-3]. Задача решалась также методом Монте-Карло [4] и с помощью введения «эффективной длины пробега» фотонов [1, 2, 5]. Нелинейная (с учетом насыщения усиления) [6-8], а также нестационарная [9, 10] теория явления развита, однако, только для одномерного случая. Поэтому применимость соответствующих результатов к реальной ситуации связана со справедливостью дополнительных предположений об угловой расходимости усиленного спонтанного излучения. Такие предположения могли бы основываться на решении линейной задачи. Однако в [1-5] основное внимание уделяется определению энергетических характеристик, а данные об угловом распределении излучения отсутствуют.

В [6, 9, 10] независимо от величины коэффициента усиления угловая расходимость берется равной отношению поперечного и продольного геометрических размеров образца. Рассмотрим, однако, представляющий определенный практический интерес случай, когда отражение от границ активного тела пренебрежимо мало (просветленные границы). Ясно, что при малых значениях коэффициента усиления спонтанное излучение распространяется изотропно во всех направлениях. С другой стороны, естественно ожидать, что при весьма высоких коэффициентах усиления основная часть излучения будет отвечать направлениям с наибольшей длиной пути в активной среде, причем угловая расходимость будет неограниченно уменьшаться с увеличением усиления (дифракционными явлениями пренебрегаем). Представляется интересным проследить переход от изотропного распределения к дельтаобразному, для этого достаточно простого случая. Кроме того, в настоящей работе проведен анализ влияния на угловую расходимость усиленного спонтанного излучения пространственной неоднородности усиления и частичного отражения от гладких (полированных) поверхностей.

1. Просветленные грани

Считаем, что активное тело является параллелепипедом с ребрами A , B и L (рис. 1) с просветленными гранями, так что отражение от граней отсутствует. Рассмотрение будем вести в линейном приближении в рамках уравнивания переноса, согласно которому изменение безразмерной интенсивности излучения вдоль луча с текущей координатой l описывается выражением [1, 3, 6, 7]

$$\frac{dI}{dl} = \alpha(I + 1). \quad (1.1)$$

Отсюда

$$I(l) = \exp[\alpha(l - l_0)] - 1. \quad (1.2)$$

Здесь α — коэффициент усиления на единицу длины, l_0 отвечает началу луча, лежащему на поверхности активного тела. Для получения суммарной мощности излучения в заданном направлении необходимо проинтегрировать (1.2) по поверхностям, на которых начнутся такие лучи, домножив на косинус угла φ между направлением лучей и нормалью к соответствующей грани. Рассмотрим

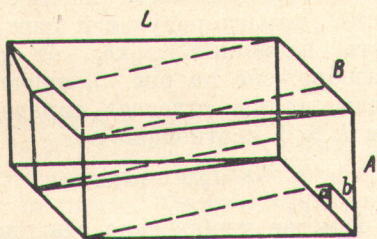


Рис. 1.

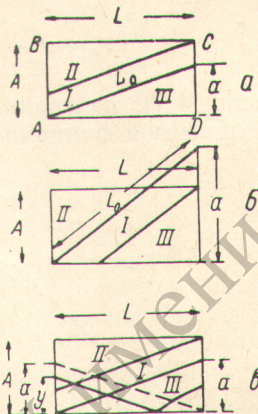


Рис. 2.

сначала угловое распределение в плоскости, параллельной боковой грани с ребрами A и L . Задача при этом становится плоской (рис. 2). Будем характеризовать наклон лучей к главной оси координатой a на торце CD (или его продолжении) луча, исходящего из вершины A , другого торца.

Без ограничения общности можно считать $a > 0$. Интегрирование проводим по AB и AD , причем для $AB \cos \varphi = L/L_0$, а для $AD \cos \varphi = a/L_0$, где $L_0^2 = L^2 + a^2$.

Выделяя три области интегрирования (рис. 2, $a, б$), получаем

$$\left. \begin{aligned} J_I &= AB \frac{L}{L_0} \left| \frac{a}{A} - 1 \right| (e^{k_0} - 1), \\ J_{II} = J_{III} &= \left. \begin{aligned} AB \frac{L}{L_0} \frac{a}{A} \left[\frac{1}{k_0} (e^{k_0} - 1) - 1 \right] & \quad |a| < A, \\ AB \frac{L}{L_0} \left[\frac{1}{k_1} (e^{k_1} - 1) - 1 \right] & \quad |a| > A, \end{aligned} \right\} \quad (1.3) \end{aligned} \right\}$$

где

$$k_0 = \alpha L_0, \quad k_1 = \alpha L_1, \quad L_1 = L_0 \frac{A}{|a|}. \quad (1.4)$$

Суммируя результаты, находим

$$J = J_I + J_{II} + J_{III} = AB \frac{L}{L_0} \left\{ \begin{aligned} \left[1 - \frac{|a|}{A} \left(1 - \frac{2}{k_0} \right) \right] (e^{k_0} - 1) - 2 \frac{|a|}{A} & \quad (|a| < A), \\ \left(\frac{|a|}{A} - 1 - \frac{2}{k_1} \right) (e^{k_1} - 1) - 2 & \quad (|a| > A). \end{aligned} \right\} \quad (1.5)$$

Наиболее интересным является случай $a^2/L^2 \ll 1$. При этом в зависимости от величины усиления следует различать два варианта:

$$1) \frac{1}{2} k \frac{A^2}{L^2} \ll 1 \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} \alpha A \ll \frac{L}{A}. \quad (1.6)$$

При этом условии можно положить не только $L \approx L_0$, но и $e^{k_0} \approx e^k$, где $k = \alpha L$. Выражения (1.5) удобно представить в виде

$$\frac{J}{AB} = \left. \begin{aligned} & (e^k - 1) - \frac{|a|}{A} \left[2 + \left(1 - \frac{2}{k}\right)(e^k - 1) \right] \quad (|a| < A), \\ & \left[\frac{|a|}{A} \left(1 + \frac{2}{k}\right) - 1 \right] \left[e^{\frac{kA}{a}} - 1 \right] - 2 \quad (|a| > A). \end{aligned} \right\} \quad (1.7)$$

Обозначим $J_0 = J|_{a=0}/AB$, $J_1 = J|_{a=A}/AB$ и $J_\infty = J|_{a \gg A}/AB$ (напомним, что мы считали $a^2/L^2 \ll 1$). Тогда

$$J_0 = e^k - 1, \quad J_1 = 2 \left(\frac{J_0}{k} - 1 \right), \quad J_\infty = k. \quad (1.8)$$

Согласно (1.7), центральная часть углового распределения ($a/A < 1$) является линейной функцией a/A (точнее, линейной функцией $|a|/A$, так что при $a=0$ имеется излом). Зависимость характеризующей центральную часть величины J_0/J_1 от усиления k изображена на рис. 3, причем штриховая линия отвечает справедливому при $k \gg 1$ соотношению

$$J_0/J_1 = k/2. \quad (1.9)$$

Там же изображена зависимость от k относительной интенсивности крыльев при $a/A \gg 1$.

$$J_\infty/J_0 = k/(e^k - 1). \quad (1.10)$$

Отметим, что при $k \ll 1$ угловая зависимость в центральной области описывается выражением

$$J/J(0) = 1 - \frac{1}{6} k \frac{a}{A}, \quad (1.11)$$

Рис. 3. a, σ — ($a < A$; $b - a > A$) a, b — просветленные грани; σ — верхняя и нижняя грани — полированные.

а $J_\infty/J_0 = 1 - (k/2)$, т. е. эта зависимость является весьма слабой. При высоких усилениях ($k \geq 5$) угловое распределение имеет форму треугольника. Ширина расходимости, определенная по уровню $1/2$, близка к величине A/L , тогда как при небольших усилениях ($k \leq 1$) значительно превышает эту величину.

Рассмотрим теперь случай высоких усилений

$$2) \frac{1}{2} k \frac{A^2}{L^2} \gg 1 \quad \text{или} \quad \frac{1}{2} \alpha A \gg \frac{L}{A}. \quad (1.12)$$

Тогда из (1.5) следует

$$J = AB e^k \left\{ \begin{aligned} & \left[1 - \frac{a}{A} \left(1 - \frac{2}{k}\right) \right] \exp \left[\frac{1}{2} k \frac{a^2}{L^2} \right] \quad (a/A < 1), \\ & \left[\frac{a}{A} \left(1 + \frac{2}{k}\right) - 1 \right] \exp \left[\frac{1}{2} k \frac{A^2}{L^2} \frac{A}{a} - k \left(1 - \frac{A}{a}\right) \right] \quad (a/A > 1). \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Отсюда

$$\frac{J_1}{J_0} = \frac{2}{k} \exp \left(\frac{1}{2} k \frac{A^2}{L^2} \right). \quad (1.14)$$

$$\alpha A \simeq 4 \frac{L}{A} \ln \frac{L}{A} \quad (1.15)$$

отвечает наличию в угловом распределении максимума при $a/A=1$ с интенсивностью $J_1 \simeq J_0$. При дальнейшем увеличении усиления в использованном приближении соотношение J_1/J_0 будет неограниченно возрастать, а ширина этого пика — неограниченно убывать. Таким образом, излучение будет концентрироваться вдоль направлений с наибольшей длиной пути в активной среде.

Аналогичные выражения можно получить и для произвольного направления распространения лучей, характеризуемого величинами a и b (рис. 1). Ограничимся случаем $0 < a/A, b/B < 1$. Суммируя вклады от указанных на рис. 1 участков граней, можно получить

$$J = AB \frac{L}{L_0} \left\{ (e^{k_0} - 1) - \left(\frac{a}{A} + \frac{b}{B} \right) \left[\left(1 - \frac{2}{k_0} \right) (e^{k_0} - 1) + 2 \right] + \right. \\ \left. + \frac{a}{A} \frac{b}{B} \left[\left(1 - \frac{4}{k_0} + \frac{6}{k_0^2} \right) (e^{k_0} - 1) + \left(1 - \frac{6}{k_0} \right) \right] \right\}, \quad (1.16)$$

где $L_0^2 = L^2 + a^2 + b^2$. При $b=0$ (16) переходит в (4).

При $k_0 \gg 1$, пренебрегая членами $\sim e^{-k}$ и k^{-2} и полагая $a^2 + b^2 \ll L^2$, $(1/2) k_0 (a^2 + b^2) / L^2 \ll 1$, найдем

$$J = AB e^{k_0} \left[1 - \frac{a}{A} \left(1 - \frac{2}{k} \right) \right] \left[1 - \frac{b}{B} \left(1 - \frac{2}{k} \right) \right]. \quad (1.17)$$

Так же как и в плоском случае, при более высоких усилениях, когда $(1/2) k (A^2 + B^2) / L^2 \gg 1$, в угловом распределении появляются дополнительные высокие и узкие максимумы при $a/A = b/B = 1$. Однако при полученных в настоящее время коэффициентах усиления α трудно реализовать условия «неограниченного» сужения угловой расходимости в интересном случае $A^2 + B^2 \ll L^2$. Кроме того, в случае их достижения одновременно уменьшится эффективное поперечное сечение тех областей образца, которые дают вклад в узкие пики угловой расходимости. По этим причинам вряд ли можно использовать указанное явление для получения интенсивного излучения с малой угловой расходимостью. Положение несколько меняется при учете пространственной неоднородности коэффициента усиления, влияние которой рассмотрено в следующем разделе.

Отметим, что полученные выражения относятся к монохроматическому излучению. В рассмотренном линейном приближении спектральные плотности излучения на разных частотах независимы и могут быть получены из приведенных выше формул заменой $\alpha \rightarrow \alpha(\nu)$ и $k \rightarrow k(\nu)$. Тогда угловое распределение для различных участков спектра может быть различным. Однако интегральное по частотам угловое распределение будет определяться центральным участком спектра, где коэффициент усиления максимален. Это замечание относится и к последующим разделам работы.

2. О влиянии пространственной неоднородности усиления

Изменение интенсивности излучения вдоль луча l на основании (1.1) описывается соотношением

$$I(l) = \exp \left(\int_{l_0}^l \alpha dl \right) - 1. \quad (2.1)$$

В настоящем разделе мы рассмотрим плоский случай (рис. 2) при линейном изменении усиления вида

$$\alpha = \alpha_0 \left(1 - \frac{y}{A} \right). \quad (2.2)$$

Распределение (2.2) выделяет направление $y = 0$, вдоль которого усиление максимально. Общие выражения для интегральной интенсивности излучения от областей I—III в зависимости от наклона лучей, характеризующегося отношением $a/A < 1$, следующие:

$$\left. \begin{aligned} J_I &= AB \frac{L}{L_0} \left\{ \frac{1}{k_0} \left[\exp \left(k_0 \left(1 - \frac{a}{2A} \right) \right) - \exp \left(k_0 \frac{a}{2A} \right) \right] - \left(1 - \frac{a}{A} \right) \right\}, \\ J_{II} &= aB \frac{L}{L_0} \left\{ \sqrt{\frac{2A}{a}} \frac{1}{k_0} \operatorname{Erfi} \left(\sqrt{k_0 \frac{a}{2A}} \right) - 1 \right\}, \\ J_{III} &= aB \frac{L}{L_0} \left\{ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{A}{a} \frac{1}{k_0} \left[\Phi \left(\sqrt{k_0 \frac{A}{2a}} \right) - \Phi \left(\sqrt{k_0 \frac{A}{2a}} \left(1 - \frac{a}{A} \right) \right) \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(k_0 \frac{A}{2a} \right) - 1 \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

Здесь приняты обозначения [11]

$$\operatorname{Erfi}(x) = \int_0^x e^{t^2} dt = -i \frac{\sqrt{\pi}}{2} \Phi(ix), \quad \Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (2.4)$$

Полагая

$$k_0 \frac{A}{2a} \gg 1, \quad A^2 \ll L^2, \quad (2.5)$$

получим следующие упрощения для вида J_{II} и J_{III} :

$$\left. \begin{aligned} J_{II} &\approx \frac{1}{6} aBk_0 \frac{a}{A} \\ J_{III} &\approx aB \left\{ \frac{1}{k_0} \left[\frac{\exp \left(k_0 \left(1 - \frac{a}{2A} \right) \right)}{1 - \frac{a}{A}} - 1 \right] - 1 \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (2.6)$$

Основной вклад в интегральную интенсивность излучения вносят J_I и J_{III} . Как видно из (2.3) и (2.6), интенсивность падает по сравнению со случаем $a = 0$ в n раз при

$$\frac{a}{A} \approx \frac{2}{k_0}. \quad (2.7)$$

Поэтому увеличение усиления будет приводить в рассмотренных условиях к резкому уменьшению угловой расходимости оптического излучения.

3. Об учете отражения на границах активного тела

Близким к использованному выше способом могут быть получены общие результаты и при некоторых других возможных условиях на границах активного тела. Если наличие граней с полным поглощением падающего на него излучения не вносит каких-либо существенных изменений в схему расчета, то введение полированных граней с частичным (френелевским) отражением приводит к новым интересным особенностям в поведении угловой расходимости оптического излучения. В настоящем разделе рассматривается плоский случай (рис. 2), причем для определенности две грани (шириной A) считаются поглощающими, а две остальные (шириной L) — частично отражающими (полированными). Принято равномерное по объему распределение усиления.

В силу симметрии задачи можно ограничить рассмотрение лучами, начало которых лежит на левой поглощающей грани. Пучки света с наклоном φ ($\operatorname{tg} \varphi = a/A$) получатся из пучков, исходящих от левой грани с наклоном $\pm \varphi$. Для нахождения интегрального излучения с верхней грани один из этих пучков удобно разбить лучом, входящим в верхнюю правую вершину, на два пучка с различным количеством отражений. Начальные условия на левой поглощающей грани прежние — $I(l_0) = 0$, так что ин-

тенсивность лучей к моменту их первого отражения описывается приведенными выше выражениями. Начальная интенсивность для последующего участка определяется зависящим от относительного показателя преломления активного тела n и наклона луча коэффициентом отражения $R = R(n, a/L)$. Кроме того, коэффициент отражения зависит от состояния поляризации света. Поэтому, вообще говоря, следует отдельно рассматривать излучение с двумя различными поляризациями, складывая затем интенсивности двух световых потоков. Пересчет угла наклона пучков, выходящих из активного тела через полированную грань, и их интенсивности (в пренебрежении интерференционными явлениями) очевиден. Для выходящего излучения существенны пучки, распространяющиеся внутри активного тела с наклоном $|a|/L$, превышающим угол полного внутреннего отражения.

При сравнительно малом коэффициенте отражения (для нормального падения) наибольшую интенсивность имеют лучи с малым наклоном $a/A \leq 1$. Для выяснения характера распределения световых потоков внутри активного тела интересно рассмотреть случай $a/A < 1$ (рис. 2, в).

Изменения здесь возникнут в J_{III} , так как теперь к этой области добавляются участки лучей с наклоном $-\varphi$, начало которых расположено на левой грани ($0 < y < a$). С учетом этих начальных участков получим

$$J_{III} = \frac{aBL}{L_0} \left\{ (Re^{k_0} - 1) + \frac{1}{k_0} (1 - R) (e^{k_0} - 1) \right\}. \quad (3.1)$$

При $R = 0$ в соответствии с п. 1 из (3.1) находим

$$J_{III} = \frac{aBL}{L_0} \left[\frac{1}{k_0} (e^{k_0} - 1) - 1 \right]. \quad (3.2)$$

В случае полного внутреннего отражения ($R = 1$ на правый торец падает интенсивность

$$J = J_I + J_{II} = \frac{ABL}{L_0} (e^{k_0} - 1). \quad (3.3)$$

Эта величина практически не зависит от φ (с точностью до величин порядка a^2/L^2). Сравнивая (3.3) с результатами первого раздела, находим, что отражение от полированных граней существенно увеличивает угловую расходимость излучения.

При $1 < a/A < 2$ вид J_I сохраняется, а интенсивность J_{II} становится равной

$$J_{II} = \frac{aBL}{L_0} \left\{ R \frac{1}{k_0} \left[e^{k_0} - e^{k_0 \frac{A}{a}} \right] + \left(1 - \frac{A}{a} \right) \left[(1 - R) e^{k_0 \frac{A}{a}} - 1 \right] \right\}. \quad (3.4)$$

Аналогичным способом можно определить потоки излучения и при других соотношениях a/A .

Как уже отмечалось, основное ограничение рассмотрения связано с пренебрежением насыщением усиления за счет усиленного спонтанного излучения. Для этого требуется, чтобы скорость накачки значительно превышала выход излучения из образца за единицу времени. Последняя величина может быть оценена по приведенным выше соотношениям.

Литература

- [1] Ю. А. Ананьев, А. А. Мак, Б. М. Седов. ЖЭТФ, 48, 7, 1965.
- [2] Ю. А. Ананьев, И. Я. Балашов, А. А. Мак. ДАН СССР, 166, 825, 1966.
- [3] Методы расчета оптических квантовых генераторов. Под ред. Б. И. Степанова. Изд. «Наука и техника», Минск, 1968.
- [4] J. A. Fliesk, J. Appl. Phys., 36, 1301, 1965.
- [5] Б. А. Ермаков, А. В. Лукин, А. А. Мак. Опт. и спектр., 18, 353, 1965.
- [6] L. Tonks. J. Appl. Phys., 35, 1134, 1964.
- [7] В. Н. Морозов. Опт. и спектр., 21, 230, 1966.
- [8] С. М. Козел, Е. П. Кузнецов. Изв. вузов радиофизика, 15, 1486, 1972.
- [9] T. Waite. J. Appl. Phys., 35, 1680, 1964.
- [10] П. В. Елютин. ЖТФ, 43, 2407, 1973.
- [11] Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. Изд. «Наука», М., 1968.

Поступило в Редакцию 29 апреля 1974 г.