

УДК 535.2

СТИМУЛИРОВАННОЕ ЭХО  
ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ВОЗБУЖДЕНИИ  
МНОГОУРОВНЕВОЙ СИСТЕМЫ  
С НЕЭКВИДИСТАНТНЫМ СПЕКТРОМ

*A. I. Сиразиев и B. B. Самарцев*

Проведен теоретический расчет стимулированного эха при комбинированном возбуждении многоуровневой системы акустическими и электромагнитными импульсами. Исследован как вырожденный, так и невырожденный случай.

Настоящая работа посвящена исследованию возможности и условий генерации стимулированного светового эха при комбинированном оптическом и акустическом возбуждении многоуровневой системы с неэквидистантным спектром. Стимулированное эхо, возникающее после трехимпульсного воздействия на резонансную систему, заслуживает специального рассмотрения из-за большого объема полезной информации, которую можно снять в экспериментах при исследовании временных и частотных зависимостей параметров, характеризующих этот когерентный отклик [1]. Этот отклик заслуживает внимания еще и потому, что в силу условий пространственного синхронизма для него возможно полное пространственное разделение направления генерации отклика от направления волновых векторов возбуждающих импульсов (чего нельзя достичь при двухимпульсном возбуждении). Очевидно, при комбинированном возбуждении можно достичь и частотного разделения.

На наш взгляд, интересным с точки зрения эксперимента может быть случай, когда стимулированное эхо возбуждается в двухуровневой системе с 3-кратным вырождением одного из резонансных уровней. Такая задача также здесь решена.

К настоящему времени в печати исследованы следующие случаи двухимпульсного возбуждения многоуровневой системы: двухимпульсное комбинированное возбуждение многоуровневой системы с эквидистантным и неэквидистантным спектром [2, 3], двухимпульсное возбуждение двухуровневой вырожденной системы [4], двухимпульсное возбуждение трехуровневой системы, когда частотный спектр импульса способен «перекрыть» частотное расщепление близкорасположенных уровней [5].

### § 1. Основные уравнения и методика расчета

При расчете взаимодействия лазерных импульсов с системой частиц и формируемых при этом когерентных откликов будем следовать методике, изложенной, например, в работах [2]. Интенсивность дипольного когерентного спонтанного излучения системой из  $N$  многоуровневых частиц с неэквидистантным спектром может быть рассчитана по следующей формуле:

$$I_{\alpha\beta}(\mathbf{k}) = I_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k}) \sum_{j \neq l}^N (\text{Sp } \rho^j(t) P_{\alpha\beta} \exp \{i\mathbf{k}\mathbf{r}_j\}) (\text{Sp } \rho^l(t) P_{\beta\alpha} \exp \{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l\}), \quad (1)$$

где  $I_{\alpha\beta}^0(\mathbf{k})$  — интенсивность дипольного некогерентного спонтанного излучения (отдельной частицей) в единицу телесного угла в направлении волнового вектора  $\mathbf{k}$  на переходе между энергетическими уровнями  $\alpha$  и  $\beta$ ;  $\rho^j(t)$  — матрица плотности  $j$ -той частицы в момент времени  $t$ ,  $\mathbf{r}_j$  — радиус-вектор местоположения  $j$ -той частицы,  $P_{\alpha\beta}$  — проективная матрица, имеющая нулевые матричные элементы, кроме элемента « $\alpha\beta$ », который равен единице.

В пренебрежении релаксационными процессами во время действия лазерных импульсов матрица плотности в момент времени  $t + \Delta t$  имеет вид

$$\rho(t + \Delta t) = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \rho_{\alpha\beta} b_{\gamma\delta\alpha\beta}(H_1, \Delta t), \quad (2)$$

где  $\Delta t$  — длительность лазерного импульса,  $\rho_{\alpha\beta}(t)$  — матрица плотности до начала действия импульса света,  $H_1$  — гамильтониан взаимодействия излучения с  $j$ -той частицей, а коэффициенты  $b_{\gamma\delta\alpha\beta}(H_1, \Delta t)$  определяются из уравнения

$$\sum_{\gamma\delta} b_{\gamma\delta\alpha\beta}(H_1\Delta t) P_{\gamma\delta} = \exp\{-i\hbar^{-1}\Delta t H_1\} P_{\alpha\beta} \exp\{i\hbar^{-1}\Delta t H_1\}; \quad (3)$$

матрицы  $\exp\{-i\hbar^{-1}\Delta t H_1\} = \|A_{ij}\|$  и  $\exp\{+i\hbar^{-1}\Delta t H_1\} = \|B_{ij}\|$  можно вычислить, используя методы функций от матриц [6].

## § 2. Стимулированное световое эхо на переходе с одним вырожденным уровнем

Рассмотрим случай трехимпульсного возбуждения двухуровневой системы, когда один из резонансных уровней 3-кратно вырожден (переход  $J_2 = 0 \leftrightarrow J_1 = 1$ ). Одночастичная матрица плотности в термодинамическом равновесии имеет вид

$$\begin{aligned} \rho_0^j = & \left(1 + 3 \exp\left\{-\frac{E}{k_B T}\right\}\right)^{-1} \left( \exp\left\{-\frac{E}{k_B T}\right\} P_{11} + \exp\left\{-\frac{E}{k_B T}\right\} P_{22} + \right. \\ & \left. + \exp\left\{-\frac{E}{k_B T}\right\} P_{33} + P_{44} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $k_B$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура. Нулевой гамильтониан рассматриваемой системы записывается в виде  $H_0^j = \text{diag}(E_j, E_j, E_j, 0)$ , где  $E_j$  — энергия возбужденного состояния; символ «*diag*» означает диагональную матрицу. Гамильтониан взаимодействия  $j$ -той частицы с  $\eta$ -м импульсом запишем в виде

$$H_{\eta}^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{\eta}^j \\ 0 & 0 & 0 & b_{\eta}^j \\ 0 & 0 & 0 & c_{\eta}^j \\ a_{\eta}^{j*} & b_{\eta}^{j*} & c_{\eta}^{j*} & 0 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где  $a_{\eta}^j$ ,  $b_{\eta}^j$ ,  $c_{\eta}^j$  — матричные элементы оператора взаимодействия  $j$ -той частицы с внешним полем [2].  $a_{\eta}^j$  — матричный элемент оператора взаимодействия для перехода, имеющего  $\sigma^+$ -поляризацию,  $b_{\eta}^j$  — имеющего  $\pi$ -поляризацию,  $c_{\eta}^j$  — имеющего  $\sigma$ -поляризацию.

Пусть система возбуждается тремя линейно поляризованными импульсами света резонансными рассматриваемому переходу с волновыми векторами  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ ,  $\mathbf{k}_3$  и длительностями  $\Delta t_1$ ,  $\Delta t_2$ ,  $\Delta t_3$  соответственно. Опуская громоздкие выкладки, получаем, что интенсивность спонтанного когерентного излучения (стимулированного эха) для  $\sigma^+$ -компоненты имеет вид

$$I_{\text{ст}, \sigma^+, 14}^0(\mathbf{k}) = I_{14}^0(\mathbf{k}) \sum_{j \neq l}^N \text{Sp} \rho^j(t) P_{14} \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r}_j\} \text{Sp} \rho^l(t) P_{41} \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_l\}, \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \rho_{41} = \rho_{41}, \quad \rho_{P41} = \rho_{41}, \quad \rho_{14} = \rho_{41}^*, \\ \rho_{41}(t) = \frac{1}{2} i \exp \{i\Delta\omega(t - \tau_2 - \tau_1)\} (\rho_{011} - \rho_{044}) K_1 K_2 K_3^2 \sin 2\theta_1 \sin \theta_2 \sin \theta_3 a^* \times \\ \times [K_3^2 a_2^* \{a_1 (|b_2|^2 + |c_2|^2 + |a_2|^2 \cos \theta_2) + b_1 a_2 b_2^* (\cos \theta_2 - 1) + c_1 a_2 c_2^* (\cos \theta_2 - 1)\} \times \\ \times (|b_3|^2 + |c_3|^2 + |a_3|^2 \cos \theta_3) + K_2^2 b_2^* \{a_1 a_2^* b_2 (\cos \theta_2 - 1) + b_1 (|a_2|^2 + |c_2|^2 + \\ + |b_2|^2 \cos \theta_2) + c_1 b_2 c_2^* (\cos \theta_2 - 1)\} b_3^* b_3 (\cos \theta_3 - 1) + K_2^2 c_2^* \{a_1 a_2^* c_2 (\cos \theta_2 - 1) + \\ + b_1 c_2 b_2^* (\cos \theta_2 - 1) + c_1 (|a_2|^2 + |b_2|^2 + |c_2|^2 \cos \theta_2)\} \times \\ \times |c_3|^2 (\cos \theta_3 - 1) + \cos \theta_2 \cos \theta_3 K_3^2 (a_1 a_2^* + b_1 b_2^* + c_1 c_2^*)], \\ K_\eta^{-1} = \sqrt{|a_\eta|^2 + |b_\eta|^2 + |c_\eta|^2}, \quad \theta_\eta = \hbar^{-1} \Delta t_\eta K_\eta^{-1} \end{aligned}$$

и  $\mathbf{k}$  — волновой вектор стимулированного эха. Интенсивность  $\sigma^-$ - и  $\pi$ -компонент можно получить из (6), если сделать соответствующую перестановку матричных элементов в (5) и (6). В табл. 1 приведены возможные отклики при различной поляризации возбуждающих импульсов. Как следует из табл. 1, поляризация стимулированного светового эха обусловлена поляризацией третьего возбуждающего импульса. Полученные результаты применимы к случаю двукратного вырождения одного из уровней, если положить соответствующий из матричных элементов  $a_\eta^j$ ,  $b_\eta^j$ ,  $c_\eta^j$  равным нулю.

Таблица

Поляризация импульсов света			Интенсивность компонент			Поляризация импульсов света			Интенсивность компонент		
1-й	2-й	3-й	$I^{\sigma+}$	$I^\pi$	$I^{\sigma-}$	1-й	2-й	3-й	$I^{\sigma+}$	$I^\pi$	$I^{\sigma-}$
$\pi$	$\pi$	$\pi$	+	+	+	$\pi$	$\sigma^-$	$\sigma^-$	0	0	+
$\pi$	$\pi$	$\sigma^+$	+	0	0	$\sigma^+$	$\pi$	$\sigma^+$	+	0	0
$\pi$	$\pi$	$\sigma^-$	0	0	+	$\sigma^+$	$\pi$	$\sigma^-$	0	0	0
$\pi$	$\sigma^+$	$\pi$	+	+	0	$\sigma^-$	$\pi$	$\sigma^+$	0	0	0
$\pi$	$\sigma^-$	$\pi$	0	+	+	$\sigma^-$	$\pi$	$\sigma^-$	0	0	0
$\sigma^+$	$\pi$	$\pi$	+	+	0	$\sigma^+$	$\sigma^+$	$\sigma^+$	0	0	+
$\sigma^-$	$\pi$	$\pi$	0	+	+	$\sigma^+$	$\sigma^+$	$\sigma^-$	+	0	0
$\sigma^+$	$\sigma^+$	$\pi$	+	+	0	$\sigma^+$	$\sigma^+$	$\sigma^-$	0	0	0
$\sigma^+$	$\sigma^-$	$\pi$	0	+	+	$\sigma^+$	$\sigma^-$	$\sigma^+$	0	0	0
$\sigma^-$	$\sigma^+$	$\pi$	0	0	0	$\sigma^-$	$\sigma^+$	$\sigma^+$	0	0	0
$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\pi$	0	0	0	$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\sigma^+$	0	0	0
$\sigma^-$	$\sigma^+$	$\pi$	0	+	+	$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\sigma^+$	0	0	0
$\pi$	$\sigma^+$	$\sigma^+$	+	0	0	$\sigma^+$	$\sigma^-$	$\sigma^-$	0	0	0
$\pi$	$\sigma^+$	$\sigma^-$	0	0	+	$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\sigma^-$	0	0	0
$\pi$	$\sigma^-$	$\sigma^+$	+	0	0	$\sigma^-$	$\sigma^-$	$\sigma^-$	0	0	+

Примечание. Знаком «+» отмечены ненулевые компоненты интенсивности стимулированного светового эха.

### § 3. Комбинированное возбуждение стимулированного эха в трехуровневой системе

Рассмотрим систему трехуровневых невзаимодействующих частиц с неэквивалентным спектром. На рис. 1 приведена одна из схем трехуровневого возбуждения такой системы. Одночастичный нулевой гамильтониан имеет вид

$$H_0^j = \text{diag}(E_j, 0, -\varepsilon E_j), \quad (8)$$

где  $\varepsilon$  — параметр неэквидистантности ( $0 < \varepsilon < 1$ ).

Равновесная одночастичная матрица плотности записывается в виде

$$\begin{aligned} \rho_0^j = & \left(1 + \exp \left\{-\frac{E}{k_B T}\right\} + \exp \left\{\frac{\varepsilon E}{k_B T}\right\}\right)^{-1} \times \\ & \times \left(\exp \left\{-\frac{E}{k_B T}\right\} P_{11} + P_{22} + \exp \left\{\frac{\varepsilon E}{k_B T}\right\} P_{33}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

Гамильтониан взаимодействия возбуждающих импульсов с системой будет различным в зависимости от последовательности подаваемых импульсов. Если возбуждать систему импульсами, схематически изображенными на рис. 1, то гамильтониан взаимодействия  $j$ -той частицы с  $i$ -тым импульсом имеет вид

$$H_i^j = \begin{pmatrix} 0 & G_i^j & 0 \\ G_i^{j*} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

где  $i = 1, 2$ , а гамильтониан взаимодействия с третьим импульсом запишется в форме

$$H_3^j = \begin{pmatrix} 0 & 0 & G_3^j \\ 0 & 0 & 0 \\ G_3^{j*} & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

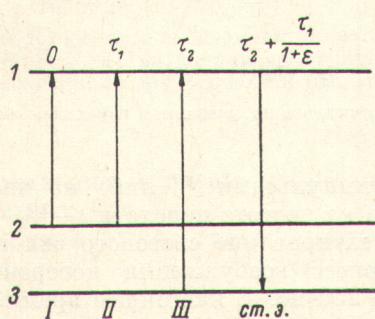


Рис. 1. Одна из схем комбинированного возбуждения светового эха.

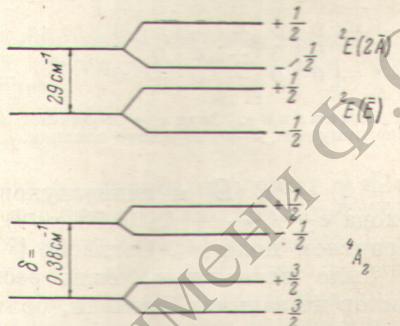


Рис. 2. Схема рабочих энергетических уровней в рубине.

В этом случае расчет, аналогичный проведенному в § 2, приводит к следующему выражению для интенсивности стимулированного эха:

$$I_{\text{ст. эха}}(\mathbf{k}) = I_{13}^0(\mathbf{k}) \left| \sum_{j \neq i}^N \exp \{i(\Delta\omega^j - \Delta\omega^i)(-\tau_1 + (1+z)(t - \tau_2))\} \times \right. \\ \times \exp \{ik(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i)\} (\rho_{022} - \rho_{011})^j (\rho_{022} - \rho_{011})^i \frac{1}{64} (G_1 G_2^* G_3^*)^{ij} (G_1^* G_2 G_3)^i \times \\ \times \sin^2 2\theta_1 \sin^2 2\theta_2 \sin^2 2\theta_3, \quad (12)$$

где  $\theta_\eta = \hbar^{-1} \Delta t_\eta |G_\eta|$ .

Остальные варианты возбуждения стимулированного эха рассчитываются аналогично. Результаты расчета сведены в табл. 2. Характерным результатом такого расчета является то, что время появления стимулированного эха не обязательно кратно моментам воздействия импульсов [2].

#### § 4. Обсуждение результатов

Результаты расчета могут быть использованы при возбуждении стимулированного светового эха в рубине. Схема рабочих энергетических уровней рубина изображена на рис. 2.

Как известно [7], при возбуждении светового эха активный элемент оптического квантового генератора находится при азотной температуре, а исследуемый кристалл — при гелиевой температуре. В этих условиях имеет место резонанс между линией энергетического перехода  ${}^4A_2(\pm 1/2) \leftrightarrow {}^2E(E)$  образца и линией  ${}^4A_2(\pm 3/2) \leftrightarrow {}^2E(E)$  квантового генератора. Комбинированное возбуждение стимулированного светового эха можно вести, воздействуя лазерными импульсами на частоте перехода

Таблица 2

Импульсы							Время отклика между уровнями					
1-й		2-й		3-й			переход		переход		переход	
переход	переход	переход	переход	переход	переход	переход	1-2	1-3	2-3	1-2	1-3	2-3
1-2	1-3	2-3	1-2	1-3	2-3	1-2	1-3	2-3	1-2	1-3	2-3	1-2
+	0	0	+	0	0	0	+	0	—	$\tau_2 + \tau_1/(1+\varepsilon)$	—	—
+	0	0	+	0	0	0	0	+	—	$\tau_2 + \tau_1/\varepsilon$	$\tau_2 + \tau_1/\varepsilon$	—
+	0	0	+	0	0	+	0	+	$\tau_1 + \tau_2$	$\tau_2 + \tau_1/(1+\varepsilon)$	$\tau_2 + \tau_1/\varepsilon$	$\tau_1 + \tau_2$
+	0	0	0	+	+	+	0	0	$\tau_1 + \tau_2$	—	—	—
+	0	0	0	+	+	0	+	0	—	$\tau_2 + \tau_1/(1+\varepsilon)$	—	—
+	0	0	0	+	+	0	+	0	—	—	$\tau_2 + \tau_1/\varepsilon$	—
+	0	0	0	+	+	0	+	0	—	—	$\tau_2 + \tau_1/\varepsilon$	—
0	+	+	+	0	0	0	+	0	$\tau_1 + \tau_2$	—	—	—
0	+	+	+	0	0	0	0	+	—	$\tau_2 + \tau_1/(1+\varepsilon)$	—	—
0	+	+	+	0	0	0	0	+	(1 + $\varepsilon$ ) $\tau_1 + \tau_2$	—	$\tau_2 + \tau_1/\varepsilon$	—
0	+	+	0	+	0	0	0	+	—	$\tau_1 + \tau_2$	—	—
0	+	+	0	+	0	0	0	+	—	—	$\tau_2 + \tau_1/(1+1/\varepsilon)$	—
0	+	+	0	0	+	0	0	+	$\varepsilon\tau_1 + \tau_2$	—	—	—
0	+	+	0	0	+	0	0	+	—	—	$\tau_1 + \tau_2$	—
0	+	+	0	0	+	0	0	+	—	$\tau_2 + \tau_1/(1+\varepsilon)$	—	—

П р и м е ч а н и е. Знак «+» обозначает подачу импульса на указанном переходе, «0» — отсутствие импульса, «—» отсутствие отклика.

$^4A_2 (\pm 1/2) \leftrightarrow ^2E (\bar{E})$  и гиперзвуковыми импульсами [8] либо на частоте перехода  $\langle \pm 3/2 \leftrightarrow \pm 1/2 \rangle$  ( $0.38 \text{ см}^{-1}$ ), либо на частоте перехода  $\langle -1/2 \leftrightarrow 1/2 \rangle$  в магнитном поле [9]. Согласно [7], детектирование светового эха в рубине было возможным, если весь процесс возбуждения когерентных откликов не занимал времени, большего 250 нс. В настоящее время акустические импульсы с длительностью  $\sim 40$  нс уже широко используются в научных экспериментах [8]. Все это делает постановку подобных экспериментов вполне реальной.

Очевидно, полученные результаты справедливы и при возбуждении стимулированного звукового эха [10]. Результаты настоящей работы могут найти техническое приложение в квантовых счетчиках, использующих поляризационные свойства когерентных откликов.

Авторы благодарят В. Р. Нагибарову и Л. А. Нефедьеву за обсуждение работы и советы.

#### Литература

- [1] А. Л ё ш е. Ядерная индукция. ИЛ, М., 1963.
- [2] Н. К. Соловаров, В. Р. Нагибаров. Phys. Stat. Sol., 37, 889, 1970; ФТТ, 11, 2704, 1969, ВИНИТИ № 1131—69—Деп. Казань, 1969; В. В. Самарцев, Н. И. Соловаров, О. Н. Гадомский. Тр. Всесоюзн. юбилейной конф. по парамагнитному резонансу, тез. 273. Казань, 1969.
- [3] С. М. Захаров, Э. А. Маныкин. ЖЭТФ, 60, 1867, 1971.
- [4] А. И. Алексеев, И. В. Евсеев. ЖЭТФ, 56, 2118, 1969.
- [5] А. Г. Шагидуллин, В. В. Самарцев. ФТТ, 15, 330, 1973.
- [6] Ф. Р. Гантмахер. Теория матриц, Изд. «Наука», М., 1967.
- [7] И. Д. Абелла. Progress in optics, 7, 141, 1969.
- [8] Б. П. Смоляков. Тез. докл. VII Всесоюзн. совещ. по квантовой акустике, 141. Изд. ХГУ, 1972; Письма в ЖЭТФ, 20, 644, 1974.
- [9] Н. В. Карлов, А. А. Маненков. Квантовые усилители. Изд. ВИНИТИ, М., 1966.
- [10] N. S. Shiren, T. G. Kazyaka. Phys. Rev. Lett., 28, 1304, 1972.

Поступило в Редакцию 5 апреля 1974 г.