Вакулина Е.В.[1], Максименко Н.В.[2]
[1]Ст.преподаватель Брянский государственный университет
[2]Профессор физ.мат. наук Гомельский государственный университет

УРАВНЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Электромагнитные характеристики адронов с учетом их кварковой структуры можно определить на основе уравнения движения составной системы во внешнем электромагнитном поле. Так в нерелятивистской квантовой механике в моделях с кулоновским и осцилляторным потенциалами вычислены электрические поляризуемости, используя уравнение движения в однородном электрическом поле [1,102;2,692].

В работах [3,201;4,1] получены уравнения движения бесспиновых частиц в постоянном электрическом поле, в квазипотенциальном подходе в “импульсном приближении”, где не учитывалось, неразделяемое аддитивно, внешнее электромагнитное и внутреннее взаимодействия. В результате в этих работах были получены поправки к среднеквадратичному зарядовому радиусу и поляризуемости адронов, благодаря вкладу релятивисткого взаимодействия кварков с электромагнитным полем.

В данной работе получено уравнение движения типа Солпитера [5,328] двухкварковой системы в однородном электрическом поле с учетом спина кварков.

Будем исходить из уравнения Бете-Солпитера с учетом взаимодействия состовной системы с внешним электромагнитным полем в импульсном представлении в двухвременной ковариантной форме[6,315].

$$(\hat{p}_1 - e_1\hat{A}_1 - m)(\hat{p}_2 - e_2\hat{A}_2 - m)\chi(p_1, p_2) = G\chi \qquad (1)$$

В этом выражении $\chi(p_1, p_2)$ - волновые функции Бете-Солпитера, $\hat{p}_1$ и $\hat{p}_2$ - четырехмерные импульсы соответственно первой и второй частицы составной системы. Свертки $\hat{A}_1\chi(p_1, p_2)$ и $G\chi$ представляются следующим образом

$$\hat{A}_1\chi(p_1, p_2) = 2\pi \int d^4 p_1' \delta(p_1^0 - p_1^{0'})\gamma_\mu^{(n)} A^\mu (\vec{p}_1 - \vec{p}_1')\psi(p_1, p_2') \qquad (2)$$

$$G\chi = \int d^4 p_1' d^4 p_2' G(p_1, p_2; p_1', p_2')\chi(p_1', p_2') \qquad (3)$$

где γ_μ - матрицы Дирака, A^μ - потенциалы внешнего электромагнитного поля.

Представим уравнение (1) таким образом, чтобы внутреннее взаимодействие между частицами и взаимодействие их с внешним электромагнитным полем были в правой части

$$(\hat{p}_1 - m)(\hat{p}_2 - m)\chi = G\chi + \left[\hat{A}_1(\hat{p}_2 - m) + (\hat{p}_1 - m)\hat{A}_2 - \hat{A}_1\hat{A}_2\right]\chi \qquad (4)$$

В уравнении (4) воспользуемся приближением независимости ядра взаимодействия G от относительной энергии, что соответствует одновременному потенциальному внутреннему взаимодействию.

Введем импульсы $P = p_1 + p_2$ и $p = \dfrac{p_1 - p_2}{2}$, а также проективные операторы

$$\Lambda_\pm(\vec{p}) = \frac{E \pm H(\vec{p})}{2E} \qquad (5)$$

где $H(\vec{p}) = \alpha\vec{p} + \beta m, \qquad E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$.

Матрицы α и β связаны с матрицами Дирака следующим образом $\vec{\alpha} = \gamma^0\vec{\gamma}, \beta = \gamma^0$.

В этом случае матрицу $(\hat{p}_1 - m)$ можно представить следующим образом

$$(\hat{p}_1 - m) = (\frac{\hat{P}}{2} + \hat{p} - m) = \gamma_1^0(\frac{P_0}{2} + p_0 + s_1E_1 - 2s_1E_1\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)) \quad (6)$$

$$(\hat{p}_2 - m) = (\frac{\hat{P}}{2} - \hat{p} - m) = \gamma_2^0(\frac{P_0}{2} - p_0 + s_2E_2 - 2s_2E_2\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)) \quad (7)$$

где s_1 и s_2 принимают значения ± 1.

Левая часть уравнения (4) принимает вид

$$\gamma_1^0(\frac{P_0}{2} + p_0 + s_1E_1 - 2s_1E_1\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1))\gamma_2^0(\frac{P_0}{2} - p_0 + s_2E_2 - 2s_2E_2\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)). \quad (8)$$

В свою очередь правую часть можно представить так

$$\frac{(-1)}{2\pi i}\int d^4p_1' \, g(\vec{p},\vec{p}')\chi(p_1', p_2') +$$

$$2\pi\int d^4p_1'\delta(p_{10} - p_{10}')\gamma_1^\mu A_\mu^{(1)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_1')\cdot\gamma_2^0(\frac{P_0}{2} - p_0 + s_2E_2 - 2s_2E_2\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2))\chi(p_1', p_2) + \quad (9)$$

$$2\pi\int d^4p_2'\delta(p_{20} - p_{20}')\gamma_2^\mu A_\mu^{(2)}(\vec{p}_2 - \vec{p}_2')\cdot\gamma_1^0(\frac{P_0}{2} + p_0 + s_1E_1 - 2s_1E_1\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1))\chi(p_1, p_2').$$

Умножим левую и правую части (8) и (9) на $\gamma_1^0 u\gamma_2^0$, а также $\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)$ и $\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)$.

В результате получим

$$(\frac{P_0}{2} + p_0 - s_1E_1)(\frac{P_0}{2} - p_0 - s_2E_2)\Psi_{S_1S_2}(p_1, p_2) =$$

$$\frac{(-1)}{2\pi i}\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\gamma_1^0\gamma_2^0\int d^4p_1' g(\vec{p},\vec{p}')\chi(p_1', p_2') + \quad (10)$$

$$+ 2\pi\int d^4p_1'\delta(p_{10} - p_{10}')\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\gamma_1^0\gamma_1^\mu A_\mu^{(1)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_1')\cdot(\frac{P_0}{2} - p_0 - s_2E_2)\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\chi(p_1', p_2) +$$

$$+ 2\pi\int d^4p_2'\delta(p_{20} - p_{20}')\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\gamma_2^0\gamma_2^\mu A_\mu^{(2)}(\vec{p}_2 - \vec{p}_2')\cdot(\frac{P_0}{2} + p_0 - s_1E_1)\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\chi(p_1, p_2')$$

где $\Psi_{S_1S_2}(p_1, p_2) = \Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\chi(p_1, p_2)$.

В уравнении (10) разделим левую и правую части на

$(\frac{P_0}{2} + p_0 - s_1E_1 + i\delta s_1)(\frac{P_0}{2} - p_0 - s_2E_2 + i\delta s_2)$ и проинтегрируем по p_0.

В результате получим

$$\varphi_{S_1S_2} = \int_{-\infty}^{+\infty} dp_0\Psi_{S_1S_2} = \varphi^{(0)}{}_{S_1S_2} + \varphi_{S_1S_2}(A^{(1)}) + \varphi_{S_1S_2}(A^{(2)}) \quad (11)$$

где введены обозначения $$\varphi^{(0)}{}_{S_1S_2} = \frac{\delta_{S_1}^{+1}\delta_{S_2}^{+1} - \delta_{S_1}^{-1}\delta_{S_2}^{-1}}{(P_0 - s_1E_1 - s_2E_2)}\Gamma_{S_1S_2} \quad (12)$$

$$\varphi_{S_1S_2}(A^{(1)}) = 4\pi^2 i\int d^3p_1'\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\gamma_1^0\gamma_1^\mu A_\mu^{(1)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_1')\cdot\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\varphi(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \quad (13)$$

$$\varphi_{S_1S_2}(A^{(2)}) = 4\pi^2 i\int d^3p_2'\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\gamma_2^0\gamma_2^\mu A_\mu^{(2)}(\vec{p}_2 - \vec{p}_2')\Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\varphi(\vec{p}_1, \vec{p}_2) \quad (14)$$

где $$\Gamma_{S_1S_2} = \Lambda_{S_1}(\vec{p}_1)\Lambda_{S_2}(\vec{p}_2)\int d^3p'\tilde{g}(\vec{p},\vec{p}')\varphi(\vec{p}_1', \vec{p}_2') \quad (15)$$

$\tilde{g}(\vec{p},\vec{p}') = \gamma_1^0\gamma_2^0 g(\vec{p},\vec{p}')$ и $\delta_{S_{(n)}}^{\pm 1}$ символы Кронекера.

С учетом свойств символов Кронекера выражение (12) можно представить в виде

$$\varphi^{(0)}{}_{S_1 S_2} = \left(\frac{\Lambda_1^{(+)}\Lambda_2^{(+)}}{P_0 - E_1 - E_2} - \frac{\Lambda_1^{(-)}\Lambda_2^{(-)}}{P_0 + E_1 + E_2}\right)\int d^3p'\tilde{g}(\vec{p},\vec{p}\,')\varphi(\vec{p}_1{}',\vec{p}_2{}') \qquad (16).$$

Учитывая в уравнении (11) соотношение

$$H(\vec{p})\Lambda^{(\pm)}(\vec{p}) = \pm E\Lambda^{(\pm)}(\vec{p}) \qquad (17)$$

получим $\left[P_0 - H(\vec{p}_1) - H(\vec{p}_2)\right]\varphi = \left[\Lambda_1^{(+)}\Lambda_2^{(+)} - \Lambda_1^{(-)}\Lambda_2^{(-)}\right]\int d^3p'\tilde{g}(\vec{p},\vec{p}\,')\varphi +$

$$+\int d^3p_1'\gamma_1^0\gamma_1^\mu A_\mu^{(1)}(\vec{p}_1 - \vec{p}_1{}')\varphi + \int d^3p_2'\gamma_2^0\gamma_2^\mu A_\mu^{(2)}(\vec{p}_2 - \vec{p}_2{}')\varphi \qquad (18)$$

В случае постоянного электрического поля $A_\mu\left\{A_0, \vec{A} = 0\right\}$ и компоненту потенциала можно представить в импульсном пространстве следующим образом

$$A_0(\vec{p} - \vec{p}\,') = -i\vec{E}\frac{d}{d\vec{p}\,'}\delta(\vec{p} - \vec{p}\,') \qquad (19)$$

подставляя (19) в (18) и вычисляя интегралы с помощью δ-функции, получим

$$\left[-P_0 + H(\vec{p}_1) + H(\vec{p}_2)\right]\varphi + ie_1\vec{E}\frac{d}{d\vec{p}_1}\varphi + ie_2\vec{E}\frac{d}{d\vec{p}_2}\varphi = \left[\Lambda_1^{(+)}\Lambda_2^{(+)} - \Lambda_1^{(-)}\Lambda_2^{(-)}\right]\int d^3p'\tilde{g}(\vec{p},\vec{p}\,')\varphi$$

(20).

Таким образом уравнение (20) является уравнением движения системы, из двух спинорных частиц, в однородном электрическом поле в “импульсном приближении” с учетом релятивистских особенностей взаимодействия электрического поля с составными спинорными частицами.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика (нерелятивистская теория). М: Физматгиз, 1989, с. 102.

2. Петрунькин В.А. Электрическая и магнитная поляризуемости адронов. ЭИАЯ, том 12, вып. 3, 1981, с. 692-753.

3. Максименко Н.В., Шульга С.Г. Эффект релятивистского “дрожания” кварков в электрической поляризуемости мезонов. // Ядерная физика, том 56, вып. 6,1993, с. 201-210.

4. Дерюжкова О.М., Максименко Н.В. 2003,hep-th//0307147.

5. E.E. Salpeter // Mass Corretions to the Fine Structure of Hydrogen-Like Atoms// Phys. Rev., vol. 87, 1952, p.328-343.

6. S.J. Brodsky, J.R. Primack. The Electromagnetik Interaktion of Composite Systems// Annals of Physics, Vol.52, 1969, p.315-365.