

ВНУТРИРЕЗОНАТОРНАЯ МОДУЛЯЦИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ДИФРАКЦИИ НА УЛЬТРАЗВУКЕ

Н. А. Бродович

Рассмотрена внутренняя модуляция лазерного излучения с помощью бегущей ультразвуковой волны. Параметры модуляции подобраны так, что имеет место дифракция Рамана—Ната. Исследованы потери, вносимые таким модулятором при дифракции света в различные дифракционные порядки.

В настоящей работе рассмотрена внутрирезонаторная модуляция лазерного излучения с помощью бегущей ультразвуковой волны в режиме Рамана—Ната. Используя работу [1], выведены формулы для потерь, возникающих при дифракции света из нулевого порядка в произвольный порядок. Схема лазера с внутрирезонаторной ультразвуковой модуляцией дана на рис. 1. Введем следующие обозначения: λ — длина волны лазерного излучения, k — волновое число световой волны, Λ — длина волны ультразвука, K — волновое число ультразвуковой волны, Ω — частота модуляции (частота ультразвука), L — длина резонатора, l — глубина ультразвукового поля модулятора, $2a$ — ширина зеркала резонатора, η — коэффициент отражения частично пропускающего зеркала, расположенного около модулятора. Δn — амплитудное изменение показателя преломления вещества модулятора, $v=2\Delta nkl$ — типичный параметр теории Рамана—Ната, $N=a^2/2\lambda L$ — число Френеля.

Согласно теории Рамана—Ната, вклад в фазу электромагнитной волны в результате ее двукратного прохождения через модулятор равен

$$-i[v \cos(Kx - \Phi) + 2kl \cos \varphi], \quad (1)$$

где

$$\Phi = \frac{kl(x - x_0)}{L} + \Omega t, \quad \cos \varphi = \frac{L}{\sqrt{L^2 + (x_1 - x_0)^2}}. \quad (2)$$

Исходное интегральное уравнение для собственных типов колебаний в резонаторе с ультразвуковым модулятором имеет следующий вид:

$$a_n(t) v_n(x_2, t) = i\eta \frac{1 - k(L + 2l)}{\lambda L} \int_{-a}^a dx_0 \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 K(x_2, x_0, x_1) v_n(x_0, t), \quad (3)$$

где

$$K(x_2, x_0, x_1) = \exp - ik \left\{ \frac{(x_1 - x_0)^2}{2L} + \frac{(x_2 - x_1)^2}{2L} + \frac{v}{k} \cos \left[Kx - \frac{kl(x_1 - x_0)}{L} - \Omega t \right] \right\}. \quad (4)$$

После некоторых преобразований уравнение (3) приводится к виду

$$a_n(t) v_n(x_2, t) = \int_{-a}^a (\hat{H}_0 + \hat{H}_1) v_n(x_0, t) dx_0, \quad (5)$$

где

$$\hat{H}_0 = \frac{J_0(v) \eta e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\lambda L}} \exp - \frac{ik(x_0 - x_2)^2}{4L}, \quad (6)$$

$$\hat{H}_1 = \frac{\eta e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\lambda L}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \frac{J_m(v)}{(m \neq 0)} \exp - ik \left[\frac{(x_0 - x_2)^2}{4L} + m \frac{K}{k} \left(\frac{1}{2} + \frac{l}{L} \right) x_0 + m \frac{K}{k} \left(\frac{1}{2} - \frac{l}{L} \right) x_2 - \frac{m^2 K^2}{4k^2} \left(1 - \frac{2l}{L} \right)^2 L \right] \exp im\Omega t, \quad (7)$$

n — индекс поперечной моды.

В (5) собственные функции и собственные значения зависят от времени, как от параметра. Для возможности применения квазистационарного приближения (которое, кстати, используется в теории Рамана—Ната дифракции света на ультразвуковых волнах) в данном случае необходимо, чтобы ширина линии резонатора была намного больше частоты модуляции. В нашем случае потери, вносимые модуляцией, таковы, что выше-

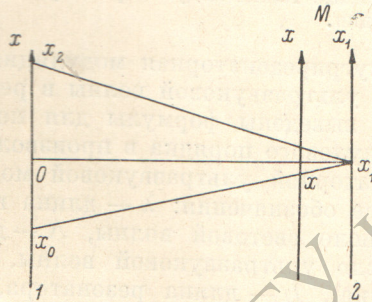


Рис. 1.

1 — глухое зеркало, 2 — зеркало с коэффициентом отражения $\eta J_0(v)$, M — модулятор, x_0x_1 — ход светового луча до рассеяния на бегущей ультразвуковой волне, x_1x_2 — ход светового луча после двукратного прохождения модулятора.

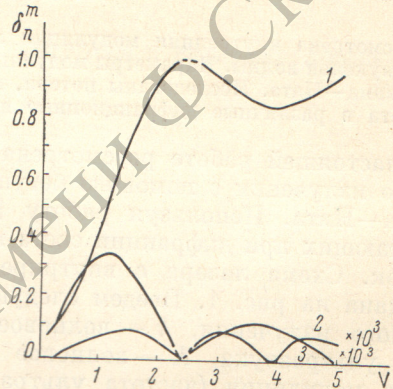


Рис. 2.

1, 2, 3 — соответственно постоянная составляющая потерь и потери, осциллирующие с частотами Ω и 2Ω .

указанное условие выполняется при всех практически реализуемых параметрах системы.

Из сравнения (6) и (7) видно, что оператор \hat{H}_1 можно рассматривать как возмущение при малых v , когда $J_0(v) \approx 1$, $J_m(v) \ll 1$, ($m \neq 0$). Кроме того можно показать, что при условии $\lambda L/\Lambda^2 \gg 1$ \hat{H}_1 быстро осциллирует и его вклад при нахождении собственных значений и собственных функций уравнения (5) можно рассматривать как возмущение по отношению к \hat{H}_0 . Как показывают расчеты, в действительности область применимости теории возмущений намного шире, чем область, ограниченная условиями $v \ll 1$ и $\lambda L/\Lambda^2 \gg 1$. По теории возмущений собственные значения интегрального уравнения (5) имеют вид

$$\alpha_n = \alpha_n^0 + P_{nm}, \quad (8)$$

где α_n^0 — собственное значение интегрального уравнения, описывающего моды пустого резонатора (резонатора без активной среды и без модулятора); коэффициент отражения частично пропускающего зеркала, расположенного около модулятора, равен $\eta J_0(v)$, а P_{nm} — диагональный матричный элемент оператора возмущения \hat{H}_1 . В дальнейшем следует различать два случая — четные и нечетные n . При четных n собственные функции пустого резонатора имеют вид $v_n(x) = (1/\sqrt{a}) \sin \pi n x / 2a$, при нечетных $v_n(x) = (1/\sqrt{a}) \cos \pi n x / 2a$. Используя (1), выражение для потерь, вносимых

дифракцией света на бегущей ультразвуковой волне, можно представить в следующем виде:

$$\delta_n = 1 - |a_n|^2 = 1 - \eta^2 J_0^2(v) [(1 - 2a_1 a_2)^2 + a_1^2] - 2\eta J_0(v) [(1 - 2a_1 a_2) \operatorname{Re}(P_{mn}) - a_1 \operatorname{Im}(P_{mn})] \quad (9)$$

с точностью до членов порядка $|P_{mn}|^2$. В (9)

$$a_1 = \frac{\pi^2 n^2 M (M + 2\beta)}{2[(M + \beta)^2 + \beta^2]^2}, \quad a_2 = \frac{\beta (M + \beta)}{M (M + 2\beta)}, \quad \beta = 0.824, \quad M = \sqrt{8\pi N}.$$

Таким образом, задача вычисления потерь, вносимых в резонатор ультразвуковым модулятором, сводится к вычислению диагонального матричного элемента оператора возмущения \hat{H}_1 . Нас будут интересовать потери, обусловленные дифракцией света из нулевого порядка в произвольный порядок индекса m . Поэтому будем рассматривать выражение для диагонального матричного элемента P_{mn}^m , необходимого для вычисления данных потерь

$$P_{mn}^m = F_1 \cos m\Omega t - F_2 \sin m\Omega t + i (K_1 \cos m\Omega t - K_2 \sin m\Omega t). \quad (10)$$

С помощью (10) получаем формулу для потерь δ_n^m из-за дифракции света из нулевого порядка в порядок индекса m

$$\delta_n^m = 1 - \eta^2 J_0^2(v) [(1 - a_1 a_2) + a_1]^2 - \frac{\eta J_0(v)}{4a \sqrt{2\lambda L}} \sqrt{\frac{\pi}{2\varepsilon}} J_m(v) \times \\ \times \sqrt{[(1 - 2a_1 a_2) F_1 - a_1 K_1]^2 + [(1 - 2a_1 a_2) F_2 - a_1 K_2]^2} \cos(m\Omega t + \varphi_m), \quad (11)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{(1 - 2a_1 a_2) F_2 - a_1 K_2}{(1 - 2a_1 a_2) F_1 - a_1 K_1}.$$

Явное выражение для коэффициентов данных выражений приведено в Приложении.

Проведены расчеты потерь, обусловленных дифракцией света из нулевого в различные дифракционные порядки. Как видно из формулы (11), дифракция света из нулевого порядка в произвольный порядок m приводит к возникновению переменных потерь, осциллирующих с частотой $m\Omega$. Из расчетов следует, что потери, вызываемые дифракцией света из нулевого порядка в нулевой, во всем диапазоне изменения параметра v на несколько порядков больше, чем потери, обусловленные дифракцией в высшие дифракционные порядки (расчеты проведены для индекса n , равного единице). Малость потерь, вызванных дифракцией в дифракционные порядки с индексом $m \geq 1$, указывает на возможность применения теории возмущений в более широкой области изменения параметров v^1 и $\lambda L/\Lambda^2$. На рис. 2 представлена зависимость от параметра v потерь, обусловленных дифракцией света из нулевого порядка в нулевой, в первый и во второй. Из рис. 2 следует, что процессе дифракции света из нулевого дифракционного порядка в нулевой является определяющим при расчете потерь при внутрирезонаторной модуляции с использованием бегущей ультразвуковой волны.

Приложение

$$F_1 = \frac{2}{m\beta_1} [A_1 E_1 - B_1 E_2 - (-)^m A_4 E_1 + (-)^m B_4 E_2] - \\ - C_{mn} [A_2 E_1 - B_2 E_2 + (-)^m A_6 E_1 - (-)^m B_6 E_2] - \\ - d_{mn} [A_3 E_1 - B_3 E_2 + (-)^m A_5 E_1 - (-)^m B_5 E_2], \\ F_2 = \frac{2}{m\beta_1} [A_1 E_2 + B_1 E_1 + (-)^m A_4 E_2 + (-)^m B_4 E_1] - \\ - C_{mn} [A_2 E_2 + B_2 E_1 - (-)^m B_6 E_1 - (-)^m A_6 E_2] - \\ - d_{mn} [A_3 E_2 + B_3 E_1 - (-)^m A_5 E_2 - (-)^m B_5 E_1],$$

¹ В интервале изменения параметра v , в котором производились расчеты, при $v \approx 2.40$ имеется корень $J_0(v)$. В окрестности этого корня теория возмущений неприменима, и кривые, рассчитанные при всех v по теории возмущений, в окрестности данного корня начерчены штриховыми линиями.

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{2}{m\beta_1} [B_1 E_1 + A_1 E_2 - (-)^m B_4 E_1 - (-)^m A_4 E_2] - \\
&\quad - C_{mn} [B_2 E_1 + A_2 E_2 + (-)^m B_6 E_1 + (-)^m A_6 E_2] - \\
&\quad - d_{mn} [B_3 E_1 + A_3 E_2 + (-)^m B_5 E_1 + (-)^m A_5 E_2], \\
K_2 &= \frac{2}{m\beta_1} [B_1 E_2 - A_1 E_1 + (-)^m B_4 E_2 - (-)^m A_4 E_1] - \\
&\quad - C_{mn} [B_2 E_2 - A_2 E_1 - (-)^m B_6 E_2 + (-)^m A_6 E_1] - \\
&\quad - d_{mn} [B_3 E_2 - A_3 E_1 - (-)^m B_5 E_2 + (-)^m A_5 E_1], \\
A_1 &= \cos\left(\frac{mh - b_1^2}{\varepsilon}\right) \left[S\left(\frac{2a\varepsilon - b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) + S\left(\frac{b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] + \\
&+ \sin\left(\frac{mh - b_1^2}{\varepsilon}\right) \left[C\left(\frac{2a\varepsilon - b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) + C\left(\frac{b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] - \cos\left(\frac{mh + b_2^2}{\varepsilon}\right) \left[S\left(\frac{2a\varepsilon - b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) + S\left(\frac{b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] + \\
&+ \sin\left(\frac{mh + b_2^2}{\varepsilon}\right) \left[C\left(\frac{2a\varepsilon - b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) + C\left(\frac{b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] + \cos\left(\frac{mh - b_2^2}{\varepsilon}\right) \left[S\left(\frac{2a\varepsilon + b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) - S\left(\frac{b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] + \\
&+ \sin\left(\frac{mh - b_2^2}{\varepsilon}\right) \left[C\left(\frac{2a\varepsilon + b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) - C\left(\frac{b_2}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] - \cos\left(\frac{mh + b_1^2}{\varepsilon}\right) \left[S\left(\frac{2a\varepsilon + b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) - S\left(\frac{b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right] + \\
&\quad + \sin\left(\frac{mh + b_1^2}{\varepsilon}\right) \left[C\left(\frac{2a\varepsilon + b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) - C\left(\frac{b_1}{\sqrt{\varepsilon}}\right) \right].
\end{aligned}$$

Коэффициенты $A_2, A_3 \dots A_6$ получаются из A_1 с помощью замены переменных в аргументах соответствующих функций. Данные замены приведены в таблице. Коэффициенты B_i ($i=1, 2 \dots 6$) получаются из A_i того же индекса заменой $S \rightarrow C_1, C \rightarrow S_1, \sin \rightarrow -\sin$.

Таблица для нахождения коэффициентов $A_2, A_3 \dots A_6$

A_i	Замена переменных в аргументах \sin и \cos	Замена переменных в аргументах S и C	Замена знака C
A_2	$b_1 \rightarrow b_3, b_2 \rightarrow b_4$	$b_1 \rightarrow b_3, b_2 \rightarrow b_4$	Нет
A_3	$b_1^2 \rightarrow -b_5^2, b_2^2 \rightarrow -b_6^2$	$b_1 \rightarrow b_5, b_2 \rightarrow b_6$	Есть
A_4	$b_1^2 \rightarrow -b_1^2, b_2^2 \rightarrow -b_2^2$	$b_1 \rightarrow -b_1, b_2 \rightarrow -b_2$	Есть
A_5	$b_1^2 \rightarrow -b_6^2, b_2^2 \rightarrow -b_5^2$	$b_1 \rightarrow -b_6, b_2 \rightarrow -b_5$	Есть
A_6	$b_1 \rightarrow b_4, b_2 \rightarrow b_3$	$b_1 \rightarrow -b_4, b_2 \rightarrow -b_3$	Нет

Обозначения: $\varepsilon = K/2L, \beta_1 = k/2, c_{mn} = (\pi n/2a + m\beta_1), d_{mn} = (\pi n/2a - m\beta_1), E_1 = \cos(k\alpha_1 m^2) - \sin(k\alpha_1 m^2), E_2 = \cos(k\alpha_1 m^2) + \sin(k\alpha_1 m^2), \alpha_1 = K^2 L(1/2 - l/L)^2/k^2, \alpha_1 = lk/L, h = 2a\beta_1\varepsilon, b_1 = m\alpha_1/2 + \beta_1/2, b_2 = b_1 - \beta_1, b_3 = b_1 + \pi n/4a, b_4 = b_2 - \pi n/4a, b_5 = b_2 + \pi n/4a, b_6 = b_1 - \pi n/4a, S(x), C(x)$ — интегралы Френеля.

Литература

- [1] В. А. Епишин, А. В. Лытов, В. В. Камышан. Тр. V Всес. симп. по дифракции и распространению волн, 91. Изд. «Наука», Л., 1974.

Поступило в Редакцию 16 мая 1974 г.