

## О ЗАСЕЛЕННОСТИ РЕЗОНАНСНЫХ УРОВНЕЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ОБЪЕМЕ

Ю. Б. Голубовский и Р. И. Лягущенко

В работе решается уравнение баланса резонансных атомов в случае цилиндрической конфигурации для доплеровского контура спектральной линии. Получены прямая и обратная матрицы коэффициентов системы линейных уравнений, приближенно эквивалентных исходному интегральному уравнению. С помощью этих матриц легко строить решение уравнения для произвольного вида числа возбуждений резонансного уровня и различных значений коэффициента поглощения. Решается задача о девозбуждении резонансных атомов при их произвольном начальном распределении по радиусу. Найдены пятнадцать первых собственных чисел и пятнадцать собственных функций, которые позволяют легко строить решение задачи в различные моменты времени.

### Стационарная задача

Заселенность резонансных уровней  $n(r)$  в объеме цилиндрической конфигурации описывается интегральным уравнением [1, 2]

$$[A + W(r)]n(r) = \alpha(r) + A \int_0^r n(\rho) K(r, \rho) \rho d\rho, \quad (1)$$

$$K(r, \rho) = \left. \begin{aligned} & \frac{R}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^2 + q^2} \int_0^{\infty} \varepsilon_\nu k_\nu \exp(-k_\nu R \sqrt{z^2 + q^2}) d\nu, \\ & q^2 = r^2 + \rho^2 - 2r\rho \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Координаты  $r$ ,  $\rho$  и  $z$  измеряются в долях радиуса  $R$  разрядной трубки,  $A$  — вероятность спонтанного излучения,  $W(r)$  — вероятность тушения,  $\alpha(r)$  — число возбуждений,  $\varepsilon_\nu$  и  $k_\nu$  — коэффициенты излучения и поглощения на частоте  $\nu$ .

Весьма удобным методом решения уравнения (1) является переход от интегрального уравнения Фредгольма 2-го рода к системе линейных алгебраических уравнений [3]. Биберман [4] сводил уравнение (1) к системе линейных уравнений и получал решение для параболического спада числа возбуждений и доплеровского контура спектральной линии. В работе [5] задача решалась для дисперсионного контура и произвольного вида числа возбуждений. Одним из результатов работы [5] являются прямая и обратная матрицы системы линейных уравнений, приближенно эквивалентных исходному уравнению (1), которые позволяют легко строить решение уравнения (1) для произвольного вида числа возбуждений и различных значений коэффициентов поглощения  $k_0 R$ . При этом достигается большая общность результатов, так как при больших коэффициентах поглощения ( $k_0 R > 30$  в цитируемой работе) зависимость абсолютной заселенности от  $k_0 R$  оказывается весьма простой (в отсутствие тушения)  $n(0) \sim \sqrt{k_0 R}$ , а радиальный ход не зависит от коэффициента поглощения и определяется только радиальным спадом числа возбуждений.

В настоящей работе уравнение (1) сводится к системе линейных уравнений для доплеровского контура спектральной линии и табулируются матрицы, позволяющие получать решение уравнения (1).

Разбивая, как и раньше [5], весь промежуток интегрирования от 0 до 1 на  $N$  отрезков длины  $2h$  и считая концентрацию на этом промежутке постоянной, получаем систему линейных уравнений

$$\sum_{m=0}^{N-1} n(r_m) b_{km} = a(r_k), \quad k=0, 1, \dots, N-1, \quad (3)$$

$$b_{km} = (A + W(r_k)) \delta_{km} - A \int_{2mh}^{2(m+1)h} K(r_k, \rho) \rho d\rho. \quad (4)$$

Входящий в формулу (4) интеграл представим в виде

$$\int_{2mh}^{2(m+1)h} K(r_k, \rho) \rho d\rho = \int_0^{2(m+1)h} K(r_k, \rho) \rho d\rho - \int_0^{2mh} K(r_k, \rho) \rho d\rho = J_{k, m+1} - J_{k, m}, \quad (5)$$

где

$$J_{k, m} = \frac{R}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_0^{\infty} \varepsilon_\nu k_\nu \exp(-k_\nu R \sqrt{z^2 + q^2}) d\nu \int_0^{2mh} \rho d\rho \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{z^2 + q^2}. \quad (6)$$

Интеграл по  $\rho$  и  $q$  в выражении (6) есть интеграл по кругу радиуса  $2mh$ . Сдвигая начало координат из центра круга в точку  $r_k = (2k+1)h$ , выражение (6) можно переписать в виде

$$J_{k, m} = \frac{R}{2\pi} \int_0^{\varphi_0} d\varphi \int_0^{q_{km}h} q dq \int_0^{\infty} \varepsilon_\nu k_\nu d\nu \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{z^2 + q^2} \exp(-k_\nu R \sqrt{z^2 + q^2}). \quad (7)$$

В выражении (7)

$$q_{km} = [(2k+1) \cos \varphi + \sqrt{4m^2 - (2k+1)^2 \sin^2 \varphi}],$$

а пределы интегрирования по углу  $\varphi$  зависят от положения точки  $r_k$ . Если  $r_k < 2mh$ , то  $\varphi_0 = \pi$ ; если же  $r_k > 2mh$ , то

$$\varphi_0 = \arcsin [2m/(2k+1)].$$

Далее, в выражении (7) переходим от интегрирования по  $z$  к интегрированию по  $y = z/q$ , изменяем порядок интегрирования по  $y$  и  $q$  и выполняем интегрирование по  $q$ . В результате получаем

$$J_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\varphi_0} d\varphi \int_0^{\infty} \frac{dy}{(1+y^2)^{3/2}} \int_0^{\infty} \varepsilon_\nu [1 - \exp(-k_\nu R q_{km} h \sqrt{1+y^2})] d\nu. \quad (8)$$

Рассмотрим входящий в формулу (8) интеграл по частоте. Введем безразмерную частоту

$$\omega = \frac{(\nu - \nu_0) 2\sqrt{\ln 2}}{\Delta\nu},$$

где  $\Delta\nu$  — доплеровская полуширина, и функцию

$$\varepsilon_\omega = \varepsilon_\nu \frac{d\nu}{d\omega}.$$

Представим  $\varepsilon_\omega$  и  $k_\nu$  в виде

$$k_\nu = k_0 f(\omega), \quad \varepsilon_\omega = c f(\omega), \quad c = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) d\omega \right]^{-1}, \quad (9)$$

где  $k_0$  — коэффициент поглощения в центре линии. Тогда интеграл по частоте в (8) можно представить в виде

$$1 - c \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) \exp[-\beta f(\omega)] d\omega \equiv 1 - Y(\beta), \quad (10)$$

где  $\beta = k_0 R h q_{km} \sqrt{1 + y^2}$ .

Таким образом, задача сводится к вычислению интеграла  $Y(\beta)$  для произвольного контура спектральной линии. В случае дисперсионного контура вычисление  $Y(\beta)$  при  $\beta \gg 1$  дает

$$Y(\beta) = \frac{1}{\sqrt{\pi(\beta - 1)}} \approx \frac{1}{\sqrt{\pi\beta}}. \quad (11)$$

Подставляя (11) в формулу (8) и выполняя интегрирование по  $y$ , получаем

$$J_{km} = \frac{1}{\pi} \left[ \varphi_0 - \frac{0.87}{\sqrt{\pi k_0 R h}} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{q_{km}(\varphi)}} \right]. \quad (12)$$

Интегрирование по углу  $\varphi$  следует проводить численно для различных  $k$  и  $m$ . Такие вычисления были проведены в работе [5], где была затабулирована матрица системы линейных уравнений для дисперсионного контура.

В случае доплеровского контура вычисление интеграла по частоте при  $\beta \gg 1$  методом перевала дает

$$Y(\beta) = \frac{1}{\beta \sqrt{\pi \ln \beta}}. \quad (13)$$

Отметим, что численный расчет интеграла  $Y(\beta)$  показывает, что асимптотические представления (11) и (13) с хорошей точностью справедливы при  $\beta \geq 3$ , как это видно из рис. 1. Для большинства интегралов  $J_{km}$  значение  $q_{km} h$  есть величина порядка единицы. Поэтому можно считать, что расчеты, основанные на использовании асимптотических выражений (11) и (13), справедливы начиная с  $k_0 R \approx 3$  и больше. При таких значениях  $k_0 R$  слабо зависящую от  $\beta$  функцию  $\sqrt{\ln \beta}$  можно полагать постоянной и равной  $\sqrt{\ln \beta} \approx$

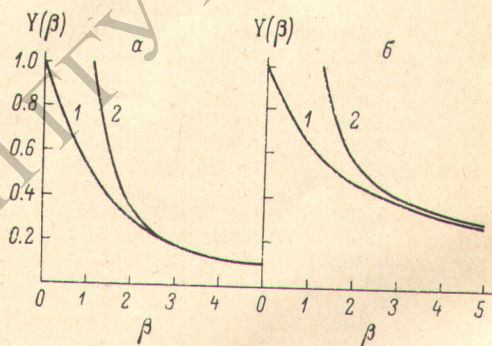


Рис. 1. Сравнение точных значений интегралов  $Y(\beta)$  (кривые 1) и их асимптотических представлений (кривые 2) для доплеровского (а) и лорентцовского (б) контуров спектральных линий.

$\approx \sqrt{\ln k_0 R}$ . Подставляя (13) в (8), можно выполнить интегрирование по  $y$ . В результате для доплеровского контура получаем

$$J_{km} = \frac{1}{\pi} \left[ \varphi_0 - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{k_0 R h \sqrt{\ln k_0 R}} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{q_{km}(\varphi)} \right]. \quad (14)$$

Вычисления интеграла по углу  $\varphi$  следует проводить численно. Выполняя эти вычисления, систему (3) можно привести к виду

$$\sum_{m=0}^{N-1} \left( a_{km} + \frac{7.1 k_0 R h \sqrt{\ln k_0 R}}{A} W(r_k) \delta_{km} \right) = \frac{7.1 k_0 R h \sqrt{\ln k_0 R}}{A} a(r_k), \quad (15)$$

Т а б л  
Матрица коэф

k	m						
	0	1	2	3	4	5	6
0	1.95662	-1.13211	-0.28971	-0.13743	-0.08083	-0.05337	-0.03791
1	-0.44716	1.95399	-0.85462	-0.21176	-0.10312	-0.06249	-0.04236
2	-0.06107	-0.55882	1.97804	-0.78222	-0.18460	-0.08876	-0.05377
3	-0.02014	-0.09367	-0.59208	1.98708	-0.74955	-0.17109	-0.08402
4	-0.00911	-0.03496	-0.10491	-0.60903	1.99137	-0.73109	-0.16309
5	-0.00490	-0.01722	-0.04086	-0.11081	-0.61952	1.99379	-0.71927
6	-0.00294	-0.00984	-0.02085	-0.04407	-0.11454	-0.62672	1.99529
7	-0.00190	-0.00618	-0.01227	-0.02290	-0.04613	-0.11715	-0.63197
8	-0.00130	-0.00415	-0.00790	-0.01371	-0.02424	-0.04758	-0.11909
9	-0.00093	-0.00293	-0.00542	-0.00896	-0.01466	-0.02519	-0.04866
10	-0.00068	-0.00214	-0.00389	-0.00622	-0.00967	-0.01534	-0.0259
11	-0.00052	-0.00162	-0.00289	-0.00451	-0.00677	-0.01018	-0.01585
12	-0.00040	-0.00125	-0.00221	-0.00339	-0.00496	-0.00718	-0.01058
13	-0.00032	-0.00099	-0.00173	-0.00262	-0.00375	-0.00528	-0.00749
14	-0.00026	-0.00079	-0.00138	-0.00207	-0.00292	-0.00402	-0.00554

Т а б л  
Матрица коэф

k	m						
	0	1	2	3	4	5	6
0	0.67710	0.60052	0.56951	0.54127	0.51332	0.48503	0.45607
1	0.23074	0.87337	0.63188	0.57003	0.52997	0.49586	0.46364
2	0.13346	0.39992	0.94568	0.65058	0.56987	0.52012	0.47997
3	0.09106	0.26033	0.47962	0.98379	0.65994	0.56627	0.50871
4	0.06732	0.18899	0.32912	0.52485	1.00471	0.66222	0.55878
5	0.05211	0.14498	0.24655	0.37053	0.55112	1.01461	0.65865
6	0.04150	0.11485	0.19287	0.28242	0.39540	0.56525	1.01633
7	0.03363	0.09277	0.15461	0.22318	0.30406	0.40868	0.56999
8	0.02752	0.07575	0.12561	0.17971	0.24113	0.31512	0.41284
9	0.02259	0.06208	0.10259	0.14589	0.19387	0.24935	0.31740
10	0.01847	0.05070	0.08357	0.11834	0.15622	0.19887	0.24899
11	0.01491	0.04088	0.06725	0.09493	0.12472	0.15764	0.19527
12	0.01169	0.03204	0.05263	0.07411	0.09702	0.12199	0.14999
13	0.00862	0.02360	0.03872	0.05442	0.07104	0.08899	0.10880
14	0.00532	0.01458	0.02389	0.03353	0.04368	0.05454	0.06641

где коэффициенты  $a_{km}$  приведены в табл. 1. В табл. 2 приведены элементы обратной матрицы  $a_{km}^{-1}$ . Введем время  $\tau_0$ , определяемое равенством

$$\tau_0 = \frac{7.1k_0R \sqrt{\ln k_0R}}{A}. \quad (16)$$

В случае, когда тушением можно пренебречь ( $\tau_0 W \ll 1$ ), значения концентрации в точках  $r_k$  для произвольного  $\alpha(r)$  можно легко получить с помощью обратной матрицы по формуле

$$n(r_k) = \tau_0 h \sum_{m=0}^{N-1} a_{km}^{-1} \alpha(r_m). \quad (17)$$

Если тушение существенно, то необходимо решать непосредственно систему (15), добавляя к диагональным элементам матрицы  $\|a_{km}\|$  члены, связанные с тушением. При этом, если тушение преобладает в балансе резонансных атомов по сравнению с радиационным распадом  $\tau_0 W \gg 1$ , величинами  $a_{km}$  в (15) можно пренебречь и решение имеет вид

$$n(r_k) = \frac{\alpha(r_k)}{W(r_k)}. \quad (18)$$

m							
7	8	9	10	11	12	13	14
-0.02833	-0.02199	-0.01756	-0.01435	-0.01195	-0.01010	-0.008657	-0.00750
-0.03077	-0.023437	-0.01848	-0.01496	-0.01237	-0.01040	-0.00888	-0.00766
-0.03661	-0.02676	-0.02052	-0.01629	-0.01327	-0.01104	-0.00934	-0.00801
-0.04876	-0.03313	-0.02423	-0.01861	-0.01481	-0.01210	-0.01009	-0.00856
-0.07624	-0.04554	-0.03082	-0.02250	-0.01727	-0.01374	-0.01124	-0.00939
-0.15782	-0.07301	-0.04332	-0.02919	-0.02124	-0.01628	-0.01295	-0.01059
-0.71107	-0.15411	-0.07069	-0.04169	-0.02797	-0.02030	-0.01553	-0.01233
1.99629	-0.70506	-0.15135	-0.06894	-0.04045	-0.02703	-0.01956	-0.01494
-0.63599	1.99699	-0.70046	-0.14923	-0.06759	-0.03948	-0.02629	-0.01898
-0.12059	-0.63917	1.99750	-0.69684	-0.14755	-0.06650	-0.03869	-0.02569
-0.0495	-0.12179	-0.64175	1.99788	-0.69392	-0.14618	-0.06562	-0.03805
-0.02647	-0.05020	-0.12279	-0.64388	1.99818	-0.69150	-0.14505	-0.06488
-0.01626	-0.02693	-0.05076	-0.12362	-0.64567	1.99842	-0.68948	-0.14440
-0.01089	-0.01659	-0.02731	-0.05124	-0.12432	-0.64720	1.99861	-0.68776
-0.00774	-0.01114	-0.01687	-0.02763	-0.05165	-0.12493	-0.64852	1.99877

m							
7	8	9	10	11	12	13	14
0.42617	0.39501	0.36216	0.32707	0.28884	0.24599	0.19551	0.12944
0.43170	0.39917	0.36536	0.32954	0.29074	0.24742	0.19653	0.13005
0.44997	0.40784	0.37194	0.33459	0.29961	0.25032	0.19859	0.13128
0.46305	0.42206	0.38255	0.34263	0.30070	0.25487	0.20180	0.13319
0.49462	0.44383	0.39832	0.35435	0.30948	0.26134	0.20634	0.13588
0.54726	0.47719	0.42133	0.37093	0.32163	0.27017	0.21246	0.13948
0.64977	0.53146	0.45570	0.39449	0.33835	0.28207	0.22058	0.14419
1.01115	0.63564	0.51081	0.42915	0.36176	0.29819	0.23340	0.15034
0.56687	0.99947	0.61580	0.48433	0.39594	0.32058	0.24581	0.15842
0.40896	0.55633	0.98094	0.58920	0.45025	0.35323	0.26588	0.16928
0.31151	0.39715	0.53789	0.95439	0.55380	0.40532	0.29527	0.18441
0.24017	0.29707	0.37649	0.50998	0.91730	0.50563	0.34269	0.20683
0.18243	0.22171	0.27236	0.34451	0.46908	0.86440	0.43596	0.24381
0.13130	0.15774	0.19027	0.23302	0.29545	0.40714	0.78311	0.31975
0.07967	0.09494	0.11314	0.13596	0.16665	0.21299	0.30057	0.63126

В качестве примера на рис. 2 приведены графики распределения резонансных атомов по сечению трубки для числа возбуждений вида

$$\alpha(r) \tau_0 b = \begin{cases} 1 & \text{при } r \leq r_0, \\ 0 & \text{при } r > r_0. \end{cases} \quad (19)$$

Такой вид числа возбуждений имеет место, например, при возбуждении резонансных атомов электронным пучком. Для произвольной абсолютной величины числа возбуждений  $\alpha_0$  абсолютные значения концентрации могут быть получены из приведенных на рис. 2 умножением на коэффициент  $\alpha_0 \tau_0 b$ .

Представляет интерес сравнить абсолютные величины заселенности в центре трубки, вычисленные в приближении эффективного времени жизни [4] и по формуле (17) настоящей работы. Для числа возбуждений в виде (19) соответствующие величины сравниваются в табл. 3. Видно, что в случае, когда возбуждение сосредоточено в узкой приосевой области, значение заселенности, вычисленное в приближении эффективного времени жизни, может быть заметно завышенным.

Таблица 3  
Сравнение заселенности резонансных атомов  
в центре объема

$r_0$	Лорентцовский контур		Допплеровский контур	
	I	II	I	II
0.167	0.787	1.75	1.85	7.7
0.367	1.00	1.75	3.4	7.7
0.5	1.18	1.75	4.2	7.7

Примечание. I — вычисленное по формуле (17), II — в приближении эффективного времени жизни. Размер зоны возбуждения  $r_0$  (19) приведен в долях радиуса.

### Девозбуждение

Изменение заселенности резонансных уровней во времени после выключения источника возбуждения и без учета тушения описывается уравнением

$$\frac{\partial n(r, t)}{\partial t} = -An(r, t) + A \int_0^1 K(r, \rho) n(\rho, t) \rho d\rho. \quad (20)$$

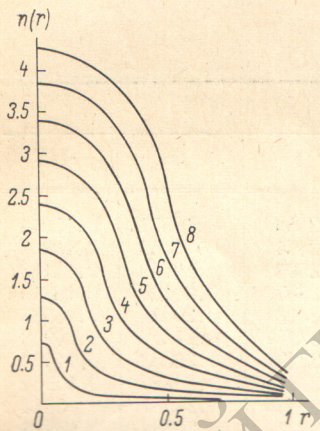


Рис. 2. Распределение концентрации резонансных атомов по сечению трубки в абсолютной мере для числа возбуждений вида (18).

Параметр кривых  $r_0$  приводится в долях радиуса: 1 —  $r_0 = 0.033$ , 2 — 0.1, 3 — 0.167, 4 — 0.233, 5 — 0.3, 6 — 0.367, 7 — 0.433, 8 — 0.5.

Для решения этого уравнения применим тот же метод, что и в работе [6]. Решение уравнения (20) можно получить в виде разложения по собственным функциям  $\varphi_i(r)$  интегрального уравнения

$$A \left[ \varphi_i(r) - \int_0^1 \varphi_i(\rho) K(r, \rho) \rho d\rho \right] = \lambda_i \varphi_i(r). \quad (21)$$

Тогда

$$n(r, t) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i \varphi_i(r) \exp(-\lambda_i t). \quad (22)$$

Для приближенного решения уравнения (21), так же как и в случае стационарной задачи, сведем его к системе линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{m=0}^{N-1} \varphi(r_m) a_{km} = \tilde{\lambda} \varphi(r_k), \quad (23)$$

где  $\tilde{\lambda} = \lambda \tau_0 \hbar$  и  $a_{km}$  — матрица, табулированная в табл. 1. Таким образом, решение нестационарной задачи сводится к отысканию собственных чисел и собственных векторов матрицы  $\|a_{km}\|$ . Пятнадцать первых собственных чисел  $\lambda_i$  и ортонормированных векторов  $\varphi_i(r_k)$  матрицы  $\|a_{km}\|$  приведены в табл. 4. С помощью этих величин значения заселенности в точках  $r_k$  могут быть найдены по формуле

$$n(r_k, t) = \sum_{i=0}^{14} c_i \varphi_i(r_k) \exp(-\lambda_i t), \quad (24)$$

где коэффициенты  $c_i$  определяются путем разложения начального значения заселенности  $n_0(r)$  по собственным векторам

$$c_i = \sum_{k=0}^{14} n_0(r_k) \varphi_i(r_k) r_k. \quad (25)$$

Таблица 4

Собственные числа  $\lambda_i$  и собственные векторы  $\varphi_i(r_k)$  интегрального уравнения (21) (значения векторов вычислены в точках  $r_k = (2k + 1)$ )

h	i														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	$\lambda_i$														
	0.20418	0.51869	0.82947	1.13169	1.42224	1.69794	1.95603	2.19385	2.40904	2.59947	2.76329	2.89899	3.00536	3.08155	3.12702
	$\varphi_0$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$\varphi_5$	$\varphi_6$	$\varphi_7$	$\varphi_8$	$\varphi_9$	$\varphi_{10}$	$\varphi_{11}$	$\varphi_{12}$	$\varphi_{13}$	$\varphi_{14}$
0	0.60896	0.99483	1.20181	-1.34491	-1.43258	-1.46630	-1.46584	-1.43265	-1.36480	-1.26578	-1.13349	0.96923	0.77182	-0.54290	-0.28214
1	0.60333	0.93858	1.02335	-0.96912	-0.79077	-0.52036	-0.19703	-0.14010	0.45641	0.71274	0.87990	-0.93319	-0.86205	0.66788	0.36680
2	0.59226	0.83227	0.70998	-0.38109	0.05926	0.46734	0.73603	0.78612	0.60881	0.25309	-0.17555	0.55087	0.75486	-0.71791	-0.43718
3	0.57584	0.68428	0.32631	0.19353	0.61066	0.68907	0.40803	-0.08839	-0.53318	-0.69239	-0.47747	0.00395	-0.47061	0.67738	0.48604
4	0.55424	0.50665	-0.04912	0.54579	0.59032	0.13595	-0.42287	-0.63067	-0.31270	0.26323	0.61673	-0.44646	0.10429	-0.56215	-0.51622
5	0.52769	0.31379	-0.34286	0.57332	0.12905	-0.47154	-0.51255	0.04724	0.55079	0.40046	-0.22426	0.58029	0.23757	0.39007	0.52841
6	0.49647	0.12107	-0.50336	0.31819	-0.36387	-0.48159	0.15247	0.54597	0.08802	-0.50823	-0.30585	-0.37661	-0.46177	-0.18710	-0.52367
7	0.46089	-0.05655	-0.51195	-0.06155	-0.51460	0.03801	0.51716	-0.01942	-0.51714	-0.00066	0.51734	-0.01395	0.51489	-0.02037	0.50328
8	0.42123	-0.20582	-0.38566	-0.37081	-0.24792	0.45930	-0.08368	-0.49336	0.09598	0.45787	-0.26337	0.36017	-0.39843	0.20495	-0.46841
9	0.37798	-0.31631	-0.17132	-0.46830	0.18881	0.32710	-0.43285	-0.00636	0.44048	-0.32526	-0.19559	-0.47204	0.16254	-0.34529	0.42107
10	0.33125	-0.38128	0.06716	-0.32683	0.42541	-0.16299	-0.26080	0.45142	-0.23641	-0.19248	0.45063	0.30770	0.10754	0.42478	-0.37723
11	0.28124	-0.39799	0.26509	-0.03674	0.32966	-0.43555	0.29092	0.02407	-0.32604	0.43754	-0.29302	0.02284	-0.32511	-0.43810	0.29633
12	0.22779	-0.36765	0.37261	0.24597	-0.03104	-0.20195	0.37313	-0.42415	0.33580	-0.13639	-0.10835	-0.31716	-0.42091	0.38569	-0.22318
13	0.16993	-0.29440	0.36523	0.37865	-0.33601	0.23790	-0.10369	-0.04904	0.19724	-0.31893	0.39551	0.41548	-0.37564	-0.28180	0.14732
14	0.10370	-0.18177	0.24483	0.29672	-0.33917	0.36600	-0.38158	0.38349	-0.37178	0.34669	-0.30924	-0.26069	-0.20293	0.138044	-0.06829

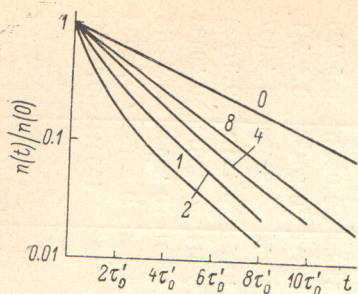


Рис. 3. Временная зависимость заселенности резонансных уровней после прекращения возбуждения.

Начальные профили заселенности соответствуют рис. 2 (нумерация кривых совпадает с приведенной на рис. 2); 0 — кривая распада для начального распределения, соответствующего фундаментальной моде уравнения (1).  
Время  $\tau_0' = \tau_0 \cdot h$ .

Собственное число  $\lambda_0$ , которое определяет время пленения излучения, было найдено также в работе Холстейна [2]. Для доплеровского контура оно равно

$$\tau_f = \frac{1}{\lambda_0} = 1.16 \frac{k_0 R \sqrt{\ln k_0 R}}{A}, \quad (26)$$

что приблизительно совпадает со временем пленения по Холстейну.

На рис. 3 показано изменение во времени заселенности в центре трубки. Для начальных распределений, изображенных на рис. 1, эти кривые, в частности, описывают картину распада резонансных атомов после выключения электронного пучка. Как видно из рис. 3, временной ход высвечивания резонансных атомов, возбужденных в узкой приосевой области, может значительно отличаться от временного хода атомов, распределенных по радиусу по фундаментальной моде.

#### Литература

- [1] Л. М. Биберман. ЖЭТФ, 17, 416, 1947.
- [2] T. Holstein. Phys. Rev., 72, 1220, 1947.
- [3] Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. Численные методы анализа. М., 1963.
- [4] Л. М. Биберман. Автореф. докт. дисс., М., 1958.
- [5] Ю. Б. Голубовский, Ю. М. Каган, Р. И. Лягущенко. Опт. и спектр., 31, 22, 1971.
- [6] Ю. Б. Голубовский, Р. И. Лягущенко. Опт. и спектр., 38, 1086, 1975.

Поступило в Редакцию 5 ноября 1974 г.