

ОТРАЖАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ ВПОЛНЕ ИНТЕГРИРУЕМЫХ УРАВНЕНИЙ ПФАФФА

С. П. Жогаль, И. В. Сафонов (г. Гомель, Беларусь)

Работы Альсевич Л. А., Вересовича П. П., Дубровской С. П., Кастрицы О. А., Zhou Zhengxin и других показали плодотворность использования отражающей функции (ОФ) В. И. Мироненко в теории систем обыкновенных дифференциальных уравнений (см. [1]).

В данной работе понятие ОФ обобщается на вполне интегрируемые уравнения Пфаффа.

Теорема 1. Пусть уравнение

$$dz = P(x, y, z)dx + Q(x, y, z)dy \quad (1)$$

удовлетворяет условию

$$\begin{aligned} P(x, y, z) &\equiv P(x + 2\omega_1, y + 2\omega_2, z) \\ Q(x, y, z) &\equiv Q(x + 2\omega_1, y + 2\omega_2, z). \end{aligned} \quad (2)$$

Если отражающая функция уравнения (1) (ω_1, ω_2) -периодична по x, y , то все продолжимые на $[-\omega_1, \omega_1] \times [-\omega_2, \omega_2]$ решения уравнения $(2\omega_1, 2\omega_2)$ -периодичны.

Теорема 2. Пусть функции $P(x, y, z), Q(x, y, z)$ уравнения Пфаффа (1) непрерывны и имеют непрерывные частные производные по z . Пусть они, кроме того, удовлетворяют соотношениям (2) и нечетны по совокупности переменных x и y , то есть при $\forall (x, y, z) \in \mathbf{R}^3$:

$$\begin{aligned} P(-x, -y, z) &\equiv -P(x, y, z), \\ Q(-x, -y, z) &\equiv -Q(x, y, z). \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда всякое определенное на $[-\omega_1, \omega_1] \times [-\omega_2, \omega_2]$ решение $z(x, y)$ уравнения (1) будет $(2\omega_1, 2\omega_2)$ -периодичным и четным по совокупности переменных x, y , то есть $z(x, y) \equiv z(-x, -y)$.

Литература. 1. Мироненко В. П. Отражающая функция и исследование многомерных дифференциальных систем. Мн. образ. УО «ГГУ им. Ф. Скорины». — Гомель, 2004. — 196 с.